Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Département fédéral de la défense,
de la protection de la population et des sports DDPS

Office fédéral de topographie swisstopo

Recommandation pour l'application des transformations géométriques en mensuration officielle

du 14 novembre 2017

Editeur
Géodésie et Direction fédérale des mensurations cadastrales
Office fédéral de topographie swisstopo
Seftigenstrasse 264, Case Postale
CH-3084 Wabern

Tél. +41 58 469 01 11
Fax +41 58 469 04 59
infovd@swisstopo.ch
www.swisstopo.ch / www.cadastre.ch

Préambule

L'évolution technique entraîne dans maints domaines de la vie une modification des exigences et des contraintes. Avec une tradition plus que centenaire, la mensuration officielle n'y échappe pas. Depuis l'introduction du Code Civil Suisse (CC), les méthodes de travail ont évolué selon un rythme qui s'accélère constamment. En conséquence, les prescriptions légales et techniques ont été régulièrement adaptées et même plutôt renforcées. L'amélioration constante de l'offre se combine avec une attente de la société toujours plus élevée : en plus de données géoréférencées constamment à jour, il est exigé des données toujours plus précises.

La mensuration officielle offre, à côté des cartes nationales, une des bases de données géoréférencées les plus importantes du droit fédéral. Elle repose dans de nombreuses régions sur des bases qui remontent assez souvent, à la première moitié du XXe siècle. La génération des professionnels actuels se trouve confrontée de manière répétée à des ouvrages de mensurations qui reposent sur du matériel de levé vieux de plusieurs dizaines d'années et partiellement sur des méthodes de relevé encore plus anciennes ; ils doivent les convertir en des données géoréférencées modernes respectant les exigences actuelles. Là où, vu les conditions techniques et topographiques, aucune référence ne pouvait être directement mesurée, on peut aujourd'hui, à l'aide des récepteurs GNSS par exemple, les déterminer directement. Dans beaucoup de cas, les différences qui apparaissent entre observations directes et indirectes, gênent. Afin d'intégrer dans le contexte moderne des anciennes œuvres cadastrales et ceci sans les coûts excessifs des nouvelles, respectivement deuxièmes mensurations, il a fallu élaborer diverses méthodes, reconnues par les milieux professionnels comme méthodes d'élimination des tensions locales.

Les présentes recommandations sont une contribution que le service spécialisé « Direction fédérale des mensurations cadastrales » fournit aux spécialistes de la mensuration afin de leur permettre de remplir leurs tâches en matière de données numériques de manière compétente et ciblée. Elles s'adressent à des cadres et des chefs de projets qui s'occupent du traitement des contraintes géométriques.

Vu l'évolution technologique impétueuse, mais aussi vu l'importante demande, avez-vous, cher lecteur et chère lectrice, déjà la 3e version de la Recommandation pour l'application des transformations géométriques en mensuration officielle devant vous.

Cette version est, comme la précédente, accessible uniquement sur Internet en version PDF pouvant être téléchargée gratuitement.

Marc Nicodet
Chef du domaine « Géodésie et Direction fédérale des mensurations cadastrales »

Wabern, novembre 2017

Table des matières

1 Guide d'utilisation ... 6
2 Introduction ... 7
2.1 Une longue histoire ... 7
2.2 Complexité des problèmes de transformation ... 8
2.3 Utilité d'une référence régulièrement mise à jour ... 10
3 Typologie des cas ... 11
3.1 Passage d'un référentiel géodésique à un autre ... 12
3.1.1 Projection locale dans un système cartésien moderne ... 12
3.1.2 Passage de la projection de Bonne à la projection cylindrique ... 12
3.2 Passage d'un cadre de référence à un autre ... 13
3.3 Transformations en altimétrie ... 14
3.3.1 Remarques introductives ... 14
3.3.2 Types d'altitudes ... 14
3.3.2.1 Altitudes usuelles NF02 ... 15
3.3.2.2 Hauteurs ellipsoïdales (WGS84 / MN95) ... 15
3.3.2.3 Altitudes orthométriques et modèle du géoïde CHGeo2004 ... 16
3.3.3 Différences entre altitudes usuelles NF02 et altitudes orthométriques RAN95 ... 17
3.3.4 Situation de départ et conséquences pour la détermination des altitudes ... 18
3.3.5 La transformation altimétrique HTRANS ... 19
3.3.6 MN95 (ell.) ⇔ RAN95 ⇔ NF02 : Application et limites ... 19
3.4 Renouvellement de réseaux de points fixes ... 20
3.4.1 Gestion des conséquences de la redétermination d'un ordre supérieur sur un ordre inférieur ... 21
3.5 Modification d'un réseau de PFP local et de points de détail suite à une redétermination d'ordre supérieur ... 22
3.5.1 Redéterminations partielles ou complètes ... 23
3.5.2 Transformations et interpolations ... 23
3.5.3 Recalculs ... 24
3.5.4 Contrôles nécessaires ... 25
3.6 Intégration de mesures GNSS dans le système de coordonnées de la mensuration officielle 25
3.7 Intégration de relevés « photogrammétriques » dans le système de coordonnées de la mensuration officielle ... 26
3.8 Intégration de plans digitalisés dans le système de coordonnées de la mensuration officielle 27
3.8.1 Méthodes de levé utilisées à l'origine ... 27
3.8.2 Nature des plans à transformer ... 28
3.8.3 Référentiel des plans ... 29
3.8.4 Niveau de numérisation initial ... 29
3.8.5 Méthodes de numérisation ... 30
3.8.6 Types de coordonnées à considérer ... 30
3.9 Complètement d'une mensuration numérique classique par numérisation ... 31
4 Enumération des méthodes ... 33
4.1 Introduction ... 33
4.2 Transformations ... 33
4.2.1 Généralités ... 33
4.2.2 Expression générale d'une transformation ... 34
4.3 Les projections ... 35
4.3.1 Projection suisse (actuelle) ... 35
4.3.2 La projection de Bonne ... 38
4.4 Les transformations polynomiales ... 39
4.4.1 Généralités sur les transformations polynomiales ... 39
4.4.2 Transformation directe de coordonnées géographiques en coordonnées nationales ... 40
4.4.3 Passage direct de la projection de Bonne à la projection cylindrique ... 41
4.4.4 Transformations linéaires 2D, généralités ... 41
4.4.5 Transformation affine ... 42
4.4.6 Transformation de similitude dite transformation de « Helmert » ... 45
4.4.7 Transformation linéaire 3D ... 49

4.4.8 Transformation à 7 paramètres ... 49
4.4.9 Transformation de coordonnées WGS84 (GNSS) en coordonnées nationales ... 53
4.4.10 Transformation directe de coordonnées WGS84 en coordonnées cartésiennes locales (quelconques) ... 54
4.5 Interpolations ... 55
4.5.1 Généralités ... 55
4.5.2 Interpolation par secteur (affinité par triangle) ... 55
4.5.3 Interpolation par la moyenne pondérée ... 60
4.5.4 TRANSINT ... 61
4.5.5 Méthode de Shepard et méthode de Shepard modifiée ... 63
4.5.5.1 La méthode de Shepard ... 63
4.5.5.2 La méthode de Shepard modifiée ... 64
4.5.6 La méthode CDL ... 67
4.5.7 Interpolation polynomiale ... 69
4.5.8 Interpolation par les moindres carrés (modèle d'interpolation simple) ... 70
4.5.9 Analyse multiquadratique (interpolation par sommation de surfaces) ... 71
4.6 Modèle général de transformation-interpolation ... 73
4.7 Méthodes d'estimation ... 77
4.7.1 Méthode du maximum de vraisemblance ... 78
4.7.2 Moindres carrés ... 78
4.7.3 La méthode « Robuste » ... 79
4.7.4 La méthode « divide et impera » ... 79
5 Inventaire des systèmes et logiciels disponibles ... 81
5.1 Introduction ... 81
5.2 Quelques systèmes disponibles ... 81
5.3 Logiciels disponibles ... 83
5.3.1 Logiciels géodésiques de swisstopo ... 83
6 Traitements selon les types de cas ... 87
6.1 Généralités ... 87
6.1.1 Axes de résolution ... 87
6.1.2 Qualité a priori des points d'ajustage ... 87
6.1.3 Schéma général de décision ... 90
6.2 Méthodes et outils d'analyse ... 93
6.2.1 Composantes des écarts ... 93
6.2.2 Analyse des écarts initiaux ... 93
6.2.3 Représentation des écarts ... 96
6.2.4 Gestion des points de calage ... 98
6.2.5 Critères de formation de triangles d'affinité (transformation linéaire par éléments finis) . 100
6.3 Passages d'un système de référence à un autre ... 108
6.4 Modification d'un cadre de référence ... 109
6.5 Rénovation de réseaux de points fixes ... 111
6.5.1 Transformation pure de coordonnées ... 111
6.5.2 Redétermination partielle et transformation ... 111
6.5.3 Redétermination partielle et recalcul ... 112
6.5.4 Redétermination totale ... 112
6.6 Intégration de mesures GNSS ... 113
6.6.1 Mesures GNSS en mode DGPS ou en mode de navigation ... 114
6.6.2 Programmes ... 114
6.7 Intégration de coordonnées issues de vues photogrammétriques ... 114
6.8 Digitalisation complète de plans ... 114
6.8.1 Mensurations semi-numériques reconnues à titre définitif ... 115
6.8.2 Mensurations graphiques reconnues à titre provisoire ... 116
6.8.3 Intégration d'éléments très localisés dans un cadre numérique ... 119
6.9 Transformation d'images scannées (données raster) ... 119
6.10 Transformation de données complexes des systèmes d'information ... 122
6.11 Renouvellement et intégration des mensurations dans MN95 ... 122
6.12 Transformations de géodonnées suite aux renouvellements de réseaux de points fixes ... 123
7 Exemples concrets et expériences ... 127
7.1 Généralités ... 127
7.2 Adaptation de mensurations existantes à la nouvelle triangulation vaudoise ... 127
7.2.1 Transformation des entreprises de mensurations numériques vaudoises ... 127

7.2.2 Numérisation des plans cadastraux semi-numériques vaudois 128
7.3 Digitalisation de mensurations graphiques 136
7.4 Passage de MN03 à MN95 136
7.4.1 Test IGP/ETHZ au Tessin 136
7.4.2 Test Ville de Zoug 138
7.4.3 Frontière Vaud - Genève 141
7.4.4 Homogénéisation de réseaux de points fixes 142
7.4.5 L'introduction de MN95 dans le canton de Bâle-Ville 143
7.4.5.1 Situation initiale 143
7.4.5.2 Mode opératoire technique 143
7.4.5.3 Harmonisation des limites territoriales 146
7.4.5.4 Outils logiciels pour le changement de cadre 146
7.4.5.5 Expériences tirées des projets pilotes 147
7.4.5.6 Changement de cadre de référence des données de la mensuration officielle 147
7.4.5.7 Changement de cadre de référence pour le cadastre des conduites 147
7.4.5.8 Modification des surfaces du registre foncier 147
7.4.5.9 Changement de cadre de l'infrastructure cantonale de géodonnées 148
7.4.5.10 Relations publiques 148
7.5 Passage projection de Bonne ⇔ projection cylindrique 148
7.5.1 Bière (Vaud) 148
7.5.2 Viège (Valais). Application de TRANSINT dans une rénovation et transformation de PFP3 148
7.6 Exemple d'intégration de coordonnées obtenues par GNSS 152
7.7 Transformation de Helmert avec collocation 157
7.8 Nouvelle compensation des PFP3 de la Commune de Châtonnaye en MN95 162
8 Bibliographie 167
8.1 Organisation 167
8.2 Bibliographie 167
9 Liste des abréviations 171

1 Guide d'utilisation

La présente recommandation est structurée de telle manière que l'utilisateur puisse y entrer directement au niveau du problème qu'il entend résoudre. Veuillez donc consulter la liste de propositions ci-dessous pour aborder les problèmes de transformation.

Se familiariser avec le sujet **chapitre 2, page 7**

Vous désirez connaître les tenants et aboutissants des problèmes de transformation des données géométriques sous forme numérique. Vous trouverez au chapitre 2 un petit historique et des considérations générales sur le sujet.

Typer le cas **chapitre 3, page 11**

Vous avez un problème de transformation, mais ne savez pas à quel type de problème il se rattache ; vous trouverez au chapitre 3 un répertoire des divers cas rencontrés ; vous pouvez essayer de rattacher votre cas à un cas connu.

Evaluer les solutions théoriques **chapitre 4, page 33**

Vous désirez connaître les algorithmes existants pour résoudre votre cas de transformation ; vous trouverez au chapitre 4 la description d'une série de transformations et interpolations, avec formules mathématiques, effets et limites des méthodes considérées.

Considérer les programmes existants **chapitre 5, page 81**

Vous avez trouvé la méthode qui vous intéresse et désirez connaître les programmes à disposition en Suisse utilisant ladite méthode ; vous trouverez au chapitre 5 la description détaillée des produits de swisstopo et quelques indications sur les systèmes et programmes avec leurs diverses caractéristiques.

Evaluer l'ampleur du travail **chapitre 6, page 87**

Vous désirez savoir si la solution que vous envisagez correspond aux moyens que vous pouvez investir pour résoudre votre problème ; vous trouverez au chapitre 6 une appréciation du rapport coûts/avantages des diverses méthodes.

Choisir définitivement la solution **chapitre 6, page 87**

Vous trouverez également au chapitre 6 une appréciation de la validité des solutions.

Chercher une référence concrète **chapitre 7, page 127**

Vous êtes intéressé à connaître des expériences concrètes ; le chapitre 7 vous donnera quelques exemples déjà réalisés en Suisse.

Chercher une référence théorique **chapitre 8, page 167**

Vous cherchez des références d'ouvrages sur le sujet. Le chapitre 8 vous indiquera une série d'ouvrages et d'articles que vous pouvez consulter.

2 Introduction

2.1 Une longue histoire

Les représentations du monde que les géomètres créent depuis des siècles ont progressivement utilisé des modèles de plus en plus complexes. Représenter la réalité a nécessité une capacité d'abstraction : la figuration de la réalité en trois dimensions dans des systèmes d'information du territoire respectivement sur des plans ou par des objets, nécessite en effet la maîtrise de l'échelle (pour pouvoir réduire la taille des objets), la projection de ceux-ci sur une surface plane, les modes de représentation à partir d'un point de vue, etc.

La quantification du volume ou de la surface des objets représentés, la détermination de leur position, par distances et par coordonnées, ont encore augmenté le niveau d'abstraction et ont introduit l'utilisation des nombres obtenus à l'aide de formulations algébriques.

Du graphique au numérique

Le plan et la carte ainsi que leur mode de création, par dessin manuel d'éléments directement saisis sur le terrain, ont progressivement été complétés par des méthodes de levé faisant de plus en plus appel à des solutions numériques. La comparaison et l'ajustage visuels de plans, par superposition ou par piquage, ont fait place à des comparaisons de nombres et de positions déterminées par des coordonnées. La nécessité de trouver les liens mathématiques entre des systèmes de coordonnées de natures diverses s'est sans cesse accrue. Géométrie élémentaire, trigonométrie, méthodes de compensation ont progressivement pris de l'importance.

L'apport des photogrammètres

Si les principales méthodes sont décrites depuis longtemps par les mathématiciens et leurs algorithmes fixés, c'est sans conteste aux photogrammètres et aux spécialistes de la triangulation que l'on doit le grand bond en avant pour le praticien, en matière de transformations géométriques.

En effet, la plupart des géomètres s'occupant de la mensuration parcellaire, se sont longtemps contentés d'utiliser les éléments numériques avec le minimum de complication (polygonation, coordonnées polaires et cartésiennes, etc.) en évitant de trop calculer pour travailler, dès que possible, sur des plans où l'intégration des diverses sources de données passe avant tout par l'art du dessinateur.

Pour restituer les photos et produire des plans, les photogrammètres ont dû déterminer des relations et facteurs globaux et se libérer, au maximum, des solutions graphiques, et ceci pour les éléments de détail aussi.

D'un autre côté, les géomètres, qui ont déterminé la triangulation, connaissaient depuis des années les problèmes de gestion des mesures, de compensation et de transformation. Le traitement numérique de leurs données et la nature numérique des résultats obtenus (coordonnées de points de triangulation) les contraignaient à s'intéresser au traitement numérique de leurs données.

Du calcul manuel à l'informatique

Ce n'est pas un hasard si les autres géomètres ont longtemps « négligé » les transformations géométriques. Les calculs à effectuer étaient toujours très pénibles : la détermination et la compensation des paramètres, le calcul des points de détails étaient autant d'opérations nécessitant une utilisation intensive et fastidieuse des tables de valeurs trigonométriques. Les calculs de précision passaient invariablement par les tables de logarithmes.

Les calculatrices mécaniques, puis électromécaniques permirent progressivement d'accélérer les calculs élémentaires ; mais les formules complexes étaient systématiquement linéarisées et simplifiées pour éviter des calculs sortant des opérations arithmétiques élémentaires.

La mise au point des calculatrices électroniques et des ordinateurs allait révolutionner les choses:

- d'une part, les calculs de fonctions de plus en plus complexes devenaient possibles de manière standard grâce à des calculatrices de plus en plus complètes : fonctions câblées, nombre suffisant de chiffres significatifs, dimensions réduites, rapidité fulgurante et prix abordable.
- d'autre part, les compensations rigoureuses devenaient possibles pour des systèmes de compensation de plus en plus complexes et réunissant de grandes quantités de données, grâce aux ordinateurs et programmes toujours plus puissants et rapides, avec une gestion de plus en plus conviviale des résultats.

Les besoins des systèmes d'information

La mise en place de systèmes d'information géographiques intégrés, réunissant dans un système cohérent les diverses données géoréférencées, entraîne:

- d'une part, la nécessité de numériser et d'informatiser les données,
- d'autre part, de les traiter avec des algorithmes permettant de les rendre cohérentes entre elles en se référant à un système de référence commun.

La juxtaposition de données, sans cohérence entre elles et mémorisées dans des systèmes autonomes, appartient donc au passé. A l'avenir, de plus en plus de manipulations fines seront nécessaires pour intégrer au mieux les données.

Le nouveau cadre de référence MN95

La détermination, par mesures GPS, d'un nouveau cadre de référence pour la mensuration nationale entraîne la mise en place d'une stratégie de transformation pour la mensuration officielle et les données des utilisateurs. Une transposition complète de l'ensemble des coordonnées officielles et confirmant les ensembles de données résultants est donc impérative. Cette transposition ne pourra se réaliser correctement que dans un cadre technique et administratif absolument strict et cohérent.

2.2 Complexité des problèmes de transformation

Pas de solution « miracle »

Autant le dire tout de suite, cet ouvrage ne contient pas et ne peut pas contenir de « recette miracle ». En matière de transformation, il n'y a pas de solution toute faite et chaque problème de transformation doit être analysé afin d'être considéré avec ses caractéristiques propres, avec les moyens techniques et financiers à disposition et en fonction des buts poursuivis. Une solution expédiée convenant à des données de faible qualité concernant, par exemple, des ruisseaux déterminés de manière peu précise, ne conviendra pas du tout aux données d'un cadastre urbain où la qualité, le rôle, le mélange, la densité et la proximité des informations sont très élevés.

Insistons encore sur le fait que des solutions mathématiquement irréprochables peuvent entraîner des déconvenues totales si le modèle, dans lequel elles opèrent ne correspond pas au type de données que l'on veut traiter. Ainsi, appliquer à des données réputées conformes une transformation affine ou les interpoler de manière inconsidérée, détruit leur qualité angulaire et peut être aussi néfaste qu'appliquer à des écarts totalement aléatoires une transformation de Helmert qui présuppose, elle, justement des caractéristiques de type systématique très précises (échelle, rotation, translation).

En plus il ne faut pas espérer obtenir une solution définitive « du premier coup ». Rien que le choix des points d'ajustage nécessite des essais et des tris qualifiés. L'appréciation du caractère adapté du modèle de transformation utilisé aussi.

Donc, une dernière fois:

En matière de transformations, il n'y a ni solution « miracle », ni résultat définitif immédiat.

Effets généraux ou cas particuliers

Depuis des années, les géomètres manipulent constamment les données numériques avec les « moyens du bord ». Ce n'est que petit à petit, avec une bonne dose de scepticisme, qu'ils se sont mis à utiliser des transformations toujours plus sophistiquées pour résoudre leurs problèmes.

L'effort principal, fait dans cette recommandation, consiste à classer les problèmes en grandes catégories afin de dépasser la résolution isolée de cas particuliers. Cet effort ne pourra être achevé qu'avec la participation des « exécutants - lecteurs » qui sont invités à communiquer leurs expériences au service spécialisé « Direction fédérale des mensurations cadastrales » afin de mettre à jour cet ouvrage et l'enrichir. En matière de transformation, il faut en effet dépasser le « coup par coup » et arrêter de résoudre « au petit bonheur la chance » des problèmes chacun pour soi.

Quelques limitations fonctionnelles des transformations et interpolations doivent encore être fixées:

Les **solutions globales** sont toujours lourdes mathématiquement. Si elles permettent de traiter, de manière efficace et sans intervention manuelle, des milliers de données, elles passent sans nuances sur les éventuels cas particuliers et risquent de niveler des spécificités locales mal intégrées dans leur modèle.

A l'opposé, le **traitement raffiné** de particularités ou la prise en compte des tendances locales passe par un traitement manuel important nécessitant des découpages subtils et donc une gestion lourde et onéreuse des données.

Aide à la décision

Le but recherché par la présente recommandation est d'aider les praticiens à faire des choix en matière de transformations et d'interpolations.

Les décisions sont à prendre avec une connaissance précise du type de données et des buts poursuivis. Le travail de l'ingénieur reste donc entier.

La responsabilité des opérations effectuées ne peut pas être imputée à cette recommandation qui n'est pas applicable sans réflexion supplémentaire, mais avec toute la finesse que requiert l'art de l'ingénieur.

Du danger des solutions « boîte noire »

L'ingénieur qui intègre diverses sources de données se voit proposer des solutions par les systèmes informatiques qui gèrent les géodonnées. Ces solutions « clefs en main » sont en général de qualité correcte, mais ne doivent pas être utilisées sans discernement. Quelle méthode se cache derrière le logiciel ? La précision du travail est-elle documentée ? etc. Une promesse du vendeur du genre « ne vous inquiétez pas, c'est bien calé » n'est dans tous les cas pas suffisante.

Interpolations et erreurs grossières

Un autre démon doit être combattu:

Les transformations et interpolations en elles-mêmes ne permettent ni la correction des fautes grossières « cachées », ni l'amélioration automatique et systématique de l'ensemble des données.

Une mensuration de faible qualité générale ne peut être que partiellement rectifiée:

- les **erreurs grossières** qui se cachent dans les données initiales à traiter doivent être détectées et ne peuvent être estimées que pour des données faisant l'objet de compensations rigoureuses nouvelles, de levés d'ajustage ou de contrôles nouveaux,

- les **biais systématiques** des données initiales, comme les facteurs d'échelle, ne peuvent être corrigés que de manière globale, sans tenir compte des variations diverses,
- les **écarts résiduels** sur les points d'ajustage peuvent être interpolés s'ils présentent une systématique suffisante et ne peuvent l'être seulement partiellement, sur des zones limitées et dans le respect des standards généraux établis a priori,
- les **erreurs de manipulation et de transcription** des valeurs déterminées à l'aide des données initiales ne peuvent être dépistées qu'à l'aide de nouveaux calculs ou de collationnements les concernant (nouvelle détermination et comparaison de surfaces, par exemple),
- l'**incertitude générale** des données initiales peut être certes évaluée par les erreurs moyennes des transformations, mais pas fondamentalement améliorée.

2.3 Utilité d'une référence régulièrement mise à jour

Une première synthèse des expériences faites

Cet ouvrage, qui en est déjà à sa 3e version, n'a pas la prétention de tout couvrir en matière de transformation ; il indique l'espace du possible en la matière, connu des auteurs, au moment de la rédaction.

L'évolution actuelle du géoréférencement dans tous les domaines nécessite aussi de s'intéresser à des masses de données concernant l'espace dans lequel nous vivons et qui sont élaborées par des tiers totalement étrangers à la MO et à ses exigences. En particulier, un référencement 3D est devenu très habituel dans quantité de domaines.

Les réactions des lecteurs en action sur le terrain devront continuer à l'enrichir par la fourniture d'exemples concrets et d'expériences nouvelles.

Les recherches à venir sur des méthodes, les nouveaux logiciels qui seront développés, les nouvelles expériences qui seront faites, viendront le compléter et le maintenir à jour aux cours des années.

3 Typologie des cas

Dans le cadre de la mensuration officielle, les cas à traiter en matière de transformation sont de deux ordres:

- D'une part, les problèmes d'intégration de données endogènes de la mensuration officielle dont la forme (analogique) ou le référentiel (Bonne, MN03) ne sont pas conformes aux standards actuels. Il s'agit de données apparues au cours de l'histoire de la MO, aujourd'hui parfois difficilement re-déterminables et nécessitant divers traitements pour être récupérées et intégrées dans le système d'information actuel de la MO. Dans la règle, il s'agit de travaux de transformation à n'exécuter qu'au niveau des données planimétriques.
- D'autre part, les problèmes d'intégration avec des données exogènes à la mensuration officielle et liés au développement de la numérisation générale des divers secteurs de l'activité humaine dans le territoire. Modèle 3D de terrain, cadastre des canalisations, images composées d'amas de points, dossiers architecturaux sous forme de BIM, etc. Il s'agit aussi bien, dans un sens, d'adaptation des données de la MO à transposer dans des systèmes de référence exotiques et que, dans l'autre sens, de la récupération des données de ceux-ci pour enrichir certains aspects de la MO, comme par exemple le cadastre RDPPF ou la propriété par étage. Une des caractéristiques de ces traitements est la nécessité de traiter la 3e dimension, soit directement par transformation de données 3D, soit en traitant par segmentation des données en 2D+1.

Les différents chapitres traitent des données endogènes, à part le chapitre 3.7 qui traite des données exogènes. On notera enfin qu'une partie des expériences faites sur les données anciennes de la MO perd petit à petit de son intérêt, ces données ayant bientôt été toutes intégrées ou remplacées.

Constats

L'introduction progressive des méthodes numériques au XXe siècle a permis de mettre en évidence des lacunes dans le référencement et la précision des mensurations existantes:

- une **qualité** assez **inégale de la triangulation de 4e ordre en MN03** souvent déterminée par des méthodes « point par point » et générant ainsi des tensions entre des points relativement proches, mais issus de calculs différents mal coordonnés,
- des **lacunes dans le calcul et des faiblesses dans les compensations**, en particulier pour certains cheminements polygonaux et de certains réseaux compensés de manière simplifiée, structurés uniquement à l'aide de points nodaux, voire avec une simple hiérarchie en polygonales principales et secondaires,
- des **facteurs d'échelle considérables,** grossièrement corrigés, voire plus ou moins ignorés lors des mensurations semi-numériques à l'aide de la mesure optique des distances,
- des **insuffisances dans les surdéterminations et les contrôles** des mesures effectuées dans le passé,
- des **faiblesses** du point de vue de la précision **dans les pratiques de mise à jour** (reconstruction approximative de points fixes par exemple),
- des **incohérences** introduites lors **de la mise à jour** (mauvais calage des données nouvelles dans les anciennes par exemple).

L'exécution des numérisations, ont également fait apparaître d'autres problèmes, comme:

- le **retrait** physique des plans en carton sur lesquels les données étaient reportées,
- des axes de coordonnées reportés tardivement sur des plans existants et décalés par rapport au système officiel
- des **incohérences de contenu** en limite de plan et dans les domaines publics, dus à une mise à jour incomplète (données manquantes, tracés de ruisseaux différents, etc.)
- des **lacunes** dans la mise à jour des données autres que la propriété foncière (éléments ignorés par l'opérateur).

L’expérience accumulée ces dernières années en matière de transformations géométriques des données de la MO permet aujourd’hui de dégager divers cas classiques et ainsi de ne plus recommencer l’analyse des problèmes à résoudre « à zéro » et profiter des aides à l’analyse et des solutions mises en place.

En matière de gestion numérique des données, les prescriptions fédérales actuelles (MO93) fixent des bases cohérentes qui permettent de systématiser les actions et d'aborder de manière structurée et organisée les divers problèmes afin d'apporter les solutions adaptées à chaque cas. En particulier, les critères d’appréciations des données existantes sont clairement définis dans des directives concernant d’une part les points fixes (novembre 2005, actualisée décembre 2009 et décembre 2010) et d’autre part les points limites existants (septembre 1994). Les dernières adaptations des ordonnances pour les erreurs moyennes à craindre à respecter selon les niveaux de tolérances ont introduit la notion **précision planimétrique absolue** (art. 28 et suivants de l’OTEMO) des objets alors que les exigences précédentes ne concernaient que les erreurs relatives locales. La notion de **tensions locales** et la définition de **zones de tensions négligeables** est venue compléter les exigences ponctuelles (Recommandations « Analyse des tensions locales pouvant affecter des mensurations et délimitation des zones où les tensions sont négligeables », février 2011).

Chaque fois, avant de se lancer dans des transformations complexes, il faut juger rapidement si les données à transformer méritent réellement de l'être en raison de leur caractère irremplaçable ou de la difficulté à les reconstituer. Dans tous les cas où le traitement de données existantes nécessite un effort sans commune mesure avec l'intérêt qu'elles présentent, on passera à des opérations consistant à les déterminer à nouveau dans le système de référence final avec des mesures nouvelles de la qualité désirée.

La pratique montre cependant que les utilisateurs ont souvent besoin de données rapidement, la précision n'étant qu'un critère parmi d'autres. La mise à disposition des données existantes imparfaites est souvent la solution à court terme pour fournir une prestation à bon marché. Le rythme et le coût des mensurations nouvelles sont tels que ce type de solution ne peut être envisagé qu'à moyen et long terme et ceci seulement pour une partie du territoire dont la valeur commerciale le justifie.

Par ailleurs, les géomètres ont accumulé au cours des années des quantités de données numériques plus ou moins bien gérées et mises à jour. Ces données, dont la qualité et la précision sont suffisantes vis-à-vis des standards actuels, doivent très souvent être également retouchées et transformées pour s'intégrer le mieux possible dans un système de coordonnées unifié. Différents cas généraux ont donc été examinés.

3.1 Passage d'un référentiel géodésique à un autre

3.1.1 Projection locale dans un système cartésien moderne

En général, la méconnaissance des paramètres de projection anciens ainsi que leur relation avec le système de projection en vigueur, les lacunes dans les mesures et les compensations des réseaux anciens, font que la recherche et l'utilisation de formules de projection et de formules de transferts mathématiques entre projections sont souvent vouées à l'échec. On se contente, alors, des méthodes de calage locales (Helmert et affine) à l'aide de points de calage, complétées d'interpolations si nécessaire.

3.1.2 Passage de la projection de Bonne à la projection cylindrique

Historiquement, c'est le principal cas rencontré en Suisse. De nombreuses mensurations d’avant 1912 ont, en principe, subi une projection dans l'ancien système équivalent conique de Bonne.

La relation théorique entre la projection de Bonne et la projection du système national actuel est connue et documentée.

Malheureusement, même pour ce cas bien connu, il faut noter que les tentatives de transformation en utilisant les formules théoriques, donnent, bien souvent, des résultats biaisés. Le calage dans le système national, de données digitalisées sur des plans anciens, à l'aide des quadrilles de ces plans, n'aboutissent souvent que de manière très approximative par les calculs théoriques vu les libertés qu'ont parfois prises les auteurs des plans anciens avec les divers systèmes de projection. Seules des intégrations locales, plan par plan ou par groupe de plans, à l'aide de transformations de type Helmert ou affine complétées d'interpolations si nécessaire, permettent, en s'appuyant sur des points de calage, de transformer finement ces données dans le système actuel.

3.2 Passage d'un cadre de référence à un autre

La Suisse est actuellement (2017) en fin d'un processus de changement de cadre de référence. La détermination du nouveau cadre de référence de la mensuration nationale 1995 (MN95) et son adoption comme cadre de référence de la Mensuration officielle en remplacement de MN03 a entraîné la mise en place d'un concept d'adaptation des données connues dans le cadre MN03 (triangulation ancienne, polygonation, mensurations de détail numériques et numérisées). Ce processus complexe est géré par swisstopo.

En résumé, la transformation des données anciennes dans le nouveau cadre de référence provoque des problèmes de stratégie de transformation et d'interpolation à ne pas négliger:

- si une transformation valable globalement pour la Suisse est relativement facilement déterminable y compris les corrections des distorsions au niveau de la mensuration nationale, la transformation des données locales, influencées par les caractéristiques des ordres de triangulation inférieurs, de la polygonation et du levé de détail, reste un problème qui ne peut être résolu que par des renouvellements parfois très lourds (interpolations, nouvelles compensations voire redéterminations complètes).
- la méthode de transposition MN03 ⇔ MN95 choisie doit être stable dans le temps et réversible ; les problèmes de bordures ne doivent pas être négligés. Après une première période (1995 - 2006) où seule une transformation **provisoire** était à disposition (transformation affine à l'aide de 468 triangles s'appuyant sur 263 **P**oints d'**A**ppui de **T**ransformation et contrôlés par 100 **P**oints de **C**ontrôle) une solution stable à long terme a été consolidée en automne 2006, **CHENyx06**, (11'731 triangles d'affinités s'appuyant sur 5925 **PAT** et contrôlés par 46'601 **PC**) et pour laquelle l'ensemble des distorsions au niveau des PFP1 et PFP2 sont résolues. Cette belle unité n'a pas duré longtemps, plusieurs cantons estimant que la solution adoptée en 2006 étant imparfaite ont produit ensuite une version cantonale plus fine pour l'exécution de cette transposition : BSENyx13 à Bâle–Ville, BEENyx15 à Berne, NEENyx16 à Neuchâtel, FRENyx17 à Fribourg, …
- La multiplication des solutions plus fines que CHENyx06 au niveau des cantons n'épuise malheureusement pas en général le problème de la rectification des tensions locales avec élimination complète des zones avec tensions non négligeables. Dans les pires des cas, c'est en effet une reprise fondamentale de la mensuration de détail qui est nécessaire pour assainir des mensurations déjà médiocres initialement et abîmées au cours du temps par une mise à jour inconséquente.
- la coexistence certaine immanquable des deux cadres de référence, pendant des années (jusqu'à 2016 pour la MO, 2020 pour les autres données de la Confédération et peut-être plus tard pour les utilisateurs privés) pose une série de problèmes d'identification et de crédibilité vis-à-vis des utilisateurs. Il y a donc lieu d'organiser et gérer la transposition de manière stricte, afin qu'elle reste totalement ordonnée et maîtrisée.

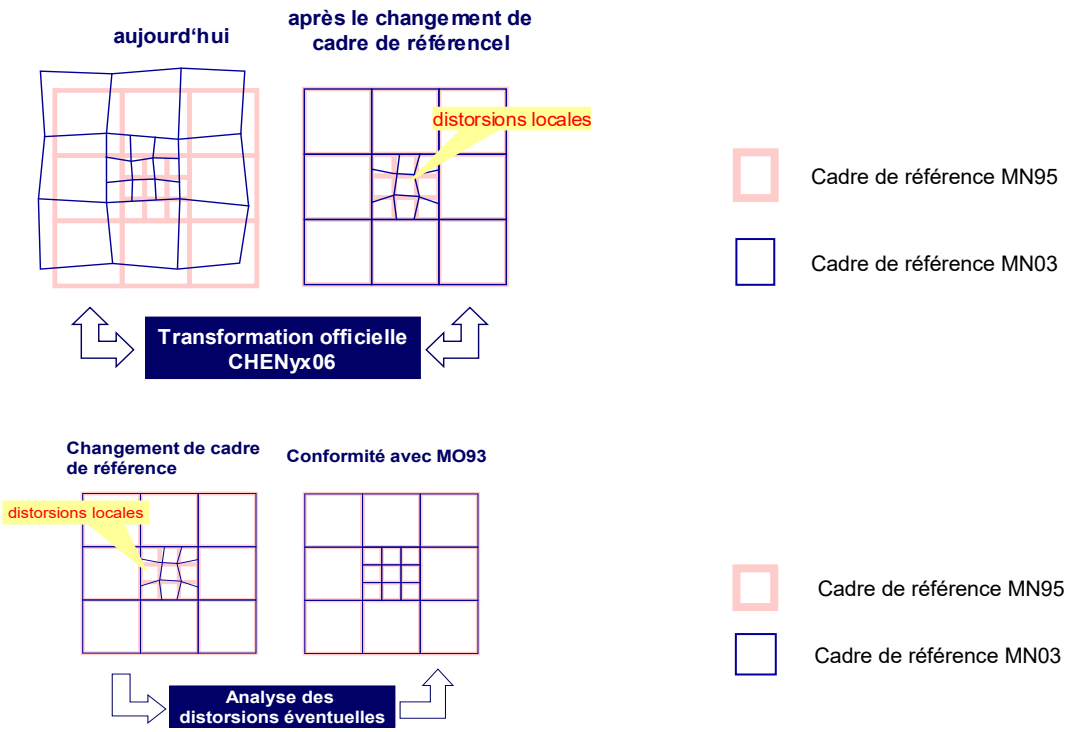


Figure 1: Transformation de MN03 vers MN95, puis correction des distorsions locales

3.3 Transformations en altimétrie

3.3.1 Remarques introductives

Avec l'introduction, dans les applications de mensurations de tous les jours, des méthodes de mesures basées sur les satellites, les utilisateurs se trouvent confrontés à des questions et des notions qui n'étaient, depuis toujours, abordées que dans la problématique de géodésie supérieure. En particulier, des notions techniques comme « hauteurs ellipsoïdales », « modèle du géoïde » ou « ondulations du géoïde », et dans une moindre mesure « déviation de la verticale », « altitudes usuelles » ont dû être introduites dans le langage du géomètre. Qu'est-ce qui se cache la-derrière ? A quoi les utilisateurs doivent-ils être attentifs s'ils veulent déterminer correctement des altitudes en Suisse? Le chapitre qui suit tente de donner des directives et recommandations indiquant quelles règles doivent être observées lors de la détermination d'altitudes officielles en Suisse.

Comme partie intégrante de MN95 et en complément aux altitudes usuelles NF02 en vigueur, swisstopo a introduit le réseau altimétrique national RAN95 dans la géodésie nationale. La conception et la réalisation de RAN95 sont documentées dans le Docu Nr. 20 de swisstopo (Schlatter, Marti, 2007) ainsi que dans (Schlatter, 2007). Ces deux rapports sont à considérer comme les descriptions complètes des systèmes et types d'altimétrie, de la création de NF02 et de la réalisation du passage entre les deux cadres altimétriques RAN95 et NF02 utilisés en Suisse. Le présent chapitre ne contient que les aspects principaux des déterminations altimétriques touchant la mensuration officielle et constitue une version résumée 'du traitement des altitudes' dans le Docu Nr. 21 de swisstopo (Vogel et autres, 2009).

3.3.2 Types d'altitudes

Strictement parlé, le « type d'altitudes » est un des deux éléments constitutifs de la définition d'un système de référence altimétrique physique rigoureux. Deux informations suffisent en effet : l'une est la référence altimétrique (origine) à définir, l'autre la « sorte », le « type » d'altitudes utilisées. Dans le cas présent, le terme « types d'altitudes » est utilisé comme concept général pour les diverses réalisations altimétriques avec les quelles les utilisateurs sont confrontés en Suisse.

3.3.2.1 Altitudes usuelles NF02

Dans les bases légales (LGéo), le cadre de référence altimétrique est donné par les « altitudes usuelles NF02 ». Pratiquement, toutes les informations altimétriques données en Suisse, sur les cartes, les plans et dans les bases de données de la mensuration officielle, etc. sont des altitudes usuelles, respectivement des altitudes se référant au cadre de référence NF02. Elles résultent des mesures brutes du nivellement fédéral (dès le début du XXe siècle et jusqu'à ce jour) contraintes dans le « Nivellement de précision » de la Commission Géodésique Suisse (1864-1891). Le nom de NF02 a été adopté car il correspond à la fixation, en 1902, de la valeur de 373.6 m pour l'altitude origine (Repère Pierre du Niton dans la rade de Genève). Des réductions gravimétriques, apportées lors du calcul des altitudes rigoureuses en France ou en Allemagne par exemple, n'ont jamais été prises en compte dans le calcul des altitudes officielles en Suisse. Les réseaux de points fixes altimétriques cantonaux et communaux (PFA2 et PFA3), la triangulation de IVe ordre (aujourd'hui PFP2) et les points fixes pour la mensuration parcellaire (PFP3) forment depuis le début du XXe siècle la densification du cadre de référence altimétrique NF02 pour la mensuration officielle (MO) et pour d'autres ouvrages nécessitant une référence altimétrique (cadastre des canalisations, plans d'aménagement, etc.).

3.3.2.2 Hauteurs ellipsoïdales (WGS84 / MN95)

Avec l'arrivée du GPS puis, plus tard, des techniques de mesure GNSS pour la navigation et la mensuration de tous les jours, les utilisateurs ont été directement ou indirectement confrontés aux altitudes ou « hauteurs ellipsoïdales », qui correspondent à la longueur des normales à l'ellipsoïde de référence utilisé (voir Figure 3). Au début, ce furent principalement les hauteurs ellipsoïdales dans le système WGS84 (ou ETRS89).

La plupart des capteurs GNSS permettent cependant de travailler dans le système de référence officiel suisse CH1903+ (voir chapitre 4.2.1). Les hauteurs ellipsoïdales qui en résultent se réfèrent à l'ellipsoïde de Bessel 1841, qui a été calé pour reprendre les caractéristiques suisses. On les nomme ainsi hauteurs ellipsoïdales MN95.

Les écarts entre les hauteurs ellipsoïdales WGS84 et MN95 sont très importants (de 46 à 53 mètres), ce qu'illustre la Figure 2 qui suit. A quelques mètres près, ils correspondent donc également à l'écart entre les altitudes WGS84 et les altitudes usuelles officielles. Il y a donc, dans la règle, pas de grand risque de confusion (par contre des confusions dans le cadre de la navigation représentent de grands dangers).

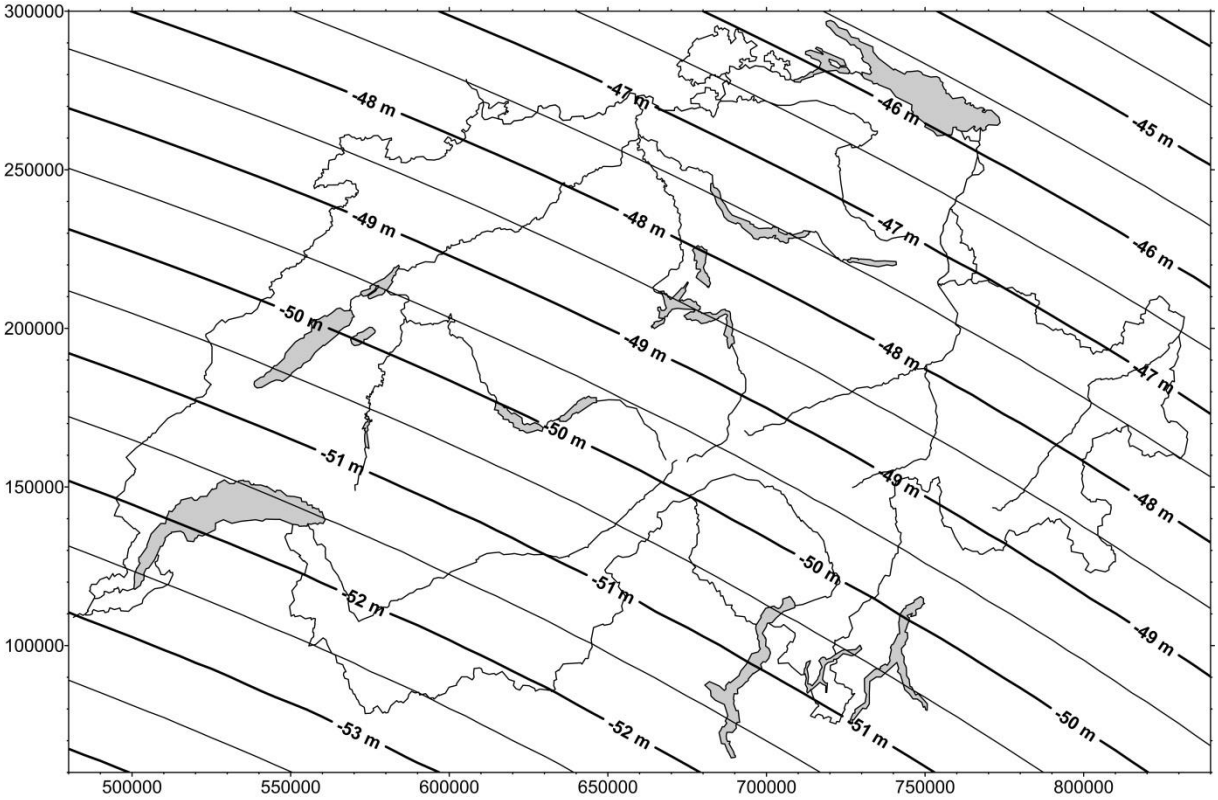


Figure 2: Ecarts altimétriques entre hauteurs ellipsoïdales MN95 et WGS84

3.3.2.3 Altitudes orthométriques et modèle du géoïde CHGeo2004

Les altitudes RAN95 sont définies comme altitudes orthométriques et correspondent ainsi à la longueur de la verticale par rapport au géoïde. Le géoïde correspond à la surface équipotentielle qui peut être assimilée à la prolongation de la surface de la mer sous la croûte terrestre. Entre altitude orthométrique H, hauteurs ellipsoïdales h et ondulation N on a la relation $H_{orth} = h_{ell} – N$. (voir Figure 3). Si l'on corrige les hauteurs ellipsoïdales de l'ondulation du géoïde, on obtient les altitudes orthométriques. Les hauteurs ellipsoïdales MN95, le modèle du géoïde CHgeo2004 et les altitudes orthométriques RAN95 sont donc à considérer comme les composantes inséparables du système de référence CH1903+.

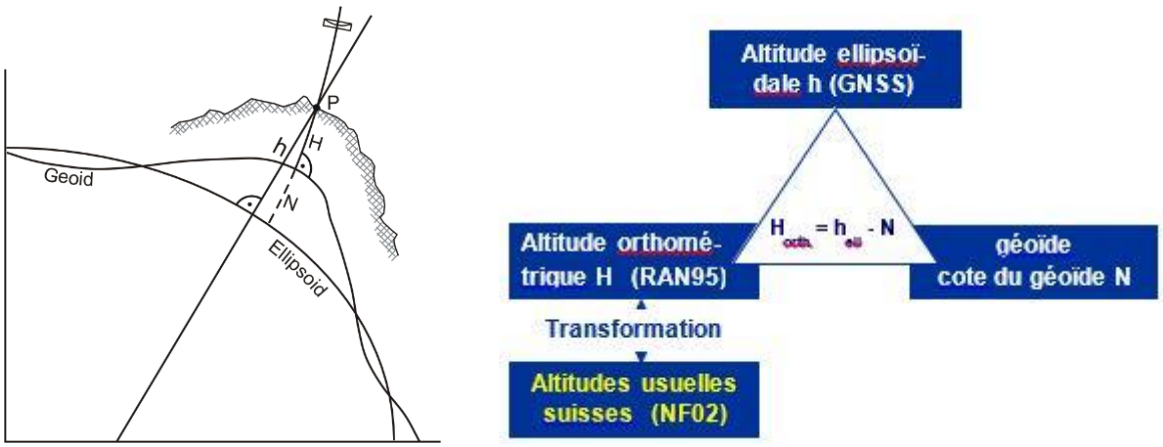


Figure 3: Liens entre hauteurs ellipsoïdales, altitudes orthométriques MN95, modèle du géoïde et altitudes usuelles NF02

Des altitudes RAN95 peuvent être calculées directement et de manière rigoureuse par les systèmes GNSS et le modèle de géoïde (CHGeo2004) à l'aide des hauteurs ellipsoïdales mesurées. Leur qualité dépend alors de la précision des mesures GNSS et du modèle de géoïde. Cette détermination simple et absolue des altitudes par des méthodes satellitaires constitue le principal avantage du nouveau réseau altimétrique RAN95 pour l'utilisateur.

Comme le montre la carte des ondulations du géoïde CHGeo2004 (voir Figure 4), les écarts par rapport à l'ellipsoïde sont de l'ordre de +/- 5 mètres, mais sont en grande partie inférieurs à 1 mètre sur le plateau. Les altitudes RAN95, les hauteurs ellipsoïdales MN95 et, comme exposé plus loin, les altitudes usuelles NF02 peuvent ainsi facilement être confondues. Cela constitue ainsi un danger réel de confusion et de mélanges non volontaires.

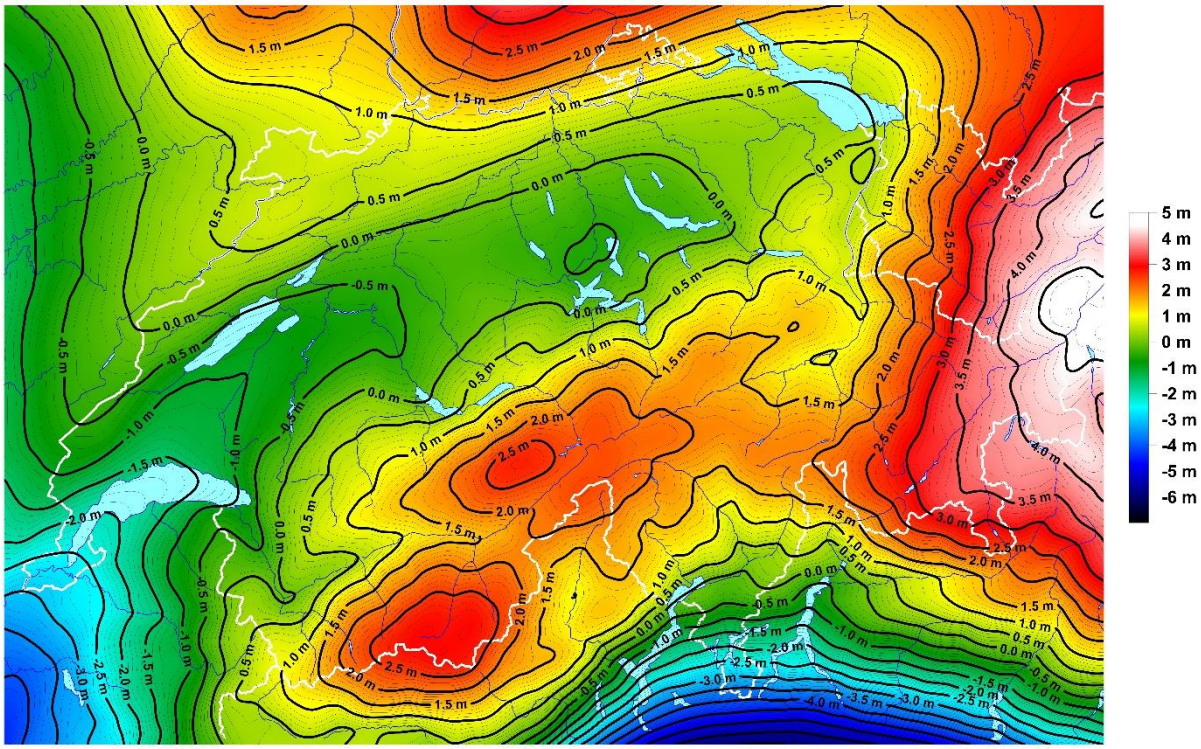


Figure 4: Modèle du géoïde de la Suisse CHGeo2004

3.3.3 Différences entre altitudes usuelles NF02 et altitudes orthométriques RAN95

La Figure 5 montre des différences ponctuelles entre RAN95 et NF02 le long des lignes du réseau de nivellement fédéral (RNF) et de quelques lignes complémentaires cantonales. Résumé de manière simple, ces différences se situent entre -20 cm et +40 cm, plutôt négatives au Nord de la Suisse et en majorité positives dans les Alpes. Une analyse plus fine révèle que les différences, à côté d'une composante liée à la position planimétrique ont aussi une composante liée à l'altitude (voir par exemple la ligne du col du Susten). Fondamentalement, les différences sont dues à trois causes distinctes :

- les contraintes (tensions) du réseau NF02, respectivement les incohérences du Nivellement de Précision des années 1864-1891 sous-jacent.
- l'influence des variations d'altitudes en Suisse :
  la bien connue surrection alpine, atteignant jusqu'à 1.5 mm par an (par rapport au plateau), entraîne une modification réelle des altitudes de 15 cm en 100 ans par exemple.
- une part systématique due au champ de pesanteur :
  les différents types d'altitudes, nivelées ou orthométriques, montrent, le long des routes des cols des alpes, des écarts de l'ordre de 1 cm par 100 mètres de différence d'altitudes, respectivement un facteur d'échelle de l'ordre de 100 ppm.

Une analyse des diverses composantes peut être trouvée dans le Docu Nr. 20 de swisstopo (Schlatter, Marti, 2007). Comme pour les différences entre les cadres de référence planimétriques MN03 et

MN95, il existe, en altimétrie, des déformations locales qui ne peuvent pas être mise en évidence par le nivellement national.

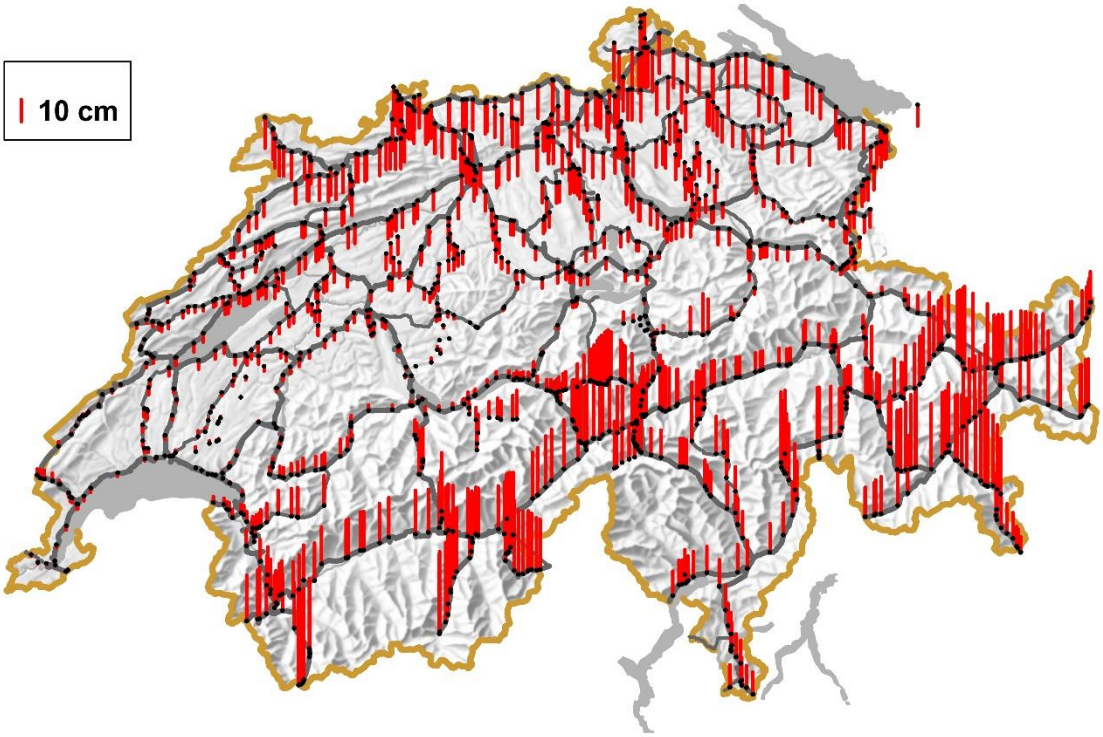


Figure 5: Différences entre altitudes orthométriques RAN95 et altitudes usuelles NF02 sur une série de PFA1

3.3.4 Situation de départ et conséquences pour la détermination des altitudes

L'intention initiale du projet MN95 était de remplacer les altitudes NF02 par les altitudes RAN95 dans la mensuration officielle. Malgré les avantages importants du nouveau réseau national RAN95 (détermination par GNSS) il fut décidé en 2002 que NF02 resterait le cadre de référence altimétrique pour la mensuration officielle et qu'on renoncerait à son remplacement par RAN95. Cette décision fut confirmée plus tard dans l'ordonnance sur la géoinformation (OGéo art.5). La majorité des experts impliqués à l'époque dans cette décision était de l'avis que des données altimétriques absolues étaient dans la pratique d'une importance relativement faible et que les inhomogénéités du cadre de référence actuel NF02 étaient, à la différence de la planimétrie, peu gênantes. Par contre, la précision relative entre les points altimétriques voisins restait d'importance et devait être prise en considération. Cette dernière n'était pas (encore) atteinte par les mesures GPS.
Ces considérations de base ont conduit au fait que de nombreux utilisateurs du RAN95 ne voient pas directement les avantages de celui-ci. En outre, des aspects tels que le risque de confusion (les différences sont en partie très faibles et de nouvelles altitudes ne peuvent être distinguées comme en situation par un décalage artificiel) ainsi que le fait qu'une multitude d'altitudes existent sous une forme qui rend impossible une transformation (données analogiques, altitudes avec coordonnées planimétriques manquantes, séries chronologiques, etc.) ne parlent pas en sa faveur.

La décision eut comme conséquence que l'ensemble des altitudes existantes en Suisse n'ont pas été influencées par le changement de cadre de référence MN03 ⇔ MN95. Cela a aussi eu comme conséquence que, lors de l'utilisation du GNSS pour la détermination d'altitudes usuelles, la précision initiale du système et l'utilisation d'une méthode simple ont été limitées. Indépendamment de ceci, swisstopo fut chargé de développer une transformation qui devait aussi bien pouvoir être utilisée en temps réel (dans les récepteurs GNSS, respectivement dans les services de correction) que pour le post traitement.

3.3.5 La transformation altimétrique HTRANS

Le logiciel de transformation HTRANS a été développé en se basant sur les données du nivellement fédéral, respectivement sur les écarts entre les altitudes orthométriques RAN95 et les altitudes usuelles NF02 d'environ 1'400 points fixes altimétriques de la catégorie 1 (PFA1). Les différences entre altitudes orthométriques de RAN95 et NF02 (-20 cm au Nord du pays et +40 cm dans les plus hauts cols des alpes) sont fortement corrélées avec l'altitude sur mer. Elles ne peuvent pas être modélisées de manière très précise par de simples décalages dans une grille en raison de la prise en compte du champ de pesanteur et des mouvements ascensionnels dans MN95 et des contraintes introduites dans NF02. Pour résumer de manière simple, les différences entre ces deux cadres de références sont traitées, par la transformation à l'aide de HTRANS, selon deux composantes : la première est constituée de la différence entre NF02 et les altitudes normales[1] et la deuxième d'une échelle altimétrique locale qui modélise les différences entre altitudes orthométriques et normales. La Figure 6 montre, en plan, pour l'ensemble de la Suisse, les écarts modélisés par HTRANS.

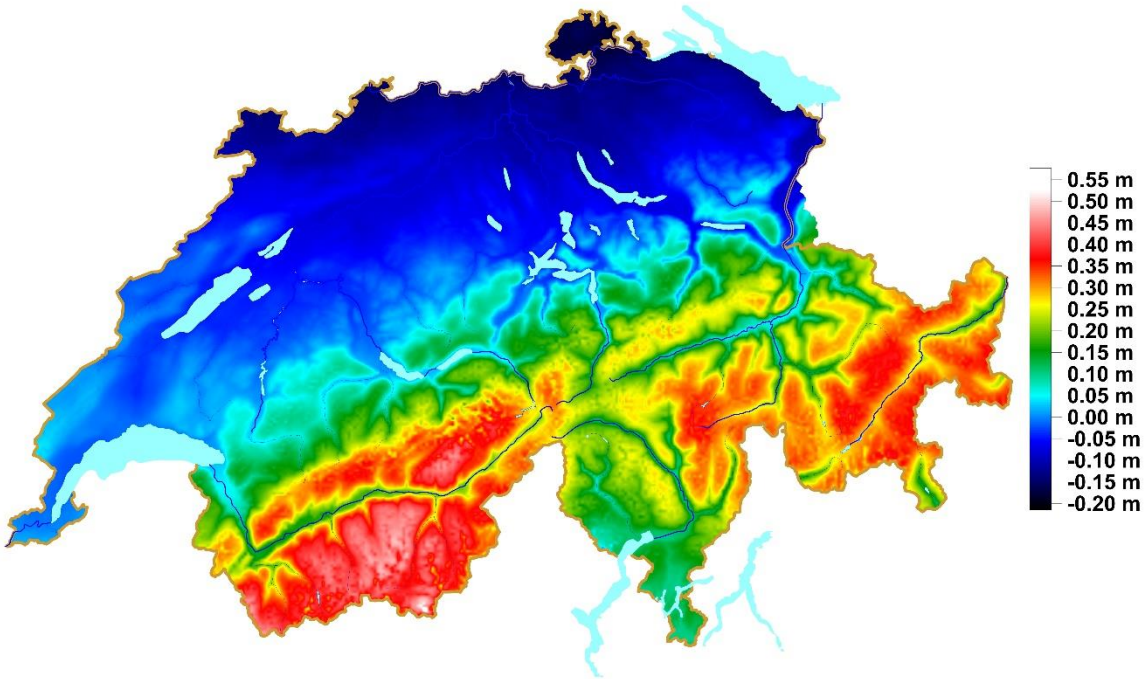


Figure 6: Vue générale des différences globales entre RAN 95 et NF02 calculées par HTRANS

Les routines HTRANS font partie du module REFRAME à l'intérieur du logiciel GeoSuite, qui couvre les transformations planimétriques et altimétriques pour la mensuration officielle (voir chapitre 5). En plus, swipos - GIS/GEO (service de positionnement GNSS de swisstopo) propose, en alternative, un service HTRANS en temps réel pour une détermination automatique des altitudes NF02.

3.3.6 MN95 (ell.) ⇔ RAN95 ⇔ NF02 : Application et limites

Pour obtenir des altitudes NF02 qui sont conformes au cadre de référence officiel, il faut tout d'abord se situer correctement dans le bon triangle selon Figure 3, cela veut dire obtenir des hauteurs ellipsoïdales à l'aide du récepteur correctement configuré dans le cadre MN95, puis de les transformer en altitudes orthométriques à l'aide du modèle de géoïde CHGeo2004 (intégré au récepteur ou par post traitement). Ensuite, il faut les corriger à l'aide de HTRANS pour obtenir des altitudes usuelles NF02 approchées. Dans la règle cela se passe comme suit :

[1] Les valeurs de référence pour un calcul strict des altitudes sont les cotes géopotentielles. Celles-ci sont constituées de l'addition des valeurs des différences d'altitudes nivelées et des observations gravimétriques. Les altitudes orthométriques en sont déduites en corrigeant les cotes géopotentielles à l'aide des valeurs moyennes (vraies) de la gravité le long des verticales. Pour le calcul des altitudes normales par contre, on utilise des valeurs de la gravité normalisées, calculées simplement et sans autre hypothèse à l'aide de formules mathématiques.

1er pas : Transformation des hauteurs ellipsoïdales MN95 en altitudes orthométriques RAN95 avec le modèle officiel de géoïde de Suisse CHGeo2004 (corrections jusqu'à +/- 5 m). Ce modèle est également disponible pour une interpolation biquadratique selon une grille de 1 km de côté qui peut être directement implémentée dans le récepteur, dans le logiciel de traitement ou dans le service de positionnement.

2e pas : Transformation des hauteurs ellipsoïdales RAN95 en altitudes usuelles NF02. Les différences peuvent varier en Suisse de -20 cm à +60 cm et sont fortement corrélées avec l'altitude sur mer. La configuration de la transformation altimétrique à l'aide d'un facteur d'échelle local rend son intégration dans un récepteur problématique. Des solutions approchées par des valeurs sur une pure grille kilométrique (combinée avec le modèle de géoïde) entraînent une baisse sensible de la précision. HTRANS est à disposition comme logiciel de traitement, intégré par exemple comme module dans GeoSuite-REFRAME, et peut aussi être utilisé par un service de positionnement.

3e pas : Intégration locale. L'intégration à l'aide de HTRANS ne doit être considérée, dans de nombreuses régions de Suisse, que comme une solution approchée nécessitant, pour la plupart des travaux, un rattachement aux altitudes NF02 des points fixes alentours. En particulier, en dehors des lignes du réseau national de nivellement et dans les zones de montagne, on doit compter avec des écarts de l'ordre de 10 à 15 cm. HTRANS ou la grille combinée « HTRANS+géoïde » ne devraient pas être utilisés directement sur le terrain dans le cadre de la détermination de réseaux de points fixes planimétriques (indépendamment de la méthode de mesure GNSS). Cette exigence et le procédé exact sont contenus dans les directives pour la détermination des points fixes en mensuration officielle et sont obligatoires pour la détermination des points fixes planimétriques 2 (PFP2). Il reste cependant admis que dans des zones clairement limitées (distantes de quelques centaines de mètres des points de calage et avec des différences d'altitudes petites) le calage peut être exécuté à l'aide d'une simple translation verticale.

Que l'on soit capable de maintenir de cette façon, « au sens de ses concepteurs », la cohérence du cadre de référence des altitudes usuelles à long terme est plus que douteux. Des mélanges et des confusions avec les déterminations altimétriques par GNSS sont à prévoir ou même ont déjà été introduites (de manière consciente ou pas) dans les points fixes de la mensuration officielle. Un calage local signifie des dépenses supplémentaires et est parfois compliquée hors de la zone à bâtir, vu la densité réduite de points fixes.

L'office fédéral de topographie se réserve le droit de modifier aussi bien le modèle de géoïde que HTRANS, en fonction de nouveaux résultats de la mensuration nationale et ceci dans le but d'améliorer la précision altimétrique et l'actualité des données.

3.4 Renouvellement de réseaux de points fixes

L'achèvement de la triangulation de 4e ordre avait marqué dans les années 50 la fin, croyait-on, d'une tâche nationale. Des tiraillements de plusieurs dizaines de centimètres, entre points proches, ont été constatés dès les années 60, en particulier grâce aux premiers pas de la photogrammétrie numérique et de la mesure électronique des distances. Ils ont permis de conclure que, parfois, la triangulation ne permettait pas d'envisager à long terme une gestion cohérente des mensurations en partition du territoire. (Réf. séminaire triangulation ETHZ 1976)

Une des conséquences qui n'a pas fini d'inquiéter les géomètres a été l'obligation de redéterminer des secteurs entiers de triangulation. Le canton de Vaud, riche en mensurations numériques, a ainsi vu sa triangulation complètement remise en cause par de nouvelles déterminations des ordres supérieurs, puis inférieurs avec des conséquences considérables, notamment sur les coordonnées des points de polygone et de détail des mensurations cadastrales numériques en vigueur.

Les conséquences sur la triangulation existante et les méthodes utilisées à ce propos sont traitées au chapitre 3.4.1.

Les conséquences sur la polygonation existante et les points de détail sont traités au chapitre 3.5.

Le but à atteindre est de doter les niveaux « inférieurs » de coordonnées cohérentes avec le réseau renouvelé.

N.B. L'introduction du nouveau cadre de référence 1995 (MN95) en remplacement du cadre de référence MN03, pose des problèmes du même ordre vis-à-vis des points fixes supérieurs anciens déterminés de qualité optimale vis-à-vis des mensurations de détail exécutées dans le passé, même si elles l'ont été selon des standards modernes.

3.4.1 Gestion des conséquences de la redétermination d'un ordre supérieur sur un ordre inférieur

La forte hiérarchie des triangulations classiques dans MN03, avec des points de 1er ordre intangibles quoique parfois contestables en position absolue et des points de 4e ordre soumis à d'autres contraintes locales, n'a plus la même importance dans le cadre de référence MN95.

La qualité des points supérieurs (PFP1 et PAT) de MN95 est telle que leur intangibilité ne crée pas, dans les ordres inférieurs, des contraintes lors de la détermination subséquente des PFP2 et PC.

Par contre, le mélange de points déterminés dans MN95 et de points anciens maintenus et interpolés par CHENyx06, fait apparaître des écarts parfois significatifs.

Enfin, malgré les méthodes modernes de mesure et de calcul, la redétermination complète d'un ordre de triangulation ancien s'effectue, pour les points existants, dans des conditions en général moins favorables que celles rencontrées lors de la triangulation initiale (points endommagés, nouvelles constructions, extension des forêts, etc.). Par contre, la diminution drastique des densités exigées pour les PFP2, compense ces contraintes en permettant un choix judicieux de points conservés.

Un certain nombre de **points nouveaux**, tenant compte des nouvelles situations mises en évidence sur le terrain (dégagements pour mesures GNSS, visées actuellement possibles, évolution de la construction autour des points existants et sur les sommets) est malgré tout souvent **nécessaire**.

En ce qui concerne les **points existants redéterminés**, les **écarts constatés** peuvent être dus à divers facteurs de différenciation globaux et locaux :

- canevas et qualité des mesures (autre structure de réseaux, autres directions, nouvelles distances plus nombreuses et de meilleure qualité, sessions GNSS),
- compensation des mesures (utilisation de méthodes de compensation globales non simplifiées pour de plus grands ensembles de mesures),
- dégradation des points ou rétablissements antérieurs des points (points non identiques),
- déplacements non voulus des points (glissements, enfoncements, etc.)
- interpolation de contrôle par CHENyx06 donnant des résultats forcément légèrement différents de ceux de la redétermination

Les **écarts cohérents** issus de phénomènes globaux sont résorbés à l'aide de méthodes d'intégration simples, telles que les transformations géométriques (translations, transformations de similitude ou affine) et en particulier CHENyx06, les éventuels écarts résiduels sont résorbés par interpolation locale.

Si les **écarts** sont **incohérents** mais avec des systématismes locaux, la transformation sera abandonnée au profit d'une interpolation locale.

En cas de **chaos profond**, la relation entre l'ancienne détermination et la nouvelle ne peut plus être déterminée et les points doivent tous être considérés comme nouveaux et donc tous redéterminés.

Les écarts particuliers issus de phénomènes locaux, par exemple à l'intérieur d'un triangle de CHENyx06, sont soit :

- lissés à l'aide d'interpolations limitées,
- écartés, en considérant le point comme nouveau plutôt que redéterminé.

Le nombre de points connus dans les deux systèmes et la cohérence des écarts détermine la suite des opérations sur les ordres inférieurs avec soit :

- **une transformation et/ou interpolation, en cas de cohérence suffisante et matérialisation de bonne qualité,**
- **un recalcul des mesures initiales avec d'éventuelles redéterminations partielles, si la matérialisation est suffisante, les mesures aisément disponibles et les corrections légères,**
- **une redétermination complète des points existants encore adaptés complétés si nécessaire par de nouveaux points, en cas d'incohérences notoires et de matérialisation déficiente.**

3.5 Modification d'un réseau de PFP local et de points de détail suite à une redétermination d'ordre supérieur

Les conséquences sur les réseaux de points fixes de détail (PFP3) et sur les points de détail d'un renouvellement de référentiel, tel qu'explicité au chapitre 3.4 sont énumérées et décrites ici. Elles sont particulièrement d'actualité avec le changement de cadre de référence et ont déjà fait l'objet de directives et d'expériences en Valais (voir chapitre 7).

Il est admis qu'a priori, toutes les informations sont connues de manière numérique et informatisée. L'objectif est d'amener, avec des écarts résiduels tolérables, des coordonnées existantes dans le référentiel de l'ordre supérieur renouvelé, avec les difficultés suivantes à résoudre:

- les ordres supérieurs sur lesquels les deux systèmes sont rattachés ne sont souvent pas identiques (nouveau cadre MN95 et ancien cadre MN03 par exemple), comme les mesures effectuées et leur mode de compensation,
- les points fixes locaux (points de polygone) ont été déterminés par vagues successives (lots de mensurations et cheminements de mise à jour), avec des moyens de mesure anciens et de compensation simples,
- à tous les niveaux, la matérialisation sur le terrain peut connaître des lacunes plus ou moins graves (points abîmés, détruits ou disparus) et des mutations (rétablissements et changements de nature), voire des glissements de terrain
- la position de certains points fixes existants pouvant ne plus être adaptée aux conditions actuelles (constructions, circulation, possibilité de mesures GNSS, etc.) ceux-ci doivent être abandonnés.

L'objectif à atteindre est une adéquation locale, <u>jusque dans la mensuration de détail</u>, des données renouvelées à partir des anciennes déterminations, avec les points fixes d'ordre supérieur renouvelés.

Les stratégies de

- **redétermination complète**
- **transformation et interpolation**
- **recalcul avec nouvelle compensation des PFP**

doivent être modulées selon les conditions particulières de chaque cas, soit

- **nature des écarts** (aléatoires ou systématiques)
- **qualité des compensations originales**
- **qualité actuelle de la matérialisation**
- **qualité recherchée**
- **masse des données à traiter**
- **moyens informatiques à disposition**
- **moyens financiers à disposition**

Le traitement des **points fixes** et des **points de détail** peut différer. En effet, le mode de compensation des points fixes peut être amélioré et leur nombre est en général 10 à 20 fois plus petit que celui des points de détail, ce qui permet un traitement plus raffiné.

3.5.1 Redéterminations partielles ou complètes

Il apparaît souvent nécessaire d'opérer des redéterminations, soit partielles avec un réseau « grandes mailles » et/ou des points fixes isolés par GNSS et/ou des points d'ajustage, soit totales avec redétermination complète des points fixes locaux.

La solution de redétermination partielle est la plus plausible aussi bien pour des aspects pratiques (visées possibles, fenêtres GNSS, points accessibles, points stationnables, utilisation des points aisément retrouvés, mise en valeur de l'existant) que pour des aspects financiers. On relève à partir du réseau « grandes mailles » ou par GNSS les points d'ajustage et de contrôle nécessaires en utilisant aussi bien les points fixes que les points de détail existants.

La solution de redétermination totale des points fixes est plus lourde mais s'avère nécessaire dans le cas d'une destruction des points fixes existants telle que le rattachement des données anciennes de détail devient problématique.

L'effet principal des redéterminations est un **diagnostic** de l'état de la mensuration sur le terrain, une **amélioration** partielle ou complète du réseau de points fixes locaux et un **contrôle** de l'intégration des données anciennes restantes dans le nouveau système.

3.5.2 Transformations et interpolations

D'une manière générale, l'exécution de transformations nécessite d'avoir des points de calage connus dans les deux systèmes. Ces points peuvent être des points d'ordre supérieur, des points redéterminés ou des points recalculés. L'utilisation directe des réseaux de quadrillage nécessite la connaissance fine des paramètres de transformation et de leur variation géographique.

Il est important de connaître les paramètres de transformation aussi bien pour les points originaux que pour ceux issus de la mise à jour.

Une résolution fine des erreurs détectées est indispensable pour permettre une gestion future cohérente et « sans problème ». Elle concerne, entre autres, les cas suivants :

- **déplacement de points fixes originaux** : lorsqu'on établit qu'un point a été déplacé sur le terrain, on utilise les données initiales pour les transformations sur des données originales associées à l'ancien point ; par contre on introduit la nouvelle donnée « déplacée » pour la gestion des données créées après le déplacement et les mises à jour futures,
- **déplacement de points limites** : le constat d'un mauvais rétablissement d'un point limite entraîne, si nécessaire (écart non tolérable), sa correction sur le terrain avec maintien de la détermination initiale,

- **mauvaise intégration de plusieurs points** : le constat d'une mauvaise intégration d'un groupe de points, issus de la même mutation, par exemple, peut entraîner sa correction, si les écarts ne sont pas tolérables ; une interpolation locale des écarts constatés est effectuée sur les données concernées ; une introduction des données corrigées selon une procédure officielle a lieu et ceci aussi pour les données en découlant telles que les bâtiments par exemple,
- **faute grossière sur une seule donnée** : le constat d'une faute grossière implique une analyse qui fixe ce qui est faux (la matérialisation ou les coordonnées), puis entraîne la correction de la faute avec vérification des implications sur les données voisines et induites,
- **fautes non corrigibles** : les incohérences détectées, mais sans possibilité de correction immédiate, doivent faire l'objet d'un procès - verbal et être signalées au niveau des attributs des objets et des points, afin d'avertir l'utilisateur du caractère douteux de la donnée concernée.

L'exécution d'une éventuelle interpolation des écarts résiduels des transformations dépend de divers critères généraux tels que :

- rapport de ces écarts résiduels avec la précision espérée ; les écarts doivent au moins être de l'ordre de grandeur des exigences de précision pour que l'on tente de les réduire
- caractère aléatoire ou systématique des écarts ; des écarts essentiellement aléatoires ne doivent pas être interpolés
- moyens techniques et financiers à disposition (voir chapitre 6) ; des données provisoires dont le remplacement est de toute façon prévu ne doivent pas faire l'objet de traitements onéreux
- exigences éventuelles vis-à-vis des angles et surfaces (conformité géométrique) ; des données dont la conformité géométrique est importante (angles, alignements, équivalences de surfaces) ne doivent pas être soumises à des interpolations détruisant ces caractéristiques.

Vis à vis des points fixes, un calage par transformation pure n'est envisageable que lorsque :

- les écarts sont suffisamment systématiques et homogènes,
- la qualité de la compensation originale est suffisante,
- le niveau de la matérialisation est bon (mensurations récentes).

Vis-à-vis des points de détail, un calage par transformation doit être envisagé de manière assez systématique, car les recalculs « historiques » sont délicats et onéreux avec des résultats souvent décevants aussi bien quantitativement (beaucoup de calculs avec peu de résultats utilisables) que qualitativement (tolérances actuelles pas respectées, surdéterminations insuffisantes) pour les mensurations considérées. Les redéterminations complètes entraînent souvent des frais disproportionnés, quand elles ne sont pas tout simplement impossibles.

Les problèmes qui persistent, après transformation, sont liés aux incohérences des compensations et de la mise à jour. Les transformations et interpolations les meilleures ne peuvent en tenir compte que de manière moyenne et limitée.

3.5.3 Recalculs

Un **recalcul,** des levés originaux et de mise à jour, se justifie lorsque le mode de compensation initial ou que l'intégration des cheminements de mise à jour laissent à désirer. Il est économiquement intéressant si des fichiers de mesures sont exploitables sans nouvelle saisie

En général, un recalcul pur, sans aucune redétermination n'est pas possible, car il exige que l'ensemble des points de rattachement supérieurs soit connu dans les deux systèmes de coordonnées. En plus, les faiblesses des réseaux originaux ne peuvent être que partiellement corrigées par des compensations globales. L'introduction de quelques points de rattachement supplémentaires en particulier par GNSS reste parfois indispensable pour fiabiliser de longs polygonaux sans contrôles intermédiaires ou fiabiliser une zone manquant de rattachements, par exemple.

Afin de pouvoir analyser chaque génération de mesures, on évitera, dans la règle, de mélanger d'anciennes et de nouvelles mesures de manière directe. Il est préférable de compenser les nouvelles déterminations entre elles et d'introduire les nouvelles coordonnées comme observations, puis comme fixes.

La combinaison, dans des compensations globales, de mesures anciennes diverses doit être faite avec une grande prudence (création de groupes bien distincts avec des paramètres de précisions et d'échelles indépendants) pour éviter de mélanger des mesures incohérentes.

Chaque calcul doit être qualifié par des indices internes.

3.5.4 Contrôles nécessaires

Un contrôle indépendant de l'effet des manipulations (recalculs, transformations et interpolations), sur les données de niveau inférieur et les produits dérivés, doit être systématiquement opéré.

Il peut être constitué d'une détermination indépendante de points anciens, sur les bases modernes qui serviront à la mise à jour. Pour garder son caractère indépendant, cette détermination ne doit pas participer aux manipulations (compensations, transformations ou interpolations) des anciennes données.

Une comparaison et analyse des résultats des transformations et des relevés nouveaux sur le terrain permettent ainsi de qualifier de manière absolue les données transformées.

Elle indique la qualité concrète que l'opérateur rencontrera sur le terrain dans l'avenir et les éventuelles difficultés en découlant.

Le renouvellement des divers documents est aussi l'occasion de contrôles, tels que :

- analyse des écarts de coordonnées de points avant et après traitement,
- superposition des plans avant et après traitement avec mise en évidence des effets et des éventuelles lacunes de celui-ci,
- comparaison des surfaces selon les nouvelles coordonnées avec les surfaces officielles avant traitement,
- ...

3.6 Intégration de mesures GNSS dans le système de coordonnées de la mensuration officielle

La technologie liée à la géodésie par satellite est largement entrée dans les mœurs : le GNSS de précision (global navigation satellite system).

Le problème à résoudre est relativement complexe : déterminer des coordonnées cartésiennes dans le système de projection local à partir des déterminations liées au satellite et provenant donc d’un système global. Il s’agit d’un problème assez similaire, bien qu’inverse, à celui des coordonnées issues d’un digitaliseur et qu’il faut intégrer dans le système national.

Disons qu'en la matière, le présent ouvrage est de relativement faible incidence, les fournisseurs d'instruments GNSS livrant en général des logiciels complets avec leurs instruments. Par ailleurs, des formations spécifiques ont régulièrement lieu.

Notons cependant les problèmes suivants :

Lors de la détermination des coordonnées à l'aide des satellites, il y a lieu d'être sûr que la correspondance entre l'ellipsoïde de référence du système satellitaire et celui du système de coordonnées cartésiennes est correcte et que le datum géodésique du système de projection final est bien respecté.

Il s'agit, en effet, de passer du système géocentrique de coordonnées cartésiennes (X, Y, Z) des satellites basé sur le système de référence à l'échelle planétaire principalement WGS84 (World Geodetic System 1984) au cadre de référence de la projection suisse actuellement MN95 (E, N) et anciennement MN03 (y, x) basé sur l'ellipsoïde de Bessel avec des altitudes usuelles (H) basées sur le géoïde. Le problème du passage de coordonnées ellipsoïdales (L, B, h_{EII}) en coordonnées cartésiennes métriques (y,x, h) peut également se poser.

La solution habituelle consiste à transformer les coordonnées WGS84 en coordonnées suisses à l'aide du programme REFRAME. Ce programme est proposé par swisstopo.

De plus, le réseau GNSS automatique AGNES a pour objectif de rendre « activement » disponible le cadre de référence MN95 par la mise en service de stations GNSS permanentes en collaboration avec Swisscom (produit Swipos qui a fusionné avec son concurrent Swiss@t). Ce service intègre dès 2007 les satellites américains GPS et russes GLONASS et, dès que disponibles, les satellites européens Galiléo.

Une intégration par mesure GNSS de points de calage locaux peut être encore nécessaire dans les réseaux anciens MN03 originaux et ceux transformés imparfaitement dans MN95.

Contrôles

Même une fois le matériel de mesure GNSS maîtrisé, il reste judicieux d'effectuer régulièrement des mesures sur des points fiables connus n'entrant pas dans la détermination.

Le calcul peut avoir lieu à l'aide des programmes embarqués qui donnent des coordonnées approchées (LGO ou Infinity de Leica Geosystems SA par exemple), les résultats définitifs de haute précision étant obtenus par une nouvelle compensation ultérieure (Bernese GNSS Software, LTOP, GeoSuite-TRANSINT, par exemple).

Le traitement séparé de la planimétrie et de l'altimétrie est conseillé.

3.7 Intégration de relevés « photogrammétriques » dans le système de coordonnées de la mensuration officielle

Avertissement
Le présent chapitre ne décrit que de manière très générale les problèmes de transformation spécifiques à la photogrammétrie.

Historique
Les organes (swisstopo, privés, grandes écoles) utilisant la photogrammétrie ont développé, depuis longtemps, les méthodes de transformation et d'interpolation pour résoudre ses problèmes de restitution de données.

En particulier, diverses méthodes d'interpolation ont été imaginées pour résorber les écarts résiduels après calage des clichés et rendre les données terrestres et aériennes cohérentes et ceci jusque dans le voisinage local.

Dans la photogrammétrie analogique, la capacité de transformer, puis de réduire les écarts résiduels était limitée. Selon la répartition et la quantité de points d'ajustage diverses méthodes ont pu être utilisées (Helmert, affine, interpolation par les moindres carrés, bicubique, etc.). L'introduction de la photogrammétrie analytique a permis de renoncer aux traitements complémentaires. L'aérotriangulation par compensation (Bündelmethode, par exemple) donne des résultats compensés de manière cohérente. Les points d'ajustage sont eux-mêmes introduits comme mesures avec des poids adaptés.

Ainsi, à l'aide de modèles indépendants, on interpole les écarts résiduels par la méthode des moindres carrés, chaque modèle particulier étant intégré dans le système de référence global par transformation affine à l'aide de points d'ajustage.

Les transformations subséquentes de chaque modèle sont résolues par la transformation de Helmert ou affine. Les modules de transformation sont contenus dans les programmes de compensation.

L'utilisation de programmes de compensation intégrant divers modules de transformation simples et permettant la combinaison de données terrestres et aériennes est envisageable. Les algorithmes de base sont en général fournis avec les équipements. Les traitements finaux s'apparentent au traitement des images raster.

Par contre, dans le cadre des modèles numériques de terrain, l'utilisation de semis de points altimétriques, couvrant de grandes surfaces, présuppose l'utilisation de méthodes d'interpolation et de lissage afin de produire diverses représentations tels que courbes de niveaux, profils, etc.

En effet, la photo est une projection centrale ; la photogrammétrie suppose la transformation du phénomène projectif en une image orthométrique et suppose la connaissance de certaines données sur les objets et images en cause (photogrammétrie stéréoscopique).

La transformation des données de la photogrammétrie digitale (raster), avec le redressement d'images d'orthophotos et leur intégration dans le système de coordonnées cartésien, prend ainsi de plus en plus d'importance.

Situation actuelle

L'émergence de la capture d'images terrestres sur la plupart des appareils de terrain en combinaison avec des mesures angulaires, mesures de distances ou mesures GNSS ainsi que la généralisation de la télédétection par des objets volants légers (drones) avec des instrumentations parfois très simples pose le calage des images obtenues par des opérateurs qui ne sont plus des spécialistes comme l'étaient les photogrammètres classiques.

Les développements sont en progression et sont régulièrement publiés dans la littérature scientifique.

3.8 Intégration de plans digitalisés dans le système de coordonnées de la mensuration officielle

La transformation en coordonnées globales des coordonnées locales de points issus de plans digitalisés est un problème classique des numérisations.

Les divers aspects développés ci-dessous, comme les caractéristiques des données, le type de plans à disposition et la méthode de numérisation, doivent être examinés.

3.8.1 Méthodes de levé utilisées à l'origine

En cas de **relevés à la planchette**, avec report graphique sur le terrain (levés des **directions à la boussole** et des **distances optiques ou à la chaîne**), il faut s'attendre, en plus de la mauvaise correspondance entre stations et entre plans, à des levés hétérogènes en terrain raide et à des cassures entre stations d'un même plan. La transformation de telles données ne peut être que grossière et les écarts résiduels n'ont qu'une signification très locale. La détermination fine de certains facteurs (retrait des plans) reste problématique. Dans la règle, il ne faut pas espérer atteindre une qualité meilleure que le demi-mètre entre objets reportés sur un même plan mais relativement éloignés, même pour des plans d'échelle suffisamment grande.

En cas **de relevés par bases orthogonales** avec cotes notées et avec report numérique des levés sur le plan, on peut s'attendre à d'excellents résultats en terrain plat les mesures exécutées par des opérateurs expérimentés et rigoureux ; les résultats seront plus faibles en terrains en pente ou lorsque la mise à jour a été faite par relevés polaires, par la suite (incohérences d'échelle). Les caractéristiques des données peuvent être déterminées finement (à l'intérieur du décimètre) en particulier si un réseau de quadrillage original figure sur les plans et que ceux-ci sont d'échelle suffisante.

En cas de **relevés polaires** avec **mesure optique des distances**, on peut s'attendre à de bons résultats pour des levés avec des distances courtes, plus faibles pour les levés avec des distances longues. Un facteur d'échelle mal maîtrisé lors des mesures et reports doit être toujours envisagé. La structure et la compensation du réseau de points de polygones (PP) et sa mise à jour, peuvent détériorer la qualité des données à transformer, surtout si le réseau de PP n'a pas fait l'objet de soins adéquats. Le niveau de transformation reste quand même souvent bon. Il est possible de tenir compte de nombreux facteurs et de transformer les données de manière relativement fine (à l'intérieur du décimètre) ainsi que d'opérer diverses corrections par interpolation.

En cas de **relevés polaires** avec **mesure électro-optique des distances**, l'étalonnage des mesures de distances est en général excellent. Les données sont déjà en grande partie sous forme de coordonnées numériques cartésiennes contrôlées. Les éventuels problèmes peuvent venir :

- de la compensation simplifiée des points fixes et des lacunes de la mise à jour provoquant des incohérences entre points fixes,
- de mesures sur des points de matérialisation douteuse,
- de contrôles des coordonnées pas assez efficaces pour assurer une fiabilité suffisante, etc.

Le complètement des coordonnées existantes est envisageable par digitalisation ou calcul.

En cas de plans obtenus à l’aide de **restitutions photogrammétriques**, toutes sortes de produits existent, depuis les restitutions graphiques de petites photos générant des déterminations de faible précision avec parfois des fautes d'interprétation non élucidées jusqu'aux restitutions numériques fiables (moyennées et contrôlées). En cas de faible surabondance des déterminations, il peut y avoir des problèmes de fiabilité des données à disposition. Les restitutions anciennes sont en général graphiques, les restitutions récentes sont en général numériques avec des niveaux de compensation plus ou moins bons en fonction des recouvrements latéraux et longitudinaux des clichés.

3.8.2 Nature des plans à transformer

En cas de **plans en carton**, plans originaux ou recopiés du 19e et du début du 20e siècle (principalement en Suisse Occidentale), les éléments à considérer sont :

- le retrait du papier du plan,
- le système de projection utilisé,
- l'état physique du plan,
- l’existence d’un réseau de coordonnées (quadrilles, croix tous les 10 cm) reporté sur le plan original en même temps que les relevés
- l'évolution des méthodes de mise à jour depuis l'origine.

Le niveau de précision des données représentées sur le plan dépend, à part le mode de relevé, de :

- l'échelle de représentation,
- la finesse de report,
- la qualité du papier,
- du soin consenti lors de la mise à jour.

Si la plausibilité générale des données à jour est bonne, l'échelle peut avoir varié. Des incohérences locales sont fréquentes. Pratiquement, aucune information reportée sur ces plans n'est connue en coordonnées.

En cas de plans dont la base papier est collée sur **plaques en ALU**, plans originaux confectionnés depuis le début du XXe siècle et base principale du cadastre semi-numérique, mis en vigueur sur un tiers de la Suisse, les problèmes à considérer sont la **cohérence** de leur référentiel (points de polygone et quadrilles) avec le contenu de détail et l'impossibilité pratique de les digitaliser à l'aide de la plupart des installations équipant actuellement les bureaux techniques (tables **et** scanner). Les données sont en général fiables et d'une bonne qualité d'échelle, les principaux problèmes de précision venant des reconstructions des points fixes, de la mauvaise intégration d'éléments de mise à jour et des incohérences de mise à jour aux limites des plans. Le recours à des films photographiques de ces plaques pour la digitalisation entraîne une légère perte de qualité (acceptable cependant). Certains éléments des informations qu'ils contiennent sont souvent déjà connus en coordonnées (en particulier les points de polygones et parfois les points limites, principalement), d'autres sont plus ou moins aisément calculables.

En cas de plans sous forme de **films**, copies, photocopies ou plans originaux des mensurations semi-numériques ou numériques récentes ; le principal problème est leur état de conservation (déformations diverses, déchirures ou froissage) et les éventuelles incohérences de leur mise à jour. Souvent une part importante de l'information qu'ils contiennent est déjà connue sous forme numérique ou facilement calculable. Si c’est le cas, on privilégiera alors la reprise de ces données par transformation et calculs.

3.8.3 Référentiel des plans

En cas de **plans avec quadrilles et réseau de points fixes,** il est important de savoir si ceux-ci sont d'origine ou s'ils ont été reportés par la suite ; il faut déterminer aussi à quel système de projection ils se réfèrent. Sur les vieux plans, il peut y avoir mélange de points fixes originaux (projection de Bonne) et de points fixes plus récents (projection actuelle), reportés de manière expédiée. Les quadrillages anciens, dont le lien avec le système de projection moderne n'est pas établi, restent importants pour la détermination du retrait des plans. Certains anciens plans ne contiennent pas de quadrilles, mais parfois une croix centrale dans l'axe du papier, celle-ci peut être également utilisée pour l'estimation du retrait et de sa correction.

En cas de **plans sans quadrilles**, il faut voir s'il existe des points également connus en coordonnées ou, s'il est possible de trouver des points de calage existant à la fois sur les plans et sur le terrain et s'il est possible de déterminer si ces points sont d'origine ou mutés. La détermination des paramètres de transformation est plus difficile que pour les plans avec quadrilles, en particulier en ce qui concerne le retrait des plans.

3.8.4 Niveau de numérisation initial

En cas de **données purement graphiques**, il y a lieu de numériser et de transformer toute l'information contenue sur les plans. Le calage des données nécessite, en général, des mesures sur le terrain, si les données numériques existantes d'entreprises adjacentes ne suffisent pas. L'ensemble de l'information subit un traitement de transformation complet.

En cas de **données composites** (données graphiques avec éléments numériques comme calculs partiels de coordonnées), seule l'information de détail manquante et les points de calage sont à numériser et à transformer. Les mensurations semi-numériques (ou semi-graphiques) et numériques partielles entrent dans cette catégorie. La cohérence géométrique des données déjà sous forme numérique et celles qui sont transformées doit faire l'objet d'attentions particulières. Les descriptions d'objets pour la représentation à l'écran ou le dessin automatique des plans sont, en général, à faire ou à compléter. Lors des transformations, il faut veiller à ce que ces descriptions et les autres attributs éventuels « suivent » les coordonnées.

En cas de **données totalement numériques** (entièrement calculées), d'éventuelles numérisations de supports graphiques n'ont lieu qu'à titre de contrôle et leurs problèmes de calage se résument au choix des méthodes appropriées, aux problèmes de formatage ainsi que de compatibilité entre systèmes informatiques et transformations.

3.8.5 Méthodes de numérisation

En cas de **digitalisation par saisie manuelle** des coordonnées (sur une table) et de description de périmètres, plus ou moins contrôlées selon le type d'objets, la qualité intrinsèque de la table ainsi que la subjectivité de l'opérateur peuvent entraîner des incohérences qui influencent la qualité de la transformation.

En général, les tables sont gérées par des programmes permettant les transformations élémentaires et, parfois, des interpolations simples.

Un contrôle périodique de la table et une gestion contrôlée des saisies importantes évite d'introduire des fautes dans les transformations. Il est également intéressant de pouvoir gérer de manière manuelle les coordonnées « table » de la machine.

En cas de **scannage**, par saisie et éventuelle structuration automatique, les facteurs influençant la transformation des données est la **qualité nominale** du scanner, son **niveau de réglage** ainsi que les **capacités des logiciels** utilisés. A ce propos, des problèmes d'introduction de déformations parasites sont déjà apparus lors de scannages (déplacements irréguliers des têtes de scannage ou du support scanné). Diverses mesures peuvent être prises pour ne pas faire endosser aux transformations, des effets qui pourraient être évités par un réglage judicieux des appareils.

En cas de pur **calcul de levés** par reprise d'anciennes mesures (directions, distances, cotes, etc.), s'étendant sur une longue période, et de leur montage pour obtention d'un résultat final cohérent, de grosses compilations et des collationnements sont nécessaires. En tant que tel il n'y a plus de problème de calage de plans. Par contre, les difficultés, liées aux incohérences introduites dans les points de polygone dans le cours de l'histoire et aux changements de méthode de levé, peuvent entraîner la nécessité de caler des levés incohérents dans des données stabilisées. En général, il s'agit d'opérer alors des transformations et des interpolations portant sur des petites zones et aux effets limités géographiquement. Un effort, souvent disproportionné par rapport aux résultats quantitatifs et qualitatifs obtenus, peut être parfois nécessaire pour mener à terme ces travaux de calcul.

3.8.6 Types de coordonnées à considérer

Les **coordonnées directement issues d'un scanner** doivent en général être transformées pour obtenir des coordonnées cartésiennes classiques. Les prestataires des services de scannage utilisent, en général, la transformation de Helmert. Un traitement plus sophistiqué peut être envisagé. Cependant, il ne doit pas uniquement pallier aux défauts de réglage du scanner. Le client demandera d'avoir les résultats et les indices de précision des transformations utilisées afin de vérifier que les scannérisations ont été faites dans les règles de l'art. Les établissements gérant des scanners ne sont souvent pas au courant des standards exigés par les géomètres.

Les **coordonnées digitalisées sous forme polaire** (direction et distance) subissent un calcul de type trigonométrique suivi d'éventuelles transformations pour passer d'un système local au système cartésien classique (dans la règle transformation de Helmert).

Les **coordonnées digitalisées dans un système orthogonal local,** tel qu'un système « table », subissent une transformation élémentaire de type Helmert pour passer dans le système cartésien classique. La mise à l'échelle est l'occasion de transformer en mètres des coordonnées brutes, générées par l'installation de digitalisation en 1/100 de mm ou en unité anglo-saxonne, lors de la saisie sur le plan au moment de la digitalisation.

Les **coordonnées digitalisées d'un système cartésien** existant, à transformer dans le système cartésien national, doivent faire l'objet d'une analyse préalable des écarts, afin de déterminer quel modèle de transformation doit être appliqué. En effet, ces coordonnées peuvent avoir subi, en amont, divers traitements qui rendent certaines solutions inefficaces.

L'émergence des nouvelles technologies de conception architecturale (building information modelling - BIM) posent la question de la livraison des données de base de la MO à intégrer dans leur référentiel 3D local, comme la récupération de ces données 3D pour les intégrer dans le référentiel cartographique. Reste posé également le problème que les données générées dans ces modèles de conception sont une sorte de maquette numérique et non les cotes mesurées d'un objet réel tel qu'il a été ou sera réalisé dans les faits. L'intérêt de la MO à obtenir des données 3D issus des BIM n'est pas à négliger dans la perspective des PPE avec gestion des étages et des souterrains.

3.9 Complètement d'une mensuration numérique classique par numérisation

Les mensurations classiques existantes (XXe siècle) sont rarement totalement numériques et informatisées. Le concept actuel de la mensuration officielle exige cette caractéristique soit effective pour tous les éléments employés par les utilisateurs hors registre foncier.

Les mensurations **numériques partielles** se complètent par calcul ou par digitalisation. Même en présence de mesures calculables, on peut, pour des questions de rentabilité, décider de digitaliser le plan plutôt que de se lancer dans des calculs (par exemple : ruisseau tortueux où la précision est d'importance secondaire). Que l'on calcule ou digitalise, des transformations peuvent s'avérer indispensables.

Le choix des supports de l'information à numériser (plans, listes, fichiers) détermine les transformations à effectuer.

Si l'on digitalise des plans, il faut transformer les coordonnées « table » obtenues, par une méthode de transformation classique, de type Helmert. Le choix des points de calage est l'aspect le plus intéressant à résoudre : faut-il s'appuyer sur les quadrilles, les points fixes ou les points de détail proches ? La réponse dépend du niveau de qualité des données numérisées (points fixes, points limite ou points de détail).

Si l'on complète ces mensurations en opérant des calculs complémentaires basés sur les levés originaux et de mise à jour, une mise en cohérence de ces nouvelles coordonnées par des transformations et des interpolations simples peut s'avérer indispensable si les points de référence ont varié dans le temps.

4 Enumération des méthodes

4.1 Introduction

On a vu dans les chapitres précédents plusieurs cas ou problématiques impliquant soit un changement de cadre ou de système de référence (par exemple insertion / intégration de coordonnées digitalisées dans le système de coordonnées national), soit le calcul d'une grandeur à appliquer à un point en fonction de sa position (une différence de coordonnées due à la redétermination d'un point d'ordre supérieur).

Dans le premier cas (changement de système) on parle plutôt de **transformations**, dans le second (calcul d'une grandeur) plutôt d'**interpolations**.

Remarques

- Certains problèmes trouvent leur solution **à la fois** dans le champ d'application des transformations et des interpolations.
- Certains problèmes de transformations peuvent être résolus par le biais d'interpolations.
- Il est possible (souvent très avantageux) de combiner transformations et interpolations.
- Le changement de « forme » de coordonnées (l'expression de coordonnées polaires en coordonnées rectangulaires ou l'expression de coordonnées géographiques en coordonnées géocentriques) n'impliquant pas un changement de système n'est pas une transformation mais une **conversion** de coordonnées.

Une description synthétique des décisions possibles est faite au chapitre 6. Le but du présent chapitre est de présenter théoriquement certaines méthodes de transformations et d'interpolations « couramment » utilisées dans le cadre des travaux géométriques au sens large, mais pas de remplacer les ouvrages théoriques permettant leur étude approfondie.

Dans la plupart des cas seront présentés :

- le modèle et sa formulation mathématique,
- les paramètres à fixer,
- les avantages et inconvénients,

Et dans certains cas, en plus :

- des caractéristiques particulières,
- des cas particuliers ou des particularités,
- un exemple illustratif.

4.2 Transformations

4.2.1 Généralités

On définit par **transformation** l'opération mathématique consistant à relier deux systèmes de coordonnées dans le but de pouvoir exprimer la position d'un point connu dans un système dans l'autre système.

Une transformation implique donc, comme déjà mentionné dans l'introduction, un **changement** de système. On citera, par exemple, la transformation de coordonnées permettant le passage du système WGS84 (WGS = World Geodetic System) du GNSS au système de coordonnées suisse (coordonnées planes E, N).

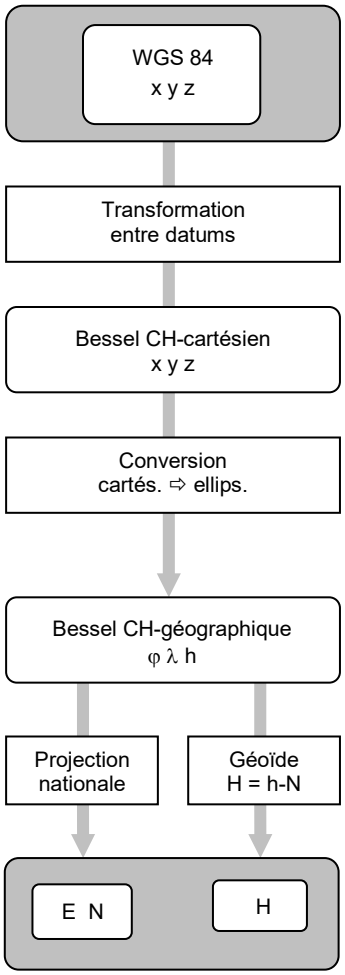


Figure 7: Schéma de la transformation : coordonnées WGS84 ⇨ coordonnées suisses

Dans certains cas, les éléments (modèle, algorithme ou paramètres…) de la transformation sont connus et le travail consiste à les appliquer à de nouvelles coordonnées, mesurées par exemple, pour obtenir leurs correspondantes dans le système transformé. Dans d'autres cas, les **paramètres** doivent être, au préalable, déterminés sur la base de points connus dans les deux systèmes. Ces points sont appelés **points de calage**. La solution, largement répandue, consiste alors à opérer la transformation à l'aide de fonctions géométriques élémentaires telles que translation, rotations ou homothéties.

Lorsque le nombre des points de calage dépasse le minimum nécessaire, une **compensation** doit être opérée.

4.2.2 Expression générale d'une transformation

Une transformation à deux dimensions peut s'exprimer, de manière très générale, sous la forme suivante :

$$Y = f(y,x)$$

$$X = g(y,x)$$

Dans l'espace (3 dimensions), une transformation peut s'exprimer de manière générale sous la forme suivante :

$$Y = f(y,x,z)$$

$$X = g(y,x,z)$$

$$Z = h(y,x,z)$$

Les variables Y, X, y et x font automatiquement penser à des coordonnées cartésiennes planes. Il est évidemment possible de mettre en relation d'autres types de variables comme des coordonnées planes avec des coordonnées géographiques. On obtient alors des équations du type :

$$Y = f(\varphi, \lambda)$$

$$X = g(\varphi, \lambda)$$

avec φ = latitude et λ = longitude

C'est ainsi qu'on définit les **projections**.

Dans tous les cas, les fonctions f, g et h selon la formulation ci-dessus, donnent certaines caractéristiques à la transformation :

- déformation des longueurs,
- déformation des angles,
- déformation des surfaces.

Voyons donc les deux cas principaux de projections à considérer en Suisse.

4.3 Les projections

Remarque : dans les formules ci-dessous, l'unité angulaire est le radian [rad] et l'unité de longueur le mètre [m].

4.3.1 Projection suisse (actuelle)

La projection suisse actuelle est une projection double, conforme, cylindrique, à axe oblique. Après une projection conforme (= qui conserve les angles) de l'ellipsoïde de Bessel sur une sphère tangente au point d'origine de Berne, on procède à une projection conforme de cette sphère sur le cylindre tangent à ce point d'origine. Puisque l'axe de ce cylindre n'est pas parallèle à l'axe de rotation de l'ellipsoïde de Bessel, on parle alors d'une projection cylindrique oblique.

Les formules sont tirées de (Bolliger, 1967) et (Dupraz, 1979). D'autres formules sont possibles (Schneider et al., 2001).

1. <u>Transformation ellipsoïde-sphère :</u> (B,L) ⇨ (b,l)

<u>Modèle mathématique</u>

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{b}{2}\right) = k \cdot \mathrm{tg}^{\alpha}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{B}{2}\right) \cdot \left(\frac{1-e\cdot\sin B}{1+e\cdot\sin B}\right)^{\frac{\alpha\cdot e}{2}}$$

$$l = \alpha \cdot (L - L_0)$$

avec

B :	latitude sur l'ellipsoïde
L :	longitude sur l'ellipsoïde
b :	latitude sur la sphère
l :	longitude sur la sphère
L_0 :	longitude du point fondamental sur l'ellipsoïde, L_0 = 7° 26' 22.50"
α :	rapport entre la longitude sur la sphère et la longitude sur l'ellipsoïde α = 1.00072913843038
k :	constante d'intégration k = 1.0030714396280

$$\ln(k) = \ln\left(tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{b_0}{2}\right)\right) - \alpha \cdot \ln\left(tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{B_0}{2}\right)\right) + \frac{\alpha \cdot e}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+e\cdot \sin B_0}{1-e\cdot \sin B_0}\right)$$

et

B_0 :	latitude du point fondamental sur l'ellipsoïde,	B_0 = 46° 57' 08.66"
b_0 :	latitude du point fondamental sur la sphère,	b_0 = 46° 54' 27.83324"
e :	première excentricité, $e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$	e^2 = 0.006674372230614
a:	demi-grand axe de l'ellipsoïde de BESSEL,	a = 6'377'397.155 [m]
b:	demi-petit axe de l'ellipsoïde de BESSEL,	b = 6'356'078.963 [m]

2. <u>Transformation conforme sphère -plan :</u> (b,l) ⇨ ($\bar{b}$, $\bar{l}$) ⇨ (y,x)

<u>Modèle mathématique</u>

$$y = R \cdot \bar{l}$$

$$x = \frac{R}{2} \cdot \ln \frac{1+\sin\bar{b}}{1-\sin\bar{b}}$$

avec

$$l = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\bar{l}}{\cos b_0 \cdot \cos\bar{l} - \sin b_0 \cdot tg\bar{b}}\right)$$

$$b = \arcsin\left(\cos b_0 \cdot \sin\bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos\bar{b} \cdot \cos\bar{l}\right)$$

<u>Remarques</u>

Avec les coordonnées $\bar{l}$ et $\bar{b}$ on introduit un nouveau système de coordonnées pour tenir compte du fait que la sphère est projetée sur un cylindre dont l'axe ne correspond pas à celui de rotation de la terre (projection cylindrique oblique).

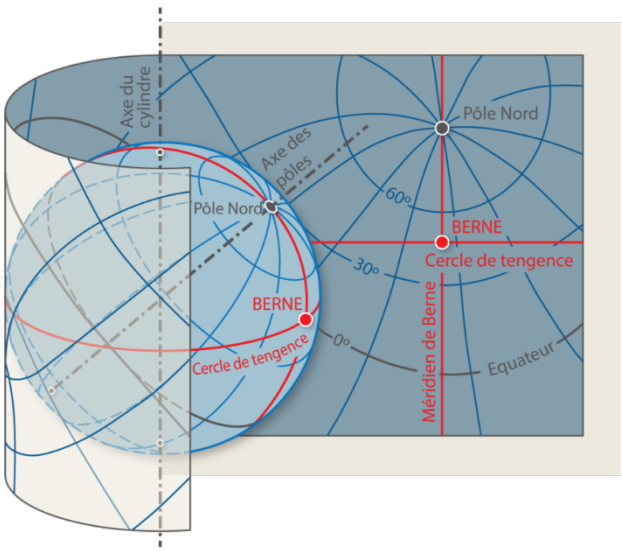


Figure 8: Projection d'une sphère sur un cylindre oblique

Puis

$$Y = y + 600'000 \quad \text{et} \quad E = y + 2'000'000 \quad [m]$$

$$X = x + 200'000 \quad \text{et} \quad N = x + 1'200'000 \quad [m]$$

avec

y, x: coordonnées nationales civiles

Y; X: coordonnées nationales « militaires » (MN03) et E, N coordonnées nationales (MN95)

R: rayon de la terre, R=6'378'815.90365 [m]

Les formules de transformation inverses sont:

3. <u>Transformation plan-sphère :</u> (y,x) ⇨ ($\bar{b}$, $\bar{l}$)

<u>Modèle mathématique</u>

$$\bar{l} = \frac{y}{R}$$

$$\bar{b} = 2 \cdot \text{arctg}\left(\exp^{\frac{x}{R}}\right) - \frac{\pi}{4}$$

4. <u>Transformation sphère-ellipsoïde :</u> ($\bar{b}$, $\bar{l}$) ⇨ (b, l) ⇨ (B,L)

<u>Modèle mathématique</u>

$$L = L_0 + \frac{l}{\alpha}$$

$$\text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B}{2}\right) = k^{\frac{-1}{\alpha}} \cdot \left(\frac{1 + e \cdot \sin B}{1 - e \cdot \sin B}\right)^{\frac{e}{2}} \cdot \text{tg}^{\frac{1}{\alpha}}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b}{2}\right)$$

à résoudre par itération

avec

$$l = \text{arctg}\left(\frac{\sin \bar{l}}{\cos b_0 \cdot \cos \bar{l} - \sin b_0 \cdot \text{tg}\bar{b}}\right)$$

$$b = \arcsin\left(\cos b_0 \cdot \sin \bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l}\right)$$

<u>Paramètres à fixer</u>

Les paramètres intervenant dans la projection suisse actuelle (α , k et R) ont été choisis de manière à annuler les déformations des longueurs au point origine de Berne et à les rendre les plus petites possible ailleurs (indépendamment de la direction).

<u>Caractéristiques</u>

La projection suisse est dite conforme ou autogonale car elle conserve les angles (pour de petits triangles). Les déformations de longueurs ne dépendent que de la situation et non de la direction ; en conséquence les longueurs (et les surfaces) seront déformées.

On calcule le facteur de déformation des longueurs par la formule (par approximation) bien connue

$$\frac{\bar{s}}{s_0} = 1 + \frac{x^2}{2R^2}$$

avec

$\bar{s}$: distance projetée

s_0 : distance réduite au niveau de la mer

x : coordonnée nationale civile selon la direction nord-sud (distance à l'axe neutre)

Champ d'application
En Suisse, le champ d'application de cette projection est évidemment très large.

Souvent abordée de manière théorique dans le cadre des études, cette projection est, de nos jours, couramment employée lors des transformations de coordonnées GNSS vers notre système national.

Avantages (+) et inconvénients (-)
+ déformations faibles
- projection « compliquée »
- n'est valable et n'est appliquée qu'en Suisse

4.3.2 La projection de Bonne

Cette projection a été appliquée, en Suisse occidentale, au début du 19e siècle, de manière assez généralisée mais pas toujours très cohérente !

Modèle mathématique

$$y' = R \cdot \mathrm{ctg}b_0 \cdot \left(1 - \psi \cdot \mathrm{tg}b_0\right) \cdot \sin l$$

$$x' = R \cdot \left(\psi + y' \cdot \mathrm{tg}\frac{l}{2}\right)$$

avec

x', y': coordonnées planes dans le système de Bonne

$\psi = b - b_0$

Paramètres à fixer
Les paramètres à fixer sont :
- le point fondamental,
- le parallèle à projeter en vraie grandeur.

Caractéristiques
La projection de Bonne est une projection conique équivalente (elle conserve les surfaces).

Un parallèle peut être projeté en vraie grandeur.

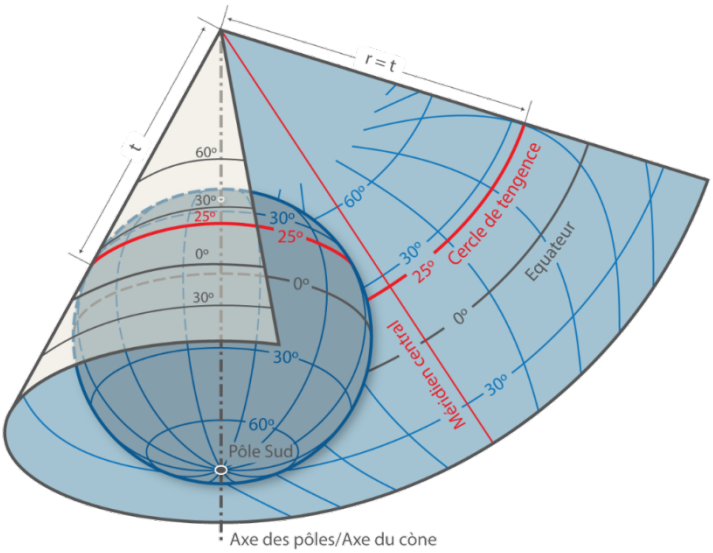


Figure 9: Projection conique

Champ d'application
Le domaine d'utilisation de cette projection est extrêmement restreint, compte tenu de ses caractéristiques. Elle n'a pratiquement plus été utilisée en Suisse depuis l'avènement de la double projection conforme cylindrique à axe oblique.

Son intérêt est donc plutôt historique. Elle n'a, en effet, été utilisée que dans l'élaboration des cartes Dufour, Siegfried et de quelques plans cadastraux en Suisse occidentale principalement, entre le milieu du 19e et le début du 20e siècle.

4.4 Les transformations polynomiales

4.4.1 Généralités sur les transformations polynomiales

Si les projections associent les coordonnées géographiques (sur la sphère ou l'ellipsoïde) et les coordonnées planes (projetées) par le biais de fonctions mathématiques trigonométriques et/ou logarithmiques, une autre grande famille associe les coordonnées par le biais de **polynômes**.

Modèle mathématique

$$Y = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} a_{ij} x^i y^j$$

$$X = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} b_{ij} x^i y^j$$

avec

- Y, X : coordonnées transformées (exprimées dans le système global appelé également système d'arrivée, système cible ou système « doit »)
- y, x : coordonnées à transformer (exprimées dans le système local appelé également système de départ, système source ou système « avoir »)
- a_{ij} , b_{ij} : les coefficients des monômes.
- m, n : puissances à appliquer aux coordonnées x ou y

Paramètres à fixer
m et n, les puissances à appliquer aux coordonnées y ou x et qui vont définir le degré du polynôme (m+n).

Les coefficients a_{ij}, b_{ij} à déterminer sur la base des points de calage.

Champ d'application
Le champ d'application des transformations polynomiales est immense, non seulement à la mensuration en tant que telle mais dans tous les domaines scientifiques.

Caractéristiques
Elles sont extrêmement variées en fonction du degré du polynôme.

Avantages (+) et inconvénients (-)
+ grande souplesse
+ étendue des caractéristiques
- maîtrise des conséquences d'un degré de polynôme élevé

4.4.2 Transformation directe de coordonnées géographiques en coordonnées nationales

On a vu, au chapitre 4.3.1, les formules décrivant la projection suisse actuelle. Ces dernières peuvent être développées en série. Elles permettent alors de passer « directement » du système géographique au système de coordonnées planes. C'est un exemple de transformations polynomiales permettant d'illustrer toute l'étendue des possibilités de ce genre de transformations.

Modèle mathématique
Ces formules sont tirées de (Bolliger, 1967) et (Dupraz, 1979)

1. Transformation des coordonnées géographiques en coordonnées planes

$$Y = 600'000 + 21.1428534 \cdot \lambda - 1.093961 \cdot 10^{-4} \cdot \lambda \cdot \varphi - 4.4233 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda^3 - 2.66 \cdot 10^{-12} \cdot \lambda \cdot \varphi^2 - 8.54 \cdot 10^{-16} \cdot \lambda \cdot \varphi^3 + 4.292 \cdot 10^{-16} \cdot \lambda^3 \cdot \varphi - 3 \cdot 10^{-21} \cdot \lambda^3 \cdot \varphi^2 + 2 \cdot 10^{-22} \cdot \lambda^5$$

$$X = 200'000 + 30.8770746 \cdot \varphi + 3.74541 \cdot 10^{-5} \cdot \lambda^2 - 1.93793 \cdot 10^{-10} \cdot \lambda^2 \cdot \varphi + 7.503 \cdot 10^{-7} \cdot \varphi^2 + 1.2043 \cdot 10^{-10} \cdot \varphi^3 + 4.34 \cdot 10^{-16} \cdot \lambda^2 \cdot \varphi^2 - 3.76 \cdot 10^{-21} \cdot \lambda^2 \cdot \varphi^3 - 7.35 \cdot 10^{-17} \cdot \lambda^4 + 1.44 \cdot 10^{-21} \cdot \lambda^4 \cdot \varphi$$

$$\mu^{cc} = +2.255515 \cdot \lambda + 2.64 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda \cdot \varphi^2 - 4.13 \cdot 10^{-12} \cdot \lambda^3 + 6.4 \cdot 10^{-17} \cdot \lambda^3 \cdot \varphi$$

avec

Y, X: coordonnées nationales militaires en [m]

λ : longitude réduite ($L - L_0$) en secondes sexagésimales

φ : latitude réduite ($B - B_0$) en secondes sexagésimales

μ^{cc} : convergence du méridien en secondes décimales [gon]

2. Transformation des coordonnées planes en coordonnées géographiques

$$B'' = 169028.66'' + 3.23864878 \cdot 10^{-2} \cdot x - 2.713538 \cdot 10^{-9} \cdot y^2 - 4.5044 \cdot 10^{-16} \cdot y^2 \cdot x - 2.5487 \cdot 10^{-11} \cdot x^2 - 1.3246 \cdot 10^{-16} \cdot x^3 - 7.55 \cdot 10^{-23} \cdot y^2 \cdot x^2 + 2.4428 \cdot 10^{-23} \cdot y^4 + 1.32 \cdot 10^{-29} \cdot y^4 \cdot x - 2 \cdot 10^{-29} \cdot y^2 \cdot x^3$$

$$L'' = 26782.5'' + 4.7297306 \cdot 10^{-2} \cdot y + 7.925715 \cdot 10^{-9} \cdot y \cdot x - 4.4271 \cdot 10^{-16} \cdot y^3 + 1.3281 \cdot 10^{-15} \cdot y \cdot x^2 + 2.55 \cdot 10^{-22} \cdot y \cdot x^3 - 2.55 \cdot 10^{-22} \cdot y^3 \cdot x + 5 \cdot 10^{-29} \cdot y \cdot x^4 - 9.63 \cdot 10^{-29} \cdot y^3 \cdot x^2 + 9.63 \cdot 10^{-30} \cdot y^5$$

$$\mu^{cc} = +1.066798 \cdot 10^{-1} \cdot y + 1.78766 \cdot 10^{-8} \cdot y \cdot x - 1.435 \cdot 10^{-15} \cdot y^3 + 4.306 \cdot 10^{-15} \cdot y \cdot x^2 - 7.95 \cdot 10^{-22} \cdot y^3 \cdot x + 7.9 \cdot 10^{-22} \cdot y \cdot x^3 - 3 \cdot 10^{-28} \cdot y^3 \cdot x^2 + 3 \cdot 10^{-29} \cdot y^5$$

avec

y, x : coordonnées nationales civiles en [m]

B : longitude en secondes sexagésimales

L : latitude en secondes sexagésimales

μ^{cc} : convergence du méridien en secondes décimales [gon]

4.4.3 Passage direct de la projection de Bonne à la projection cylindrique

Comme autre exemple de transformation polynomiale, on peut citer le passage de la projection de Bonne à la projection cylindrique.

Modèle mathématique

Formules tirées de (Bolliger, 1967):

$$\Delta Y = Y - Y' = (1/2 \cdot R^2) \cdot Y \cdot X^2 - (t/3 \cdot R^3) \cdot Y^3 \cdot X - (2 \cdot t^2/3 \cdot R^4) \cdot Y^3 \cdot X^2 - (5/24 \cdot R^4) \cdot Y \cdot X^4 \pm (t^2/10 \cdot R^4) \cdot Y^5$$

$$\Delta X = X - X' = (1/6 \cdot R^2) \cdot X^3 + (t/2 \cdot R^3) \cdot Y^2 \cdot X^2 - (t/24 \cdot R^3) \cdot Y^4 + (2 \cdot t^2/3 \cdot R^4) \cdot Y^2 \cdot X^3 - (t^2/2 \cdot R^4) \cdot Y^4 \cdot X \mu (1/24 \cdot R^4) \cdot X^5$$

avec

Y, X : coordonnées nationales cylindriques (civiles) en [km]

Y', X' : coordonnées nationales dans le système de Bonne en [km]

$\Delta Y, \Delta X$: différences de coordonnées nationales cylindriques en [m]

et

$t = tg\varphi_0$

N.B. Le deuxième signe (+/- ou -/+) s'utilise si l'on introduit des coordonnées de Bonne à la place des coordonnées cylindriques

Champ d'application

On aurait pu croire que ces formules allaient permettre le transfert dans le système suisse actuel de vieux plans cadastraux sur lesquels figurait un système d'axes de Bonne. L'expérience a montré que, vu l'application peu cohérente de la projection de Bonne, cette « élégante » solution ne pouvait s'appliquer que dans de rares cas. Le champ d'application de cette transformation est donc extrêmement restreint. (Voir exemples au chapitre 7.4.1)

4.4.4 Transformations linéaires 2D, généralités

Parmi les transformations polynomiales, une famille intéresse particulièrement les géomètres, c'est celle des transformations linéaires.

Modèle mathématique

$$Y = a \cdot y + b \cdot x + c$$

$$X = d \cdot y + e \cdot x + f$$

Paramètres à fixer

Les coefficients a, b, c, d, e et f sont les paramètres à fixer à l'aide des points de calage.

Champ d'application

Presque tous les problèmes de transformations entre deux systèmes de coordonnées planes.

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ simplicité
- inadaptation à des cas complexes ou inhomogènes

Remarque

A l'issue de l'application d'une transformation linéaire, comme pour d'autres transformations, la géométrie interne d'un groupe de points mesurée dans le système cible (système d'arrivée) n'est pas forcément identique à celle mesurée dans le système source (système de départ).

4.4.5 Transformation affine

La transformation affine est la transformation linéaire la plus générale.

Modèle mathématique

$$Y = a \cdot y + b \cdot x + c$$

$$X = -d \cdot y + e \cdot x + f$$

ou sous forme matricielle (pour un point) :

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & x & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y & x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}$$

Paramètres à fixer

Les coefficients a, b, c, d, e, et f sont les paramètres du modèle. Il faut au minimum six équations (trois points) pour déterminer, sans contrôle, les six paramètres. Si l'on dispose d'un plus grand nombre de points, on procède à une compensation selon le principe des moindres carrés par exemple, ce qui permet de déterminer plus finement les paramètres et de contrôler la transformation.

Caractéristiques

Il est possible de relier les coefficients a, b, d et e selon notre formulation à des éléments géométriques de rotation et d'échelle :

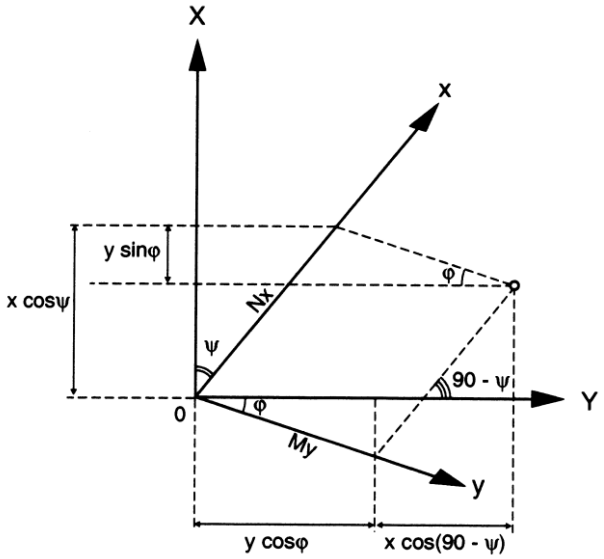


Figure 10: Relations entre coordonnées et éléments géométriques

Selon le schéma de la Figure 10, on a :

$$Y = M \cdot \cos\varphi \cdot y + N \cdot \sin\psi \cdot x + c$$

$$X = -M \cdot \sin\varphi \cdot y + N \cdot \cos\psi \cdot x + f$$

On en déduit :

$$a = M \cdot \cos\varphi \qquad b = N \sin\cdot \psi$$

$$d = M \cdot \sin\varphi \qquad e = N \cdot \cos\psi$$

et donc que :

$$M = \sqrt{a^2 + d^2} \qquad N = \sqrt{b^2 + e^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{d}{a} \qquad \psi = \operatorname{arctg}\frac{b}{e}$$

La transformation affine a les propriétés suivantes :

- les droites restent des droites,
- les parallèles restent des parallèles.

Par contre, la transformation affine, contrairement à la transformation de similitude, ne conserve pas les angles. Pour illustrer cette affirmation, faisons subir à un cercle unité la transformation affine définie par :

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$$

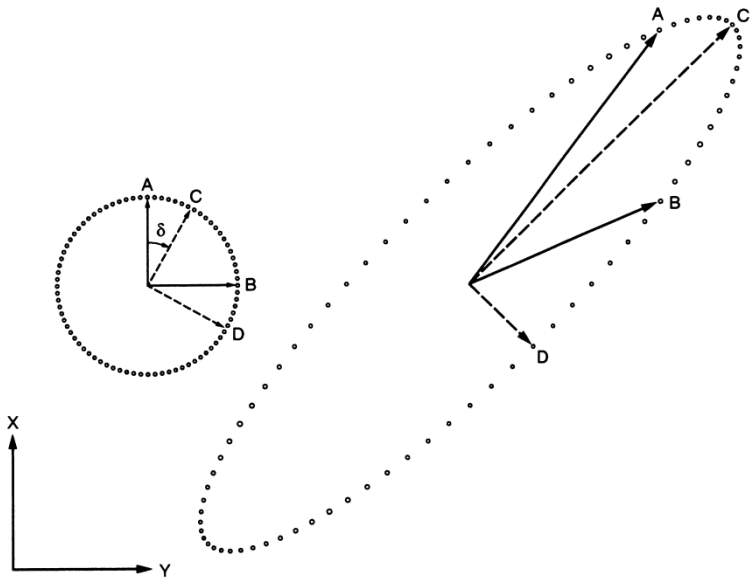


Figure 11: Transformation d'un cercle unité par une transformation affine.
Exemple tiré de (Huguenin, Merminod, 2001c)

Le cercle s'est transformé en une ellipse. Autrement dit, les longueurs ne se déforment pas de la même manière selon les directions suivant lesquelles elles sont définies. En observant la Figure 11, on remarque que les vecteurs unités portés par les axes de coordonnées du système local (A et B) ne sont plus perpendiculaires dans le système global et, qu'en outre, ils ne présentent pas les déformations maximales. On remarque également que les axes de l'ellipse (endroits où les déformations des

longueurs sont maximales) sont les images de deux vecteurs perpendiculaires du système local (appelés directions principales) et qu'au niveau de ces axes, les déformations angulaires (mesurables sur le graphique de la Figure 11 par l'espacement des points) sont également maximales.

Il est possible de relier ces déformations aux éléments de a, b, d et e de la transformation.
Le coefficient (m) de *déformation linéaire* est donné par :

$$m^2 = \frac{\left(a^2 + d^2\right) \cdot dy^2 + 2 \cdot \left(a \cdot b - d \cdot e\right) \cdot dy \cdot dx + \left(b^2 + e^2\right) \cdot dx^2}{dy^2 + dx^2}$$

ou, selon un azimut α :

$$m^2 = \left(a^2 + d^2\right) \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cdot \left(a \cdot b - d \cdot e\right) \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha + \left(b^2 + e^2\right) \cdot \sin^2 \alpha$$

et ses valeurs extremum par :

$$m_{max}^2 = \frac{1}{2}(a^2 + d^2 + b^2 + e^2) + \frac{1}{2}\sqrt{\left[(a^2 + d^2) - (b^2 + e^2)\right]^2 + 4 \cdot (a \cdot b - d \cdot e)^2}$$

$$m_{min}^2 = \frac{1}{2}(a^2 + d^2 + b^2 + e^2) - \frac{1}{2}\sqrt{\left[(a^2 + d^2) - (b^2 + e^2)\right]^2 + 4 \cdot (a \cdot b - d \cdot e)^2}$$

Le coefficient (p) de *déformation angulaire* est donné par :

$$p = \frac{m_{max} \cdot m_{min}}{m^2}$$

Il varie donc de :

$$p = \frac{m_{min}}{m_{max}} \qquad \text{à} \qquad p = \frac{m_{max}}{m_{min}}$$

Les directions sont également altérées. L'altération maximum est donnée par :

$$\Delta \text{Direction}_{max} = \text{arctg}\sqrt{\frac{m_{max}}{m_{min}}} - \text{arctg}\sqrt{\frac{m_{min}}{m_{max}}}$$

Si les longueurs et les angles se déforment, les surfaces sont également déformées. Le coefficient (q) de *déformation de surface* est donné par :

$$q = m_{max} \cdot m_{min}$$

Remarques
Ces coefficients de déformation sont utiles pour juger des conséquences d'une transformation affine, sur les surfaces des parcelles, par exemple, lors de la digitalisation des plans cadastraux.

Toute l'étude des déformations (indicatrice de Tissot) est tirée de la théorie des (Kuntz, 1990).

Une autre approche est possible. Elle est présentée au chapitre 4.5.2.

Avantages (+) et inconvénients (-)
+ simplicité
+ adaptation à certaines problématiques
- déformation variable des angles selon les directions
- grande sensibilité à la répartition des points de calage

Champ d'application
La transformation affine est souvent utilisée lors de la transformation de coordonnées digitalisées dans le système de coordonnées national. En effet, elle s'adapte bien à la déformation anisotrope du papier (retrait). Dans ce même cadre de digitalisation des anciens plans cadastraux dits « graphiques », moyennant une légère adaptation du modèle (apparition de variables en Y et X), elle permet l'assemblage (à l'instar d'un puzzle) de plans juxtaposés sans axes de coordonnées (plans cadastraux îlots du 19e siècle ; cf. exemple au chapitre 7).

Cas particulier
Il est possible de modifier la transformation affine en une **transformation à cinq paramètres** : deux translations, deux facteurs d'échelle et une rotation. Cette transformation peut correspondre à certaines problématiques, relativement limitées, telles que : échelles de mesures différentes (système d'encodage déréglé ou table à digitaliser).

D'autres combinaisons de 5 paramètres sont possibles mais n'ont pas de véritables sens ou d'applications pratiques.

4.4.6 Transformation de similitude dite transformation de « Helmert »

Parmi les transformations linéaires, la transformation de similitude (également appelée transformation de Helmert) est, de par sa simplicité et ses caractéristiques, très fréquemment utilisée. Elle ne représente cependant pas la solution adaptée à toutes les problématiques et elle a des limites qu'il faut connaître.

Modèle mathématique
Les équations régissant cette transformation sont les suivantes :

$$Y = a \cdot y + b \cdot x + c$$

$$X = -b \cdot y + a \cdot x + d$$

En posant $a = m \cdot \cos\omega$ et $b = m \cdot \sin\omega$ on obtient :

$$Y = m \cdot \cos\omega \cdot y + m \cdot \sin\omega \cdot x + c$$

$$X = -m \cdot \sin\omega \cdot y + m \cdot \cos\omega \cdot x + d$$

ou sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega \\ -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

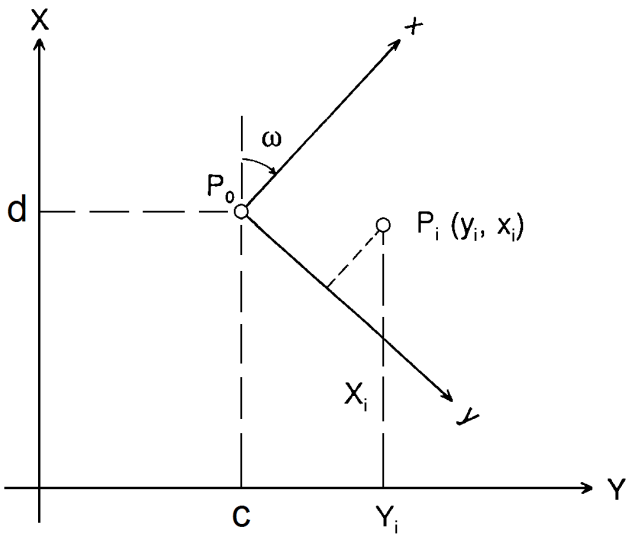


Figure 12: Transformation de Helmert

Sous cette forme, on voit apparaître un facteur multiplicatif ou **facteur d'échelle** (m), une matrice de **rotation** (d'angle ω) et deux **translations** (c et d). Ce sont les paramètres classiques d'une transformation de similitude. Exprimé sous cette forme, le centre de rotation est à l'origine du système local. Les translations c et d se rapportent au système global.

Caractéristiques

La transformation de Helmert est un cas particulier de transformation affine où e = a et d = b.
Le moyen le plus simple de mettre en évidence les caractéristiques d'une transformation est également de transformer un cercle. Faisons donc subir à un cercle unité la transformation de similitude donnée par :

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.782 & 0.908 \\ -0.908 & 1.782 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$$

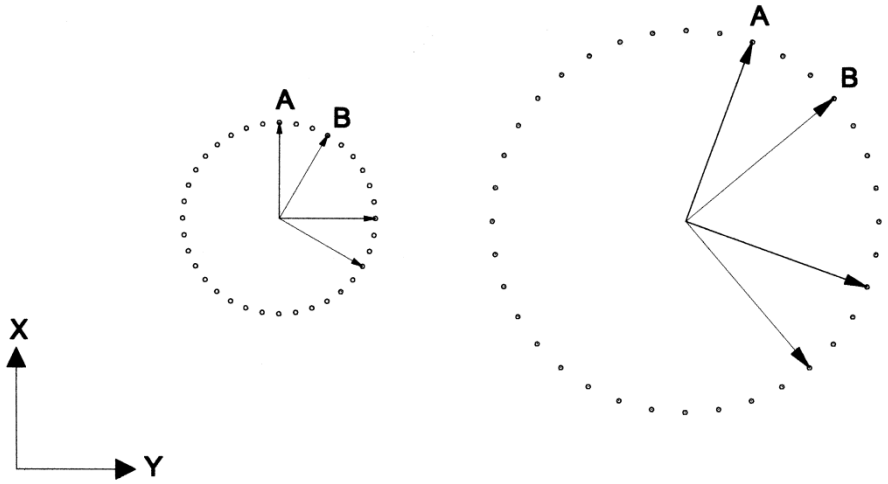


Figure 13: Transformation d'un cercle par une transformation de similitude

Le cercle unité se transforme, dans le cadre de notre exemple numérique, en un cercle de rayon 2. Les axes ayant subi une rotation restent perpendiculaires. En d'autres termes, **la transformation de similitude conserve les angles mais pas les longueurs**. Une telle transformation est dite conforme ou autogonale.

Les paramètres « géométriques » sont données par :

$$m = \sqrt{a^2 + b^2} = 2 \qquad \text{et} \qquad \omega = \operatorname{arctg}\frac{b}{a} = 30\,[\text{gon}]$$

Particularités

Si les coordonnées du système local sont exprimées par rapport à leur centre de gravité (CG), les paramètres de la transformation peuvent se calculer directement à partir des coordonnées des points :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum Y_i\, y_i' + \sum X_i\, x_i'}{\sum y_i' y_i' + \sum x_i' x_i'} \\ \dfrac{-\sum X_i\, y_i' + \sum Y_i\, x_i'}{\sum y_i' y_i' + \sum x_i' x_i'} \\ \dfrac{\sum Y_i}{n} \\ \dfrac{\sum X_i}{n} \end{bmatrix}$$

avec

y_i' : coordonnée y du point i exprimée par rapport au centre de gravité

$$y_i' = y_i - y_{CG}$$

x_i' : coordonnée x du point i exprimée par rapport au centre de gravité

$$x_i' = x_i - x_{CG}$$

On remarque, en observant ces formules, que les paramètres c et d (translations) correspondent au centre de gravité du système global. Autrement dit, en transformant le centre de gravité (0;0) du système local, on obtient le centre de gravité du système global. La transformation de similitude met en coïncidence les centres de gravité. Si les coordonnées du système global (Y, X) sont également « réduites » à leur centre de gravité (Y', X'), les translations sont alors nulles.

La réduction des coordonnées dans le système local (source) **et** dans le système global (cible) est vivement recommandée, notamment si l'on travaille dans le système de coordonnées national (MN03 ou MN95) c'est-à-dire avec beaucoup de chiffres. En raison de la résolution limitée des systèmes de calcul, il peut en résulter des erreurs dans le calcul des paramètres de transformation. Les coordonnées transformées (Y^T, X^T) d'un point x,y se calculent alors de la manière suivante :

$$Y^T = Y_{CG} + b \cdot x' + a \cdot y'$$

$$X^T = X_{CG} + a \cdot x' - b \cdot y'$$

Il est également possible de calculer les paramètres de rotation et d'échelle à l'aide des formules de moyenne pondérée suivantes :

$$\hat{m} = \frac{\sum s_i^2 \dfrac{S_i}{s_i}}{\sum s_i^2} = \frac{\sum s_i^2 m_i}{\sum s_i^2}$$

$$\hat{\omega} = \frac{\sum s_i^2 \left(\Phi_i - \varphi_i\right)}{\sum s_i^2} = \frac{\sum s_i^2 \omega_i}{\sum s_i^2}$$

avec

s_i : distance entre le centre de gravité et le point i dans le système local

φ_i : gisement du côté centre de gravité - point i dans le système local

S_i : distance entre le centre de gravité et le point i dans le système global

Φ_i : gisement du côté centre de gravité - point i dans le système global

$\hat{m}$: facteur d'échelle moyen (compensé)

$\hat{\omega}$: angle de rotation moyen (compensé)

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ maintien de la **forme** des objets, pas de déformation angulaire
+ **simplicité** de mise en œuvre et de programmation
- rigidité, inadaptation à des réalités complexes ou à variations locales

Champ d'application

De par sa simplicité et ses caractéristiques, la transformation de similitude est très souvent employée. Elle permet, par exemple :

- de passer d'un système local « terrain » au système national de coordonnées (station libre),
- de passer de système local d'un plan au système national de coordonnées (digitalisation),
- d'ajuster entre elles des séries de coordonnées issues de mesures GNSS puis de les « caler » dans le système national.

N.B. Pour permettre l'assemblage des séries de coordonnées, le modèle doit être légèrement modifié pour faire apparaître des inconnues δY et δX (points nouveaux ou points appartenant à plusieurs séries, mais n'étant pas des points de calage). Quelques modifications doivent également être apportées au modèle si l'on veut pouvoir appliquer le modèle de compensation médiate et obtenir des résidus sur les éléments du système local (LTOP) (Huguenin, Merminod, 2001a).

Cas particuliers

Un cas particulier de la transformation de similitude est la transformation à trois paramètres ou **transformation isométrique** (le facteur d'échelle est bloqué à 1). Elle est obtenue en linéarisant les équations de base autour de $\overset{o}{\omega} = 0$, $\overset{o}{c} = 0$ et $\overset{o}{d} = 0$ et en posant $\delta m = 0$

On obtient le système d'équations (pour un point) :

$$\begin{bmatrix} Y - \overset{o}{Y} \\ X - \overset{o}{X} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_y \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-\sin\overset{o}{\omega}\cdot y + \cos\overset{o}{\omega}\cdot x) & 1 & 0 \\ (-\cos\overset{o}{\omega}\cdot y - \sin\overset{o}{\omega}\cdot x) & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta\omega \\ \delta c \\ \delta d \end{bmatrix}$$

avec

$$\overset{o}{Y} = \cos\overset{o}{\omega}\cdot y + \sin\overset{o}{\omega}\cdot x + \overset{o}{c}$$

$$\overset{o}{X} = -\sin\overset{o}{\omega}\cdot y + \cos\overset{o}{\omega}\cdot x + \overset{o}{d}$$

Cette transformation est utilisée lorsqu'on désire non seulement conserver la forme des objets mais également leur dimension, par exemple lors de l'intégration d'un réseau GNSS dans un réseau (national) de qualité moindre ou de l'implantation d'un bâtiment dans une parcelle.

D'autres cas (variantes) sont imaginables :

- un **facteur d'échelle** uniquement (homothétie),
- une **rotation** uniquement,
- deux **translations** uniquement

et trouvent leur champ d'application dans quelques rares cas.

4.4.7 Transformation linéaire 3D

Modèle mathématique

La formulation générale d'une transformation linéaire dans l'espace est la suivante :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d \\ h \\ l \end{bmatrix}$$

Il s'agit, en fait, d'une transformation affine appliquée dans l'espace (12 paramètres).

Paramètres à fixer

Les douze coefficients a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l sont les paramètres à déterminer.

Caractéristiques

La transformation telle que décrite précédemment a pour caractéristiques :

- de transformer des droites en droites,
- de conserver le parallélisme et les proportions.

Comme pour la transformation affine 2D, les angles (la géométrie des objets) ne sont pas conservés.

Champ d'application

Son grand intérêt est de se prêter facilement à la programmation et à la résolution de ses paramètres (système linéaire). Elle permet donc d'obtenir rapidement des valeurs approchées utiles pour d'autres types de transformation nécessitant une linéarisation.

4.4.8 Transformation à 7 paramètres

Modèle mathématique

Comme pour les transformations 2D, il est possible de relier les éléments de la matrice de transformation à des éléments géométriques (rotations et échelle).

La rotation du système local autour de l'axe x donne la relation suivante :

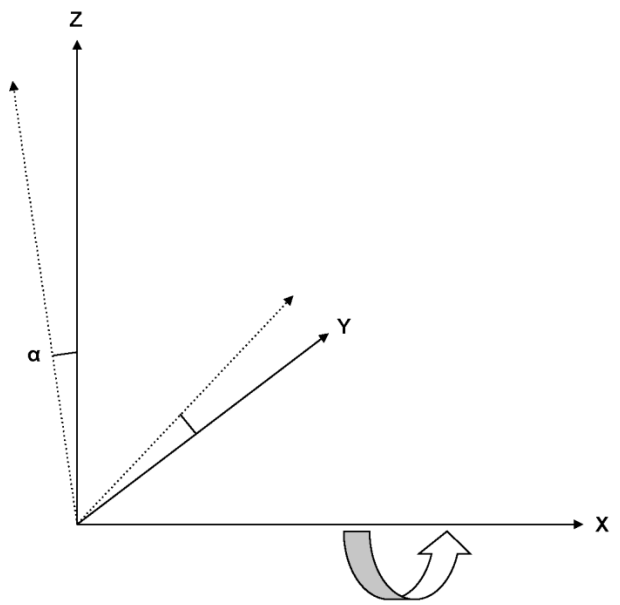


Figure 14: Rotation (α) d'un système autour de l'axe x

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\alpha) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

De même, les rotations autour des axes y et z sont données par :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\beta) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\gamma) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

La rotation résultant de la composition des trois rotations (multiplication des trois matrices) est donnée par :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\gamma) \cdot \mathbf{R}(\beta) \cdot \mathbf{R}(\alpha) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta \cdot \cos\gamma & \cos\alpha \cdot \sin\gamma + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\gamma & \sin\alpha \cdot \sin\gamma - \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\gamma \\ -\cos\beta \cdot \sin\gamma & \cos\alpha \cdot \cos\gamma - \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma & \sin\alpha \cdot \cos\gamma + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\gamma \\ \sin\beta & -\sin\alpha \cdot \cos\beta & \cos\alpha \cdot \cos\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Remarques

- L'ordre de prise en compte des matrices $\mathbf{R}(\gamma)$, $\mathbf{R}(\beta)$ et $\mathbf{R}(\alpha)$ n'est pas quelconque : $\mathbf{R}(\gamma) \cdot \mathbf{R}(\beta) \cdot \mathbf{R}(\alpha)$ est différent de $\mathbf{R}(\alpha) \cdot \mathbf{R}(\beta) \cdot \mathbf{R}(\gamma)$
- $\mathbf{R}$ est une matrice orthogonale $\Leftrightarrow$ $\mathbf{R}^T \cdot \mathbf{R} = \mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$ est la matrice unité) et $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$

Pour les facteurs d'échelle, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

ou, si un seul facteur d'échelle doit être pris en considération :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

En prenant en compte des translations, le modèle complet à 7 paramètres s'écrit :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = m \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$$

C'est ce modèle qu'il faut linéariser en fonction des inconnues si l'on veut procéder à une compensation. Cela nécessite la connaissance de valeurs approchées pour les inconnues. Si l'on n'en dispose pas, les paramètres de transformation peuvent être directement déduits des Quaternions des points de calage. (Shen et al., 2006), (Albertz, Wiggenhagen, 2009) ou (Lösler, 2009) décrivent cette méthode de manière exhaustive.

Paramètres à fixer
Les 7 paramètres à fixer sont donc :

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma & m & T_X & T_Y & T_Z \end{bmatrix}$$

soit trois rotations, un facteur d'échelle et trois translations.

Particularité
Si les éléments de rotation et le facteur d'échelle sont petits, on peut remplacer le facteur d'échelle m par $1+\delta m$, le cosinus des angles par 1, les sinus des angles par les angles eux-mêmes et négliger les produits , $\delta m \cdot \alpha$, $\delta m \cdot \beta$ et $\delta m \cdot \gamma$ .Le système devient :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\delta m & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1+\delta m & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1+\delta m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$$

Et finalement, en isolant les paramètres, en vue d'une compensation (modèle des observations médiates), on obtient (pour un point) :

$$\begin{bmatrix} X-x \\ Y-y \\ Z-z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y & 1 & 0 & 0 & x \\ z & 0 & -x & 0 & 1 & 0 & y \\ -y & x & 0 & 0 & 0 & 1 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ \delta m \end{bmatrix}$$

ou synthétiquement :

$$\mathbf{l} - \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

Remarques
La matrice des équations normales (produit $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$) donne :

$$\begin{bmatrix} [yy+zz] & [-xy] & [-xz] & 0 & [z] & [-y] & 0 \\ [-xy] & [xx+zz] & [-yz] & [-z] & 0 & [x] & 0 \\ [-xz] & [-yz] & [xx+yy] & [y] & [-x] & 0 & 0 \\ 0 & [-z] & [y] & n & 0 & 0 & [x] \\ [z] & 0 & [-x] & 0 & n & 0 & [y] \\ [-y] & [x] & 0 & 0 & 0 & n & [z] \\ 0 & 0 & 0 & [x] & [y] & [z] & [xx+yy+zz] \end{bmatrix}$$

où […] signifie somme.

On remarque qu'en réduisant, au préalable, les coordonnées du système local et du système global par rapport à leur centre de gravité, de nombreux termes hors diagonale de la matrice des équations normales disparaissent et les termes absolus des équations normales sont considérablement plus petits. Si cette « réduction » est faite, le modèle porte le nom de modèle de « Molodensky-Badekas ». Le modèle non réduit porte le nom de modèle de « Bursa-Wolf ».

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ mise en relation de deux systèmes de coordonnées tridimensionnelles sans déformation des objets
- inadaptation à une réalité complexe avec des caractéristiques locales

Champ d'application

La transformation de similitude dans l'espace (ou Quaternion) est beaucoup utilisée en photogrammétrie et dans le traitement des données d'UAV[2] , notamment pour l'orientation absolue.

Dans le cadre du GNSS, elle est à la base des changements de datum (transformation de coordonnées WGS84 vers des systèmes de coordonnées nationaux).

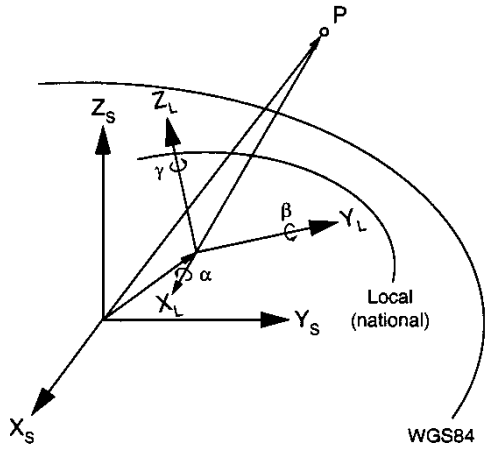


Figure 15: Changement de datum à l'aide d'une transformation 3D

Cas particuliers

Plusieurs cas particuliers de transformation 3D existent à l'instar des cas particuliers présentés pour les transformations linéaires 2D. Toutes n'ont pas une grande utilisation pratique.

On mentionnera néanmoins :

Les translations dans l'espace

Le modèle se résume donc à 3 translations :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$$

C'est le modèle appliqué au changement de datum entre le système ETRS93 et le système de référence CH1903+, autrement dit entre WGS84 (le système de GPS) et le cadre de référence national (MN95).

La transformation topocentrique

Elle permet d'obtenir des coordonnées (élévation, azimut) se référant à un lieu sur terre.
Elle ne comprend que deux paramètres de rotation et trois translations.

$$\begin{bmatrix} E \\ N \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda_Q & \cos\lambda_Q & 0 \\ -\sin\varphi_Q \cdot \cos\lambda_Q & -\sin\varphi_Q \cdot \sin\lambda_Q & \cos\varphi_Q \\ \cos\varphi_Q \cdot \cos\lambda_Q & \cos\varphi_Q \cdot \sin\lambda_Q & \sin\varphi_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_Q \\ Y - Y_Q \\ Z - Z_Q \end{bmatrix}$$

[2] Unmanned Aerial Vehicle, drone

puis

$$El = \mathrm{arctg}\left(\frac{h}{\sqrt{E^2 + N^2}}\right)$$

$$Az = \mathrm{arctg}\left(\frac{E}{N}\right)$$

avec

λ_Q , φ_Q :	coordonnées géographiques du lieu
X_Q , Y_Q , Z_Q :	coordonnées géocentriques du lieu
X, Y, Z :	coordonnées géocentriques du point
E, N, h :	coordonnées topocentriques rectangulaires du point
El, Az :	coordonnées topocentriques polaires du point

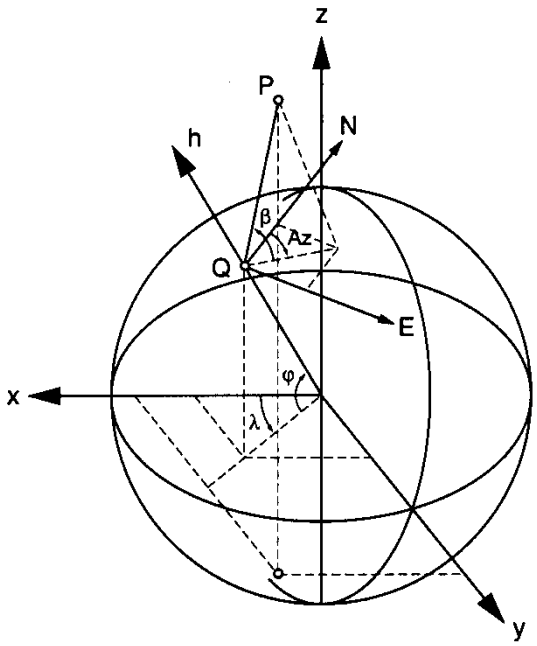


Figure 16: Illustration de la transformation topocentrique
Figure tirée de (Huguenin, Merminod, 2001b)

Cette transformation permet, par exemple, d'estimer la « visibilité » des satellites en fonction d'un lieu.

4.4.9 Transformation de coordonnées WGS84 (GNSS) en coordonnées nationales

Il ne s'agit pas véritablement d'une transformation en soi mais d'une combinaison, une succession de transformations déjà mentionnées. Elle se décompose en plusieurs phases :

1. application d'une transformation 3D : passage du système géocentrique WGS84 au système géocentrique national (CH1903 ou CH1903+ ou CHTRF95) à l'aide de paramètres 3D. Cette transformation est aussi appelée « changement de datum ».

2. conversion des coordonnées géocentriques en coordonnées géographiques

$$L = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right)$$

$$B = \arctan\left(\frac{\frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}}}{1-\frac{R_N \cdot e^2}{R_N + h}}\right)$$

$$h = \frac{\sqrt{X^2+Y^2}}{\cos B} - R$$

avec

$$R_N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B}} \qquad \text{et} \qquad e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$$

où

a = demi-grand axe de l'ellipsoïde

b = demi-petit axe de l'ellipsoïde

la conversion inverse est donnée par

$$X = (R_N + h) \cdot \cos B \cdot \cos L$$

$$Y = (R_N + h) \cdot \cos B \cdot \sin L$$

$$Z = (R_N \cdot (1-e^2) + h) \cdot \sin B$$

3. application de la projection suisse
4. éventuel ajustage local des coordonnées planes à l'aide d'une transformation de Helmert
5. correction des hauteurs ellipsoïdales en altitudes « orthométriques » à l'aide des cotes du géoïde
6. éventuelle prise en compte des écarts entre altitudes orthométriques et usuelles (HTRANS)
7. éventuel ajustage local (translation ou plan incliné) altimétrique.

4.4.10 Transformation directe de coordonnées WGS84 en coordonnées cartésiennes locales (quelconques)

Elle se distingue de la problématique précédente par l'absence de datum géodésique (pas de paramètres de transformation 3D, pas de projection, pas de géoïde…).

Une des méthodes consiste à appliquer le schéma des transformations de coordonnées WGS84 vers le système de coordonnées national jusqu'à l'ajustage local à l'aide de la transformation de Helmert (2D) qui permet alors de prendre en compte le système « local » particulier.

Si la zone de travail est peu étendue et les différences de cote de géoïde négligeables (en fonction du travail à effectuer), une méthode simple consiste à appliquer uniquement une transformation 3D (Huguenin, Merminod, 2001b).

On peut faire suivre ce genre de transformation d'une interpolation des écarts enregistrés sur les points de calage qu'il est alors conseillé de posséder en nombre relativement important et bien répartis.

4.5 Interpolations

4.5.1 Généralités

Le principe de l'interpolation consiste à calculer (reporter, prédire) des valeurs pour différents points sur la base d'observations faites sur des points particuliers appelés points de calage.

Dans le cadre de cette recommandation, le but des interpolations est de faire coïncider « au mieux » deux familles de déterminations après un ajustage global (une transformation) laissant apparaître des écarts résiduels. Une coïncidence **parfaite** locale sur les points de calage ne peut, en général, se faire qu'au prix de déformations importantes.

Le choix d'une méthode d'interpolation et de ses paramètres doit tenir compte de la nature des diverses sources de données (origine, qualité…) et des traitements déjà effectués. Un autre point à ne pas négliger est l'aspect économique en rapport avec la qualité des données et les buts poursuivis (voir schéma de décision au chapitre 6).

Les différentes méthodes présentées répondent plus ou moins bien à quelques critères fondamentaux qui sont à la base même du principe d'interpolation :

- **diminution progressive de l'effet d'un écart** par une fonction (linéaire, quadratique…) liée à la distance entre le point à interpoler et les points de calage,
- **limitation de l'effet des points de calage** par la formation de triangles, de cercles d'influence ou par la formation d'une matrice de covariance, tenant compte de la densité des points, de leur éloignement et de leur interaction,
- **filtrage des éléments à interpoler** par l'introduction d'un taux de répartition, ou par le choix d'erreur moyenne des diverses composantes,
- **lutte contre les cassures d'interpolation** par l'introduction de fonction continue et de rayon d'influence,
- **lutte contre une sur–interpolation** par l'introduction d'élément de corrélation entre points de calage.

Les méthodes et principes présentés dans le cadre de ce document sont applicables (moyennant quelques adaptations en fonction des cas traités) à d'autres domaines que la mensuration en tant que telle.

4.5.2 Interpolation par secteur (affinité par triangle)

Le principe consiste à découper le plan en secteurs (en général des triangles) en reliant les points de calage puis à calculer à l'intérieur des secteurs ainsi définis (triangles) des valeurs en fonction des observations faites aux sommets.

Modèle mathématique (pour un triangle)

$$U_k = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_i v_i}{\sum_{i=1}^{3} p_i}$$

avec

U_k : valeur interpolée au point k

v_i : valeur au sommet i

p_i : poids

$$p_i = 0.5(X_k(Y_{i-1} - Y_{i+1}) + X_{i+1}(Y_k - Y_{i-1}) + X_{i-1}(Y_{i+1} - Y_k))$$

Particularités-interprétation
Les poids correspondent à la surface des « sous-triangles » formés à l'aide du point où a lieu l'interpolation (point k) et des sommets du triangle de base.

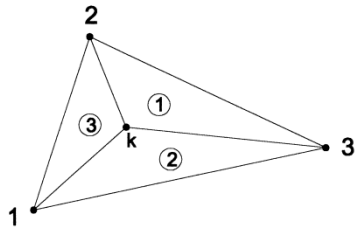


Figure 17: Attribution des poids pour une interpolation linéaire dans un triangle

Cette « interpolation » correspond en fait à une **transformation affine** telle que définie précédemment appliquée à trois points (minimum nécessaire pour calculer les six paramètres).

Le calcul des poids par la méthode des sous-triangles permet également de savoir dans quel triangle se trouve le point à interpoler : si la surface de l'un des sous-triangles est négative, le point se trouve à l'extérieur du triangle.

Paramètres à fixer
Il n'y a pas d'autres paramètres à fixer. La méthode et les valeurs mesurées aux points de calage fournissent, en effet, tous les éléments nécessaires.

Champ d'application
Cette méthode est utilisée par le programme GeoSuite-TRANSINT, interpolation au moyen d'un maillage triangulaire (FINELTRA) (voir chapitre 5) pour interpoler les écarts entre les cadres de référence MN03 et MN95 déterminés sur 5’925 points d'appui de la transformation (PAT). Le maillage des 11’731 triangles qui en résulte définit les paramètres officiels CHENyx06.

Elle peut facilement être mise en œuvre dans d'autres situations, comme le calcul d'altitudes (modèle numérique de terrain).

Avantages (+) et inconvénients (-)
+ les valeurs « doit » sont exactement respectées aux sommets des triangles (pas de résidus)
+ la méthode est simple à mettre en œuvre et à programmer
+ la continuité d'un triangle à l'autre est assurée
+ la méthode est parfaitement réversible
- elle ne respecte pas les angles, ni les échelles
- les éléments géométriques continus (droites, arcs…,) se brisent aux arêtes des triangles
- le choix des triangles est a priori arbitraire et peut avoir de grandes conséquences
- cette méthode ne convient pas bien aux interpolations à effectuer dans le cadre des travaux de rénovation en mensuration cadastrale (PFP3 ou points limite) où la grande quantité de points d’appui rend l’exercice périlleux et spécialement quand on constate des écarts contradictoires sur des points proches

Eléments de déformation
L'interpolation par triangle, comme précédemment évoqué, correspond à une transformation affine. Il est donc possible et judicieux d'utiliser les informations transmises par l'indicatrice de Tissot (ellipse de déformation, coefficients de déformation linéaire maximum, altération des directions…) présentées au chapitre 4.4.5 pour juger des effets de l'interpolation (transformation).

Dans le cadre du programme FINELTRA, une autre approche a été effectuée, conduisant aux mêmes résultats, mais exprimés de manière légèrement différente. Il est utile de connaître cette approche si l'on veut bien comprendre et analyser les résultats fournis. Le détail des explications est donné dans (Marti, Nocera, 2003). Ne sont repris ci-après que quelques éléments essentiels et une partie des notations.

La transformation affine s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \mathbf{T}$$

avec

F : matrice de déformation

T : vecteur de translation

La matrice **F** peut être décomposée en un produit de matrice :

$$\mathbf{F} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}$$

où **D** est une matrice de rotation et **E** une matrice symétrique. On peut alors écrire :

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega \\ -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r & s \\ s & t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

avec

ω: angle de rotation moyen

$$\omega = \mathrm{arctg}\left(\frac{b-d}{a+e}\right)$$

r : facteur d'échelle selon l'abscisse après avoir fait tourner le système d'un angle ω

$$r = a \cdot \cos\omega - d \cdot \sin\omega$$

t : facteur d'échelle selon l'ordonnée après avoir fait tourner le système d'un angle ω

$$t = b \cdot \sin\omega + e \cdot \cos\omega$$

s : déformation angulaire (= tangente de l'angle de cisaillement, qui, dans le système tourné, est le même selon les directions des axes)

$$s = a \cdot \sin\omega + d \cdot \cos\omega = b \cdot \cos\omega - e \cdot \sin\omega$$

Les théorèmes d'algèbre linéaire nous disent que toute matrice symétrique est « orthogonalement diagonalisable » :

$$\mathbf{E} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{R}^T$$

où la matrice diagonale ($\mathbf{\Lambda}$) contient les valeurs propres de **E** et **R** les vecteurs propres associés.

Les valeurs propres de **E** s'obtiennent en résolvant l'équation caractéristique :

$$(r-m)\cdot(t-m)-s^2=0$$

C'est une équation du deuxième degré ayant pour solutions :

$$m_1=\frac{1}{2}\left[(t+r)+\sqrt{(t-r)^2+4\cdot s^2}\right]$$

$$m_2=\frac{1}{2}\left[(t+r)-\sqrt{(t-r)^2+4\cdot s^2}\right]$$

on peut alors écrire :

$$\mathbf{E}=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}m_1 & 0\\ 0 & m_2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

et finalement :

$$\begin{bmatrix}Y\\ X\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\omega & \sin\omega\\ -\sin\omega & \cos\omega\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}m_1 & 0\\ 0 & m_2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}y\\ x\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}c\\ f\end{bmatrix}$$

avec

ω : angle de rotation moyen

m_1 : facteur d'échelle maximum (selon une direction « principale »)

m_2 : facteur d'échelle minimum (selon l'autre direction « principale »)

θ : orientation des directions principales

$$\theta=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2s}{r-t}\right)+\frac{\pi}{2}$$

N.B. les facteurs d'échelle m_1 et m_2 sont identiques aux m_{min} et m_{max} du chapitre 4.4.5.

On définit également les grandeurs :

ρ : altération maximum des directions. Elle est enregistrée pour des directions faisant un angle de 50 [g] par rapport aux axes de l'ellipse.

$$\rho=\frac{1}{2}\sqrt{(r-t)-4\cdot s^2}$$

q : dilatation ou coefficient de déformation de surface

$$q=m_1\cdot m_2$$

k: facteur d'échelle moyen

$$k=\sqrt{m_1\cdot m_2}=\sqrt{r\cdot t-s}\approx\frac{m_1+m_2}{2}$$

En isolant le facteur k on peut exprimer la transformation de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega \\ -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot k \cdot \begin{bmatrix} r/k & s/k \\ s/k & t/k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

et si les éléments de déformation sont petits (ce qui est le cas dans le cadre du passage de MN03 à MN95) :

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\sigma & \omega \\ \omega & 1+\sigma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1+\tau & \upsilon \\ \upsilon & 1-\tau \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

avec

σ : facteur d'échelle moyen (Extension)

$$\sigma \approx \frac{r+t}{2} - 1$$

ω : rotation moyenne (en radian)

$$\omega \approx b - d$$

τ : facteur d'échelle différentiel (première composante de déformation)

$$\tau \approx \frac{r-t}{2}$$

υ : déformation différentielle des directions (deuxième composante de déformation)

$$\upsilon \approx s$$

On peut également calculer la grandeur $Y = \sqrt{\tau^2 + \upsilon^2}$ qui exprime la déformation totale et qui correspond à l'altération maximale des directions.

Tous ces éléments différentiels sont sans dimensions. Ils sont souvent exprimés en [ppm].
Ces éléments peuvent être représentés graphiquement.

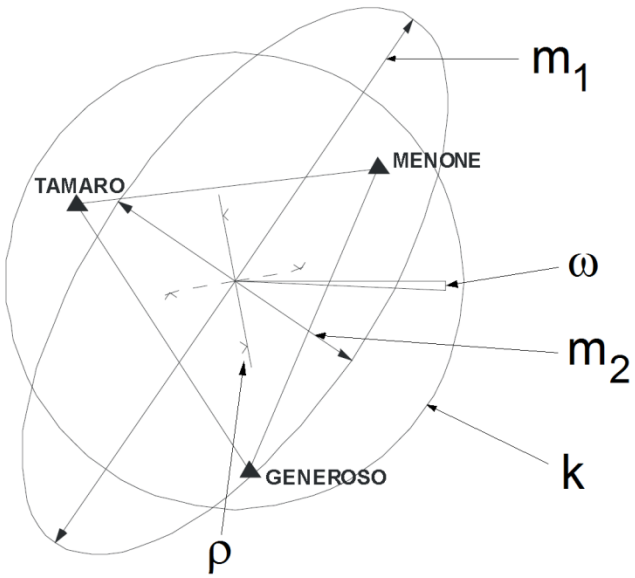


Figure 18: Représentation des éléments de déformation dans FINELTRA, figure tirée de (Marti, Nocera, 2003)

Remarques
Les éléments de déformation permettent de répondre aux questions suivantes :

- De quelle quantité le triangle (et les objets qu'il contient) s'est-il agrandi, ou a-t-il diminué, en moyenne ? ⇨ réponse donnée par k.
- De quelle quantité une longueur sera-t-elle au maximum déformée ? ⇨ réponse donnée par m_1 et m_2.
- De quelle quantité le triangle a-t-il en moyenne tourné (utile pour juger des « cassures » entre les triangles) ? ⇨ réponse donnée par ω.
- Quelle sera la différence maximum entre une direction (gisement) mesurée dans MN03 et MN95 ? ⇨ réponse donnée par ω et ρ.
- De quelle quantité un angle mesuré dans MN03 (un angle droit par exemple) sera-t-il déformé ? ⇨ réponse donnée par les coefficients de déformation angulaire maximum $\frac{m_1}{m_2}$ ou $\frac{m_2}{m_1}$.

4.5.3 Interpolation par la moyenne pondérée

C'est certainement la méthode de base la plus fréquemment mise en œuvre. Elle consiste à pondérer les observations faites sur les points de calage, les poids étant directement fonction de la distance séparant le point où doit s'effectuer l'interpolation des points de calage.

Dans le langage spécialisé, le terme d'IDW (Inverse Distance Weighting) est utilisé.

Modèle mathématique

$$U_k = \frac{\sum p_i \cdot v_i}{\sum p_i}$$

avec

U_k : valeur interpolée au point k

v_i : valeur mesurée au point de calage i

p_i : poids de l'observation i au point k

et

$$p_i = \frac{1}{s_i^{\lambda} + c}$$

s_i : distance du point k au point de calage i

λ, c: paramètres permettant de régler l'influence du « voisinage » (proximité) des points de calage.

Paramètres à fixer
Les paramètres à fixer sont les éléments λ et c.

λ : permet de régler l'influence des points proches. Plus il est élevé plus les points proches prennent de l'importance, en général λ = 1 ou 2, parfois mais rarement 1.5.

c : permet de transmettre une information générale émanant de tous les points, même de ceux éloignés du lieu d'interpolation. Le plus souvent c = 0.

Champ d'application
Le champ d'application de cette méthode est très large. Elle permet de résoudre des problèmes d'interpolation en rapport avec la triangulation aussi bien que le lever de détail.

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ extrêmement simple à mettre en œuvre et à programmer
+ résultats stables et bien maîtrisés
- effet de concentration si les points de calage sont proches

Cas particulier

La méthode de l'interpolation par la moyenne pondérée peut encore être « affinée » en sélectionnant les points de calage dans un certain rayon ($s_i < d_0$). Cette méthode a été mise au point par Monsieur L. Barraud ingénieur géomètre à Lausanne dans les années 1960 et implémentée dans un programme appelé HelVec.

4.5.4 TRANSINT

La « méthode » TRANSINT (« TRANS » vient de ***trans**formation et* « INT » d' ***int**erpolation),* mise en œuvre dans le cadre du programme informatique du même nom, est, comme son nom l'indique, une mise en coïncidence deux jeux de coordonnées à l'aide d'une transformation (**à choix** translations, rotation, transformations de Helmert ou affine) **suivie ou non** d'une interpolation des résidus restant sur les points de calage sur les points transformés. L'interpolation a lieu par la méthode de moyenne pondérée « améliorée » : elle prend en compte la corrélation entre les points de calage.

La phase de transformation n'est pas obligatoire mais elle permet de déterminer la partie fonctionnelle liée à l'ensemble des points de calage.

Modèle mathématique

Dans (Carosio, 1980), on trouve le développement de l'algorithme et la justification du principe. Dans (Carosio, Marti, 2002), on trouve la description du programme.

L'interpolation dans TRANSINT est basée sur le principe de la moyenne pondérée. Les poids sont inversement proportionnels au carré de la distance séparant le point où doit se calculer l'interpolation et le point de calage.

La moyenne pondérée est le résultat de l'application du principe des moindres carrés :

$$dy_k = \left(\mathbf{A}^T\mathbf{P}\cdot\mathbf{A}\right)^{-1}\cdot\mathbf{A}^T\mathbf{P}\cdot d\mathbf{y}$$

avec

dy_k : correction à apporter au point k, valeur interpolée

P : matrice des poids

d**y** : vecteurs des valeurs enregistrées sur les points de rattachement

A : matrice du modèle fonctionnel de la moyenne

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Ainsi exprimé, le modèle ne prend pas en compte la corrélation entre les points de calage. Cette dernière peut être introduite par le biais d'une matrice:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\ r_{n1} & \mathrm{K} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}$$

avec

r_{ij} : corrélation entre le point i et le point j

$r_{ij} = 0.9 \cdot e^{-\ln(1.8)\cdot(d_{ij}/d_0)^2}$ ou, écrit de manière différente : $r_{ij} = \dfrac{0.9}{1.8^{\left(\frac{d_{ij}}{d_0}\right)^2}}$

$r_{ij} = 0.9$ si i = j

avec

d_{ij} : distance entre les points de calage i et j

d_0 : distance pour laquelle le coefficient de corrélation vaut 0.5

Connaissant la matrice (diagonale) des poids reliant un point nouveau aux points de calage (**P**) et la corrélation entre les points de calage, on forme une nouvelle matrice des poids tenant compte de la corrélation entre les points de calage

$$\mathbf{P}_r = \mathbf{P}^{1/2} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{P}^{1/2}$$

Les corrections à apporter se calculent finalement par :

$$dy_k = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_r \cdot d\mathbf{y}$$

et

$$dx_k = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r \cdot d\mathbf{x}$$

Paramètre à fixer

d_0 : distance entre points de calage pour laquelle le coefficient de corrélation vaut 0.5.
c'est le seul paramètre modifiable du modèle, qui permet de prendre en compte des caractéristiques particulières relatives aux cas traités

Contrairement à ce que l'on pourrait croire, le choix du paramètre d_0 n'est pas trivial. Il est même recommandé de transformer une grille de points pour examiner visuellement les résultats obtenus par l'interpolation.
La distance d_0 est, dans la règle, choisie pour correspondre à la demi maille du réseau de points : par exemple 500 m si la distance entre points voisins du réseau est de 1 km en moyenne.

Particularité

La matrice $\left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r$ est en fait un vecteur dont la somme des composants vaut 1. Cela revient à dire que les composants de ce vecteur donnent en % la contribution de chaque point de calage.

Cette méthode, comme déjà mentionné, a été implémentée dans le logiciel GeoSuite (module TRANSINT). Elle donne en général de très bons résultats, sans risque de surcorrections grâce, notamment, aux routines de contrôle internes au programme.

Champ d'application

Le champ d'application est très large. Comme déjà énoncé au chapitre 4.5.3 la méthode de la moyenne pondérée s'applique bien à la plupart des cas rencontrés en mensuration cadastrale ou en triangulation.

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ largement introduit et utilisé Suisse
+ résultats stables et bien maîtrisés
+ élimination de la redondance liée à la proximité de points de calage proches

- pour les utilisateurs, difficile à gérer de manière cognitive (« black box »)
- calculs relativement lourds. Dans le cas de milliers de points de calage, ils durent particulièrement longtemps ou le programme s'interrompt.
- le paramètre d_0 est choisi de manière arbitraire et est appliqué à l'ensemble de la zone d'interpolation. Il est difficile à contrôler. Il ne pourra pas, par exemple, varier dans la zone d'interpolation. Solution : découper la zone ou utiliser la méthode « Shepard modifiée » (chapitre 4.5.5.2)
- les coordonnées des points de calage changent du fait de $r_{ij} = \mathbf{0.9} \cdot e^{\cdots\cdots}$
- influence de chaque point, même éloigné, sur l'ensemble du calcul.

4.5.5 Méthode de Shepard et méthode de Shepard modifiée

C'est (Shepard, 1968) qui a décrit cette méthode d'interpolation. Elle est concrètement à disposition, informatiquement parlant, dans la bibliothèque de programmes (ALGLIB IDW-Interpolation, 2012). Elle est implémentée dans la suite de programmes GeoSuite. Les descriptions des matrices ou des vecteurs qui suivent sont tirées de la littérature d'origine.

4.5.5.1 La méthode de Shepard

Sont donnés les points de calage ou points d'appui $\mathbf{x}_i$ (en informatique appelés nœuds) avec leur résidu correspondant z_i ainsi que des nouveaux points $\mathbf{x}$. Les points de calage sont connus, en coordonnées, dans le système source et dans le système cible. Les points nouveaux ne sont connus que dans le système source.

Au niveau des points nouveaux $\mathbf{x}$, un poids w_i est introduit : $w_i(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|} \right)^p \quad , \quad p = 2$

où $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$ décrit la norme du vecteur différence $\mathbf{x} - \mathbf{x}_i$, ce qui correspond à la distance entre le point nouveau $\mathbf{x}$ et le point de calage $\mathbf{x}_i$ (dans le système source).

La formule simple de la pondération par l'inverse la distance (IDW) donne :

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\sum_i w_i(\mathbf{x}) \cdot z_i}{\sum w_i(\mathbf{x})}$$

$f(\mathbf{x})$ est la valeur interpolée au niveau du point nouveau $\mathbf{x}$, l'interpolation ou fonction d'interpolation. Dans les chapitres précédents elle est décrite par U_k.

Cette méthode de Shepard « simple » correspond à celle décrite au chapitre 4.5.3, pour des valeurs $\lambda = 2$ et $c = 0$.

Un tel algorithme « IDW » a des avantages (+) et des inconvénients (-) :

+ il est très simple à implémenter
+ aucun paramètre ne doit être introduit
+ il peut être utilisé dans un espace à plusieurs dimensions
+ il peut être utilisé pour interpoler des données dispersées ou des coordonnées raster quelconques. La multicolinéarité[3] n'est pas un problème ; l'algorithme fonctionne, même si tous les points se trouvent dans un sous-espace de faible dimension (par exemple sur une droite ou sur un plan). S'il est bien implémenté, il fonctionne également avec des nœuds (points de calage) confondus.
- sa performance est faible pour de grosses quantités de données. La complexité[4] de l'interpolation est O(N), c'est à dire que le temps nécessaire au programme est proportionnel au nombre de points de calage N.

[3] La multicolinéarité est un problème d'analyse de régression et apparaît lorsque deux ou plusieurs variables explicatives sont fortement corrélées. En géométrie, des points sont dits colinéaires s'ils se trouvent sur une droite ou un plan.
[4] La complexité d'une fonction de calcul, qualifie la mobilisation nécessaire au système en termes de mémoire, de temps de calcul ou d'appareils.

- l'algorithme donne trop de poids à des nœuds éloignés. Leur poids d'ensemble peut être plus important que celui de points de calage proche. Cet effet est encore plus marqué dans des espaces de grande dimension.
- la méthode de Shepard est une méthode « globale », ce qui est un problème en soi. La fonction d'interpolation est trop sensible aux valeurs éloignées extrêmes.
- La valeur d'interpolation f(**x**) est plate en $\mathbf{x}_i$, c'est-à-dire qu'elle a une dérivée nulle au niveau des nœuds.

4.5.5.2 La méthode de Shepard modifiée

Les explications sont tirées de (Renka, 1988), (Thacker et al., 2010) et (ALGLIB IDW-Interpolation, 2012). Elles ont été traduites et parfois complétées.

L'algorithme de Shepard modifié est le suivant : $\mathrm{f}(\mathbf{x}) = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_w} \mathrm{W_i}(\mathbf{x}) \cdot \mathrm{Q_i}(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^{N_w} \mathrm{W_i}(\mathbf{x})}$; $N_w < N$

Le nombre total de points de calage est N. Cependant, seuls les N_w points de calage les plus proches sont utilisés pour le calcul au niveau des points nouveaux **x**.

Quel doit être la taille de N_w ? (recommandations de ALGLIB)
« N_w contrôle le caractère local de l'algorithme (remarque : c'est-à-dire jusqu'à quelle distance la pondération doit avoir des effets, voir le paragraphe traitant de la *fonction de pondération*). De trop grandes valeurs rendent l'interpolation trop globale (le calcul devient long et l'interpolation ne permet pas de prendre en compte des caractéristiques locales). A l'opposé, de trop petites valeurs pour N_w conduisent à des interpolations imprécises et contenant des pointes (par exemple si N_w = 1 il s'agit d'une interpolation selon le principe du plus proche voisin qui est décrit de manière plus détaillée dans (Hettwer, Benning, 2003) et (Ahrens, 2004).

Une bonne valeur pour N_w se situe normalement légèrement au-dessus de $\max\left(1.5 \cdot N_q\ ,\ 2^D + 1\right)$ »

D donne la dimension de l'espace. En géodésie cette dimension n'étant que de 2 ou 3, N_w sera toujours égal à $1.5 \cdot N_q$. (Renka, 1988) a obtenu de bons résultats avec une valeur de N_w = 19 pour des données en deux dimensions.

GeoSuite fixe N_w selon $N_w \geq 2^D + 1$ et recommande $N_w \approx 2 \cdot N_q$

Paramètre	Dimension de l'espace		
	1	2	3
N_w	3	5	9

La fonction de pondération $\mathrm{W_i}(\mathbf{x})$

$$\mathrm{W_i}(\mathbf{x}) = \left(\frac{R_x - \left\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\right\|}{R_x \cdot \left\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\right\|} \right)^2 = \frac{1}{\left\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\right\|^2} - \frac{1}{R_x^2} \quad , \quad R_x = \max_{N_w} \left\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\right\|$$

Le rayon d'influence R_x est ainsi la distance maximale séparant le point nouveau **x** des N_w plus proches points de calage $\mathbf{x}_i$. Au-delà de ce rayon, la valeur de $\mathrm{W_i}$ est nulle.

La fonction nodale $\mathrm{Q_i}(\mathbf{x})$

La **fonction nodale** (en anglais : nodal function) $Q_i(\mathbf{x})$ remplace le résidu z_i. C'est une approximation locale z_i au niveau de point de calage $\mathbf{x}_i$. $Q_i(\mathbf{x})$ est une fonction bivariée[5] et, à choix, quadratique, linéaire ou constante. Les coefficients de la fonction $Q_i(\mathbf{x})$ résultent d'un calcul selon le principe des moindres carrés basé sur un jeu de N_q points de calage les plus proche de $\mathbf{x}_i$ et sous la condition que $Q_i(\mathbf{x}_i) = z_i$.

Mathématiquement : $Q_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}^T\mathbf{x} + g \quad ; \quad \mathbf{A} \in ¡^{D\times D}, \mathbf{b} \in ¡^{D}, g \in ¡$

Exemple de calcul de cette fonction nodale Q(**x**) (cas bidimensionnel) :

Point $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ coefficients $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$; $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$ et g ;

Après multiplication :

$$Q_i = ax^2 + bxy + cxy + dy^2 + ex + fy + g$$

Comme il n'est pas possible d'avoir deux coefficients indépendants b et c pour *xy ,* on pose c = b et l'on obtient :

$$Q_i = ax^2 + 2bxy + dy^2 + ex + fy + g$$

Pour le i-ème point de calage $\mathbf{x}_i$ il faut encore introduire la condition $Q_i(\mathbf{x}_i) - z_i = 0$.

Les six coefficients inconnus $[a \;\; b \;\; d \;\; e \;\; f \;\; g]^T$ sont à déterminer à l'aide d'au minimum 3 points de calage. Tout cela conduit à un « modèle de compensation médiale avec conditions entre les inconnues (également appelé modèle de GAUSS-MARKOV) ».

Quelle doit être la taille de N_q ?

N_q contrôle un autre aspect du voisinage, en fait le nombre de nœuds qui vont être utilisés pour former la fonction nodale $Q_i(\mathbf{x})$. Une bonne fonction nodale doit passer par (x_i ,y_i) et donner une bonne approximation de la fonction dans son voisinage.

Une trop petite valeur de N_q rendra impossible une bonne approximation.

Une trop grande valeur pour N_q conduira à un $Q_i(\mathbf{x})$ avec un comportement trop global, ce qui n'est évidemment pas très bon aux endroits où il serait précisément nécessaire de sentir l'influence de $\mathbf{x}_i$.

Une bonne valeur pour N_q est celle de 1.5 fois plus grande que le nombre de paramètres de la fonction nodale : 1+*D* pour une fonction nodale linéaire, (*D*+2) · (*D*+1)/2 pour une fonction nodale quadratique. (Renka, 1988) a obtenu de bons résultats pour des données bidimensionnels avec une valeur de N_q = 13.

Si l'on ne donne pas de valeurs, GeoSuite donne les valeurs suivantes à N_q:

Fonction nodale	Paramètre	Dimension de l'espace *D*		
		1	*2*	*3*
constante:	N_q est ignoré	--	--	--
linéaire:	$N_q \geq$ maximum de (1.5 · (D + 1) ; 2^D + 1)	3	5	9
quadratique:	$N_q \geq$ maximum von (3/4 · (D + 2) · (D + 1) ; 2^D + 1)	5	9	15

Avantages (+) et inconvénients (-)

[5] Une fonction est dite bivariée si elle contient exactement deux variables inconnues (par exemple $f(x,y) = 3x^2 + y + y^3$. La fonction f dépend de deux («bi») variables x et y).

Cet algorithme de Shepard modifié a les avantages suivants:

+ Possibilité de travailler dans des espaces à plusieurs dimensions (en géodésie l'espace est limité au plus à 3 dimensions).
+ Possibilité d'interpoler des données dispersées ou des coordonnées raster quelconques. La multi-colinéarité n'est pas un problème. L'algorithme fonctionne, même si tous les points se trouvent dans un sous-espace de faible dimension (par exemple sur une droite ou sur un plan). S'il est bien implémenté, il fonctionne également avec des nœuds (points de calage) confondus.
+ La dérivée première de la fonction d'interpolation f(**x**) est continue.
+ Bonne performance même pour d'importantes données, ce qui est possible grâce à d'efficaces algorithmes de recherche du plus proche voisin (Nearest Neighbour). La complexité de la préparation de l'interpolation est O(N·logN), et celle de l'interpolation elle-même O(logN). Cela signifie que si l'on double N, le programme aura, certes, besoin de plus de temps mais que d'une quantité constante.
+ Si l'on utilise une fonction nodale linéaire ou quadratique, il n'y a pas de « taches plates » à proximité des nœuds.
+ L'algorithme d'interpolation travaillant localement, f(**x**) ne dépend que des points de calage voisins de **x**, ce qui améliore de manière significative la qualité de l'interpolation.
+ Généralisation « légère » de l'analyse de régression, c'est-à-dire capacité de travailler avec des données fortement bruitées (par « bruit » on entend des écarts aléatoires).
+ Seuls deux paramètres doivent être fixés : N_w et N_q.

Il faut cependant également mentionner plusieurs inconvénients :

- La méthode de Shepard modifiée n'est véritablement plus rapide que l'algorithme de pondération par l'inverse du carré de la distance, décrite au paragraphe 4.5.5.1, que pour de gros jeux de données (avec des centaines de points) et que pour des espaces de faibles dimensions (2 à 5).
- Même si l'algorithme peut travailler dans n'importe quel système de coordonnées, il perd de son intérêt si les points se situent dans un sous-espace de faible dimension. Dans ce cas, les algorithmes SVD[6] basés sur des traitements appliquant les moindres carrés remplacent peu à peu les algorithmes basés les méthodes de décomposition LU[7].
- Dans quelques rares cas, f(**x**) peut montrer des discontinuités. Une discontinuité peut apparaître si plus de N_w prochains voisins de **x** sont à la même distance de **x**. Dans de tels cas, il faudrait choisir algorithme de recherche de voisins au hasard de type k-NN (i.e. un algorithme de recherche du plus proche voisin - Nearest Neighbour - de dimension k). Ceci peut dépendre d'erreurs d'arrondis ou de l'ordre dans les points voisins résultant de la structure du programme de recherche. Malgré tout, f(**x**) reste limité et si l'on augmente N_w, la probabilité de telles situations diminue. Pour éviter ce genre de problèmes, dans des systèmes de coordonnées cartésiens, on peut limiter N_w vers le bas.

Cependant, en pesant les avantages et les inconvénients de la méthode de Shepard modifiée, elle peut être recommandée comme outil standard pour des interpolations pluridimensionnelles (pour des données régulières ou non).

Pour l'utilisateur - choix des fonctions nodales

L'utilisateur peut choisir entre 4 types de fonction nodale (la signification des couleurs correspond à celle des feux de signalisation):

- constante : couleur jaune. La fonction nodale constante est utilisée dans la méthode originale et ne reste que dans un but de comparaison dans le programme GeoSuite.
- Linéaire : couleur verte. Les coefficients sont calculés par les moindres carrés. Cette fonction donne des résultats plus précis que la fonction constante.
- Quadratique : couleur verte. Les coefficients sont calculés au moyen des moindres carrés. Cette fonction donne les meilleurs résultats pour autant que l'on dispose de suffisamment de données

[6] Décomposition en valeur propre, décomposition spectrale
[7] Décomposition LU : voir par exemple http://fr.wikipedia.org/wiki/Décomposition_LU

pour calculer de manière robuste les coefficients. Si l'on ne dispose que de données éparses, la fonction linéaire est peut-être plus adaptée.

- Linéaire « rapide » : couleur rouge. Les coefficients sont calculés à l'aide d'un algorithme dit rapide (interpolation par gradient) à la place du calcul par les moindres carrés. C'est un type de fonction nodale spéciale où la rapidité est plus importante que la qualité. Les coefficients des fonctions nodales ainsi calculés ne minimisent pas une fonction d'erreur semblable selon le principe des moindres carrés. Ils permettent cependant normalement d'obtenir une précision satisfaisante. Ce genre de fonctions nodales est moins robuste et tolérante face aux écarts aléatoires que les précédentes. Elles ne devraient être utilisées que lorsque la qualité et la stabilité des résultats peuvent être testées.

Comment fonctionne l'algorithme en détail?

1. Lecture des points de calage
2. Pour chaque point de calage $\mathbf{x}_i$, recherche des N_q points de calage voisins
3. et détermination des coefficients **A**, **B** et g des fonctions nodales $Q_i(\mathbf{x})$
4. Pour chaque point nouveau **x,** recherche des N_w points de calage voisins
5. Calcul de la fonction de pondération $W_i(\mathbf{x})$ pour les points voisins trouvés
6. Calcul de l'interpolation f(**x**), comme résidu, au niveau du point **x**.

4.5.6 La méthode CDL

La méthode de « combinaison de déformations limitées » (CDL) a été mise au point à l'EPFL dans les années 1970. C'est une méthode simple permettant la prise en compte linéaire et dégressive des valeurs enregistrées sur les points de calage. Chaque point intervient dans un cercle d'influence limité par le plus proche des autres points de calage.

Modèle mathématique

$$U_k = \sum p_{ki} \cdot v_i$$

avec

U_k : valeur interpolée au point k

$$p_{ki} = \frac{d_{imax} - d_{ki}}{d_{imax}} \quad \text{si } d_{ki} < d_{imax}$$ poids de l'observation i

$$p_{ki} = 0 \quad \text{si } d_{ki} > d_{imax}$$

où

d_{imax} : rayon maximum d'influence de l'écart v_i , donné par la distance au point de calage le plus proche.

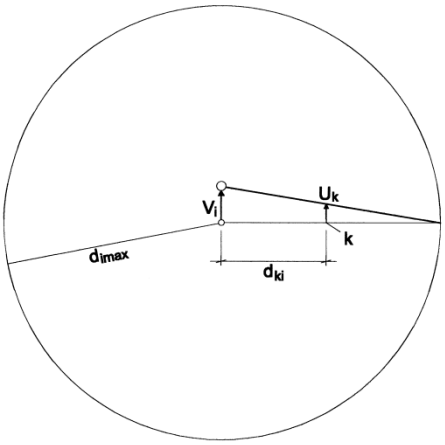


Figure 19: Principe d'influence d'un point de calage

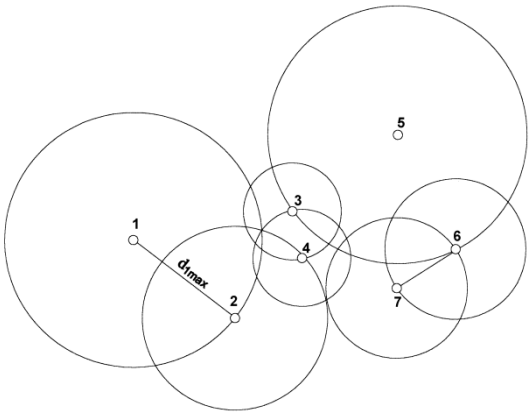


Figure 20: Principe de détermination des d_{imax}

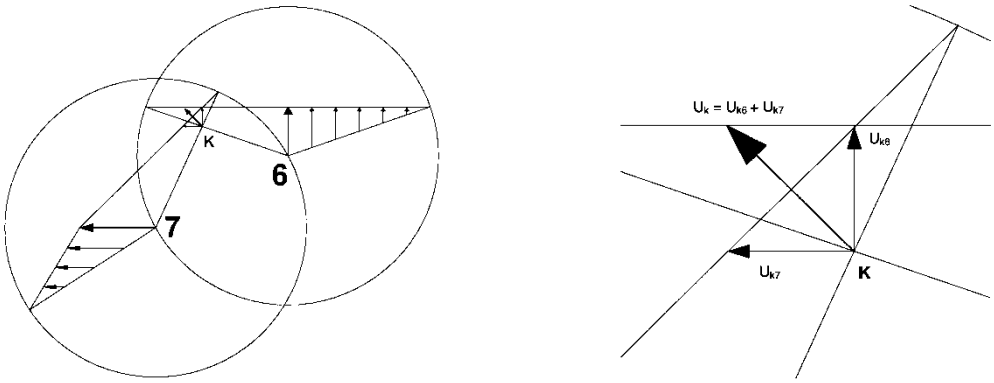


Figure 21: Calcul de l'influence de plusieurs points de calage

Paramètres à fixer
Il n'y a pas de paramètres à fixer. La méthode et la configuration des points de calage fournissent tous les éléments nécessaires aux calculs.

L'élimination « manuelle » de points de calage redondants peut s'avérer utile dans certains cas (groupes de points denses).

Champ d'application
Cette méthode convient bien aux problèmes d'interpolation où interviennent de nombreux points de calage plutôt bien répartis.

Avantages (+) et inconvénients (-)
+ facile à mettre en œuvre et à programmer
+ interpolation linéaire sans cassure
- très dépendant de la position des points de calage
- limitation du rayon d'influence de certains points
- danger de sur-interpolation dans des cas particuliers

4.5.7 Interpolation polynomiale

Modèle mathématique

$$U_k = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} a_{ij} \cdot x^i \cdot y^j$$

avec

U_k : valeur interpolée au point k

y, x : coordonnées du point où se calcule l'interpolation

a_{ij} : coefficients des monômes[8]

m,n : puissance à appliquer aux coordonnées x et y

Paramètres à fixer

Les seuls véritables paramètres à fixer sont les puissances m et n qui fixent le degré du polynôme. Une fois ce dernier choisi, les coefficients a_{ij} seront calculés sur la base des points de calage qui doivent être au moins aussi nombreux que le nombre de coefficients.

Champ d'application

Le champ d'application de cette méthode est très étendu de par sa souplesse et ses possibilités.

La méthode est appliquée dans des cas complexes montrant des caractéristiques très locales.

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ souplesse et étendue des possibilités
- présence de nombreux points de calage nécessaire
- effets (liés à la présence de degrés élevés) pas toujours maîtrisables

Cas particulier

Si m=n=2, on obtient une interpolation dite « biquadratique » de la forme :

$$U = a_{00} + a_{01} \cdot y + a_{02} \cdot y^2 + a_{10} \cdot x + a_{11} \cdot x \cdot y + a_{12} \cdot x \cdot y^2 + a_{20} \cdot x^2 + a_{21} \cdot x^2 \cdot y + a_{22} \cdot x^2 \cdot y^2$$

Les neuf paramètres peuvent être calculés à l'aide de neuf points de calage.

Si les neufs points de calage sont répartis sur une grille unitaire, les coefficients peuvent être obtenus à partir des observations sur les points de calage par de simples opérations d'addition et de division selon les formules suivantes [selon Marti U.] :

$$a_{00} = v_{[0,0]}$$

$$a_{01} = \frac{\left(v_{[1,0]} - v_{[-1,0]}\right)}{2}$$

$$a_{02} = \frac{\left(v_{[1,0]} + v_{[-1,0]}\right)}{2} - v_{[0,0]}$$

$$a_{10} = \frac{\left(v_{[0,-1]} - v_{[0,1]}\right)}{2}$$

[8] Un monôme est un produit constitué d'un coefficient et des pouvoirs de variables.

$$a_{11} = \frac{\left(v_{[1,-1]} - v_{[1,1]} + v_{[-1,1]} - v_{[-1,-1]}\right)}{4}$$

$$a_{12} = \frac{\left(v_{[0,1]} - v_{[0,-1]}\right)}{2} + \frac{\left(v_{[1,-1]} - v_{[1,1]} - v_{[-1,1]} + v_{[-1,-1]}\right)}{4}$$

$$a_{20} = \frac{\left(v_{[0,1]} + v_{[0,-1]}\right)}{2} - v_{[0,0]}$$

$$a_{21} = \frac{\left(v_{[-1,0]} - v_{[1,0]}\right)}{2} + \frac{\left(v_{[1,1]} + v_{[1,-1]} - v_{[-1,-1]} - v_{[-1,1]}\right)}{4}$$

$$a_{22} = v_{[0,0]} - \frac{\left(v_{[0,1]} + v_{[1,0]} + v_{[0,-1]} + v_{[-1,0]}\right)}{2} + \frac{\left(v_{[1,1]} + v_{[1,-1]} + v_{[-1,-1]} + v_{[-1,1]}\right)}{4}$$

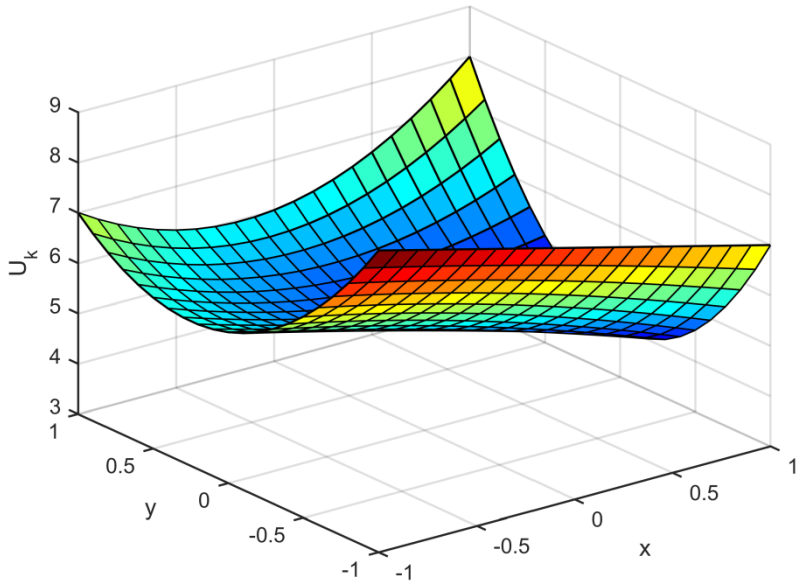


Figure 22: Exemple d'interpolation biquadratique sur la base d'une grille unitaire de neuf points

C'est cette méthode d'interpolation qui est utilisée pour calculer la cote du géoïde dans le programme CHGEO et dans certains récepteurs GNSS pour permettre ainsi le passage de hauteurs ellipsoïdales à des altitudes orthométriques (et finalement usuelles).

4.5.8 Interpolation par les moindres carrés (modèle d'interpolation simple)

Cette méthode utilise les « relations », entre les points de calage entre eux d'une part et entre les points à interpoler et les points de calage d'autre part, définies à l'aide d'une fonction de covariance.

Cette méthode est à la base du programme QUINT mis au point par le professeur Karl Kraus dans les années 1970 pour résoudre des problèmes de résidus en photogrammétrie (Kraus, 2000).

Modèle mathématique

$$\mathbf{U} = \mathbf{C}_{\bar{s}s}^{T} \cdot \mathbf{C}_{\bar{s}\bar{s}}^{-1} \cdot \mathbf{v}$$

avec

$\mathbf{U}$: vecteur des valeurs interpolées

$\mathbf{v}$: vecteur des observations (valeurs à interpoler)

$\mathbf{C}_{\bar{s}\bar{s}}$: matrice de variance-covariance des points de calage

$\mathbf{C}_{s\bar{s}}$: vecteur ou matrice de covariance entre le (les) point(s) à interpoler et les points de calage

Les matrices $\mathbf{C}_{\bar{s}\bar{s}}$ et $\mathbf{C}_{s\bar{s}}$ sont construites à l'aide d'une fonction de covariance du type :

$$c_{ij} = c_0 \cdot e^{-a^2 d_{ij}^2}$$

avec

d_{ij} : distance entre le point i et le point j

c_0 : covariance du signal pour $d_{ij} = 0$, sommet de la courbe

a : paramètre influençant la forme de la courbe et donc le rayon d'influence des points de calage

Ainsi exprimée la fonction de covariance représente une courbe en cloche.

Paramètres à fixer
Ce sont les éléments c_0 et a. Attribuer des valeurs à ces paramètres est une opération très délicate.

On peut commencer avec des valeurs « standards » (c_0 = 0.9 et a = 0.01) ou tenter d'ajuster une courbe sur des valeurs de covariances établies sur la base des observations faites sur les points de calage et les distances les séparant. Le détail sur la manière d'estimer ces paramètres est donnée dans (Kraus, 2000).

Champ d'application
Le champ d'application de cette méthode est très large. Elle est bien adaptée aux problématiques où les points (de calage et/ou ceux où doit s'opérer l'interpolation) montrent des dépendances. On citera, par exemple, l'insertion d'un réseau sans déformation dans un cadre déformé.

Avantages (+) et inconvénients (-)
+ grande variété d'interpolations possibles
- choix des paramètres a et c_0 adaptés au problème à résoudre
- limitation du nombre de points d'ajustage
- instabilité et danger d'interpolation aberrante.

Cas particulier
Un cas particulier est obtenu en introduisant directement les distances (éventuellement à une puissance) dans la matrice de variance covariance.

4.5.9 Analyse multiquadratique (interpolation par sommation de surfaces)

R.L. Hardy a développé en 1971 l'analyse multiquadratique. C'est une méthode, aujourd'hui très répandue et éprouvée. Elle appartient aux algorithmes d'interpolation RBF (Radial Basis Function. voir par exemple https://en.wikipedia.org/wiki/Radial_basis_function ou (Buhmann, 2003)) qui ont été progressivement utilisés.

A l'aide de l'analyse multiquadratique, il est possible d'approcher, au moyen de séries trigonométriques ou polynomiales, des surfaces irrégulières (i.e. indéfinies mathématiquement), comme la topographique, sur la base d'un semis de points (Hardy, 1972), (Kraus, 2000).

On définit une surface élémentaire au niveau de chaque point d'appui (y_i, x_i) (point de calage). En général, il s'agit d'une surface de rotation, c'est à dire d'une surface du deuxième degré. Le résultat de l'interpolation (par exemple la surface topographique ou l'effet d'un résidu d'un point particulier sur la coordonnée y ou x) est obtenu par la somme des surfaces élémentaires, multipliée par un scalaire selon la coordonnée z, de telle sorte qu'au niveau des points de calage cette somme corresponde exactement aux valeurs mesurées (altitudes, résidus).

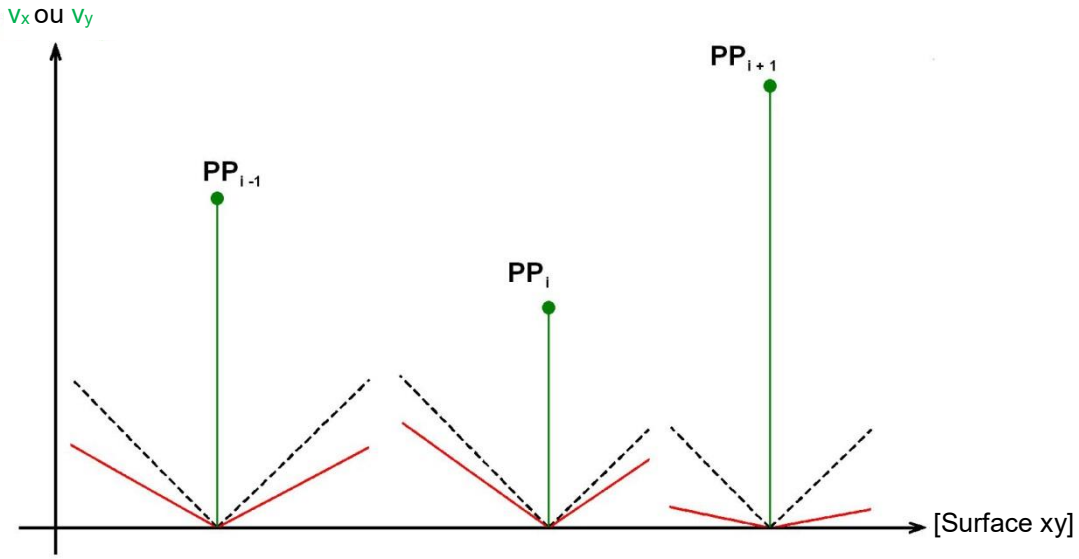


Figure 23: Sommation des surfaces sur des cônes de rotation, disposés pointe en bas (traitillé) respectivement normées (en rouge). La somme de tous les cônes rouges donne l'écart résiduel v_x ou v_y du point de calage. Source : (Kraus, 2000: p. 138)

Les surfaces élémentaires sont décrites à l'aide d'une fonction de base $q(y_i, x_i, y_j, x_j)$ que l'on choisit en fonction des données ou du type de problème. La fonction de base peut être un cône, un hyperboloïde, une courbe en cloche ou autre.

On définit dans un premier temps une matrice fonctionnelle $\underset{n,n}{\mathbf{Q}}$, pour les n points de calage dont les coefficients q_{ij} sont calculés à l'aide de la fonction de base, par exemple :

$$q_{ij} = \left[\left(y_i - y_j\right)^2 + \left(x_i - x_j\right)^2 + G \right]^{1/2} \qquad \text{(Hyperboloïde)}$$

Le facteur G permet de contrôler à volonté les surfaces d'interpolation. Pour G = 0, la fonction de base ci-dessus conduit à un cône avec des pointes au niveau des points de calage (y_i, x_i). (Kraus 2000) traite de manière approfondie le choix du paramètre G. (Göpfert, 1977) propose $G = 0.6 \cdot D_{min}^2$ où D_{min} est la plus petite distance entre points de calage.

Suit la mise à l'échelle recherchée des n surfaces de rotation. Elle est obtenue en introduisant n facteurs d'échelle m_i. Aux points de calage, on connaît leur valeur d'appui z (= hauteur ou apport résiduel en x ou y) :

$$\mathbf{z} = \sum_{j=1}^{n} q(y_i, x_i, y_j, x_j) \cdot m_i = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{m}$$

ce qui permet de calculer les facteurs d'échelle :

$$\mathbf{m} = \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{z}$$

Les valeurs interpolées sur des points quelconques se calculent par

$$\mathbf{Z} = \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{m}$$

avec

$\mathbf{k}$: vecteur dont les termes sont calculés à l'aide de la fonction $q(y_i, x_i, y, x)$

Pour que la méthode fournisse des valeurs à interpoler valables, il faut encore, avant l'interpolation, enlever une éventuelle composante systématique z_{Trend} des valeurs d'appui z. Cela donne finalement la valeur Z après interpolation des résidus $(z - z_{Trend})$. (Fröhlich, Bröcker, 2006) montrent que cette composante systématique est une surface $z_{Trend} = a \cdot x + b \cdot y + c$ où les paramètres a, b et c doivent être déterminés par une compensation à l'aide des points de calage.

La précision empirique pour des valeurs interpolées de manière multiquadratique est indiquée par (Wolf, 1981).

Paramètres à fixer

La fonction de base : cône, hyperboloïde, paraboloïde, courbe en cloche, autre surface de rotation

Le paramètre de lissage G : qui fixe la courbure des surfaces d'interpolation ou autrement dit qui fixe la manière avec laquelle seront lissées les courbes entre les points de calage.

Domaines d'application

Modèles digitaux altimétriques et de terrain

Répartition des écarts résiduels après transformation.

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ modèle mathématique simple
+ déroulement du calcul rapide, facile à programmer
+ choix du lissage des surfaces d'interpolation par le biais du paramètre G
+ utilisable quelle que soit la répartition des points (éparse, régulière ou irrégulière)
+ rayon d'influence fixé par les points de calage, impossibilité de mal partager la zone d'interpolation
+ une paramétrisation correcte donne pratiquement les mêmes résultats que l'interpolation « Natural Neighbour »
- choix de la fonction de base et du paramètre G
- grosse capacité de calcul si les points de calage sont nombreux
- valeurs d'interpolation inutilisables en dehors des points de calage

4.6 Modèle général de transformation-interpolation

On a vu dans les paragraphes précédents, de manière distincte, les problèmes de transformations consistant à calculer ou à appliquer des paramètres d'un modèle fonctionnel et la problématique de l'interpolation consistant prendre en compte, en fonction de certains critères comme la proximité, les observations faites sur les points de calage.

Il existe un modèle général, nommé **collocation**, permettant d'effectuer simultanément les deux opérations.

Modèle mathématique

La théorie relative liée à ce modèle mathématique est complexe (Dupraz, Stahl, 1994), (Hardy, 1972) (Fischer et al., 2003) et (Wirth, 1990).

Le modèle général permettant de lier les deux opérations s'écrit :

$$\mathbf{l} - \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{R} \cdot \bar{\mathbf{s}}$$

Aux mesures $\mathbf{l}$ et à leur résidu **v** (que l'on désigne souvent, dans ce cadre, par le terme de bruit, avec le caractère n), on compare un modèle comprenant une partie systématique, approchée par un modèle fonctionnel ($\mathbf{Ax}$), et une partie approchée par un modèle stochastique ($\mathbf{R}\bar{\mathbf{s}}$), fonction (**R**) d'un signal $\bar{\mathbf{s}}$.

L'opération consistant à déterminer $\bar{\mathbf{s}}$ (signal sur les points de calage) s'appelle le filtrage. On s'intéresse également et surtout à la fonction (prédiction)

$$\mathbf{f} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{s}$$

avec

- **s** : signal inconnu sur les points nouveaux
- **x** : points quelconques
- **G** : fonction des paramètres du modèle fonctionnel (souvent **G = I**)
- M : fonction du signal prédit (souvent **M = I**)
- **I** : matrice unité

Le graphique de la figure suivante résume la problématique.

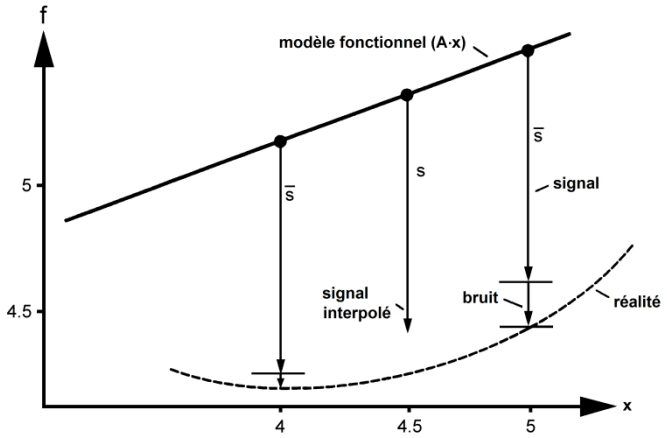


Figure 24: Principe du modèle général comprenant l'ajustage d'un modèle fonctionnel et le filtrage des observations

Sur la base des points de calage, on essaie de formuler et d'ajuster un modèle fonctionnel (un modèle linéaire par exemple) qui a, quelle que soit sa complexité, ses limites. Dans l'écart (le résidu) entre ce modèle fonctionnel et la réalité restent une partie aléatoire (le bruit) et une partie systématique-déterministe (le signal). La difficulté réside à trouver l'équilibre entre le bruit et le signal. Une fois déterminé, le signal peut être reporté (interpolé) sur des points nouveaux en fonction de critère de proximité.

En écrivant le modèle général sous la forme :

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}+\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{R} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{v}\\ \bar{\mathbf{s}}\\ \mathbf{s}\end{bmatrix}-\mathbf{l}=\mathbf{0}$$

on voit apparaître le modèle de compensation de GAUSS-HELMERT $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}+\mathbf{B}^{T}\cdot\mathbf{v}^{*}-\mathbf{l}=\mathbf{0}$ en posant:

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{I}\\ \mathbf{R}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix} \qquad \text{et} \qquad \mathbf{v}^{*}=\begin{bmatrix}\mathbf{v}\\ \bar{\mathbf{s}}\\ \mathbf{s}\end{bmatrix}$$

Le modèle stochastique est formé d'une matrice :

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{\mathbf{vv}} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}} & \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\mathbf{s}}\\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} & \mathbf{C}_{\mathbf{ss}}\end{bmatrix}$$

avec

$$\mathbf{C}_{\mathbf{vv}}=\mathbf{C}_{\mathbf{ll}}$$

Les matrices $\mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}$, $\mathbf{C}_{\mathbf{ss}}$ et $\mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}}$, sont construites à l'aide d'une fonction de covariance du type (courbe en cloche) :

$$c_{ij}=c_0\cdot e^{-a^2 d_{ij}^2}$$

avec

- d_{ij} : distance entre le point i et le point j
- c_0 : covariance du signal pour $d_{ij}=0$, le sommet de la courbe
- a : paramètre influençant la forme de la courbe et donc le rayon d'influence des points de calage

D'autres fonctions de covariance sont possibles : diminution linéaire ou en fonction de puissance par exemple. Le choix de la fonction de covariance et de ses paramètres est une opération très délicate. Ils sont difficiles à déduire des données. Les matrices de variance-covariance doivent être définies positives.

Connaissant le modèle fonctionnel et le modèle stochastique, on peut appliquer les formules de la compensation de GAUSS-HELMERT pour obtenir les paramètres et valeurs recherchées:

$\hat{\mathbf{x}}=\left(\mathbf{A}^{T}\cdot\mathbf{N}^{-1}\cdot\mathbf{A}\right)^{-1}\cdot\mathbf{A}^{T}\cdot\mathbf{N}^{-1}\cdot\mathbf{l}$ paramètres estimés du modèle fonctionnel

$\hat{\mathbf{v}}=\mathbf{C}_{\mathbf{vv}}\cdot\mathbf{N}^{-1}\cdot\left(\mathbf{l}-\mathbf{A}\cdot\hat{\mathbf{x}}\right)$ bruit sur les points de calage

$\bar{\mathbf{s}}=\mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}\cdot\mathbf{R}^{T}\cdot\mathbf{N}^{-1}\cdot\left(\mathbf{l}-\mathbf{A}\cdot\hat{\mathbf{x}}\right)$ signal filtré sur les points de calage

$\mathbf{s}=\mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}}\cdot\mathbf{R}^{T}\cdot\mathbf{N}^{-1}\cdot\left(\mathbf{l}-\mathbf{A}\cdot\hat{\mathbf{x}}\right)$ signal prédit sur les points nouveaux

avec

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{R}^{\mathrm{T}}$$

et finalement pour valeur finale (transformation + interpolation)

$$\mathbf{f} = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \left(\mathbf{l} - \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} \right)$$

Particularité

L'application de la loi de propagation des erreurs moyennes permet de calculer l'erreur moyenne sur $\mathbf{f}$, donc de qualifier le résultat en terme de précision, ce qui rend la méthode très intéressante.

$$\mathbf{C}_{\mathbf{ff}} = \mathbf{C}_{\mathbf{ss}} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}}^{\mathrm{T}} + (\mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{G}) \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{xx}} \cdot (\mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{G})^{\mathrm{T}}$$

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ permet de combiner les avantages des transformations et des interpolations
+ permet de qualifier les résultats en terme de précision
- mathématiquement extrêmement complexe.

Cas particuliers

Du modèle général, on peut déduire 4 cas particuliers:

1. Le modèle de ***compensation médiate*** en posant $\mathbf{R} = \mathbf{0}$ ⇔ toute l'information doit être « reprise » par le modèle fonctionnel:

   $$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{v} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

   et

   $$\mathbf{f} = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}}$$

   avec

   $$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}}$$

   Ce modèle ne contient donc qu'une partie fonctionnelle.

2. Le modèle appelé ***collocation classique*** si $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ et $\mathbf{M} = \mathbf{I}$

   $$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{v} + \bar{\mathbf{s}} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

   et

   $$\mathbf{f} = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \left(\mathbf{l} - \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} \right)$$

   avec

   $$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} + \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}$$

   Ce modèle est très souvent utilisé en topométrie, notamment dans le cadre de GNSS lorsque, par exemple, les altitudes n'ont pas pu être corrigées de la cote du géoïde ou lorsque d'autres aspects complexes (projection, caractéristiques très locales) n'ont pas pu être pris en compte. Par exemple (Wirth, 1990):

   $$1. \quad \begin{bmatrix} Y \\ X \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E \\ N \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_0 \\ X_0 \\ H_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_Y \\ s_X \\ s_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_Y \\ v_X \\ v_H \end{bmatrix}$$

3. Le modèle **d'*interpolation simple*** en posant $\mathbf{R} = \mathbf{M} = \mathbf{I}$, $\mathbf{A} = \mathbf{G} = \mathbf{v} = \mathbf{0}$

$$\bar{\mathbf{s}} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

et

$$\mathbf{f} = \mathbf{s} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{l} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}^{-1} \cdot \mathbf{l}$$

avec

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}$$

Dans ce cas, l'observation forme l'entier du signal, sans bruit. Ce cas a déjà été étudié dans le cadre du chapitre 4.5.8.

4. Le modèle d'interpolation par les ***moindres carrés*** en posant $\mathbf{R} = \mathbf{M} = \mathbf{I}$, $\mathbf{A} = \mathbf{G} = \mathbf{0}$

$$\mathbf{v} + \bar{\mathbf{s}} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

et

$$\mathbf{f} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{l}$$

avec

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} + \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}$$

Il n'y a pas de modèle fonctionnel à ajuster. Les observations forment l'entier du signal. Un bruit est admis.

4.7 Méthodes d'estimation

Lorsqu'on a choisi le modèle de transformation ou d'interpolation, il faut déterminer, « estimer », les paramètres, à l'aide des points de calage.

Pour y parvenir, il faut que le nombre de points de calage soit au moins égal au nombre de paramètres. S'il est plus important, et il doit l'être dans la règle, il y a lieu de procéder à une compensation.

Dans ce cadre également, plusieurs « méthodes » avec leur variantes et cas particuliers sont possibles:

- méthode du maximum de vraisemblance,
- méthode des moindres carrés,
- méthode robuste,
- méthode des régions («divide et impera»),
- …

Remarques importantes
Il règne parfois une certaine confusion chez le praticien en ce qui concerne les méthodes.
Utiliser une méthode « robuste » définit un **mode de compensation** et non une méthode de transformation ou d'interpolation.

Prétendre utiliser « TRANSINT » comme méthode ne fait que référence à un programme permettant de calculer diverses transformations avec ou sans interpolation par moyenne pondérée et ceci à l'aide ou non du mode de compensation robuste. Cela ne décrit pas le travail effectué.

En exploitant certaines caractéristiques des méthodes de transformations, d'interpolation et de compensation, il est parfois possible d'obtenir des algorithmes simples mais rigoureux. On citera, par exemple, le calcul des paramètres de Helmert par moyenne pondérée de facteurs d'échelle et d'angles de rotation calculés individuellement.

4.7.1 Méthode du maximum de vraisemblance

Connaissant la loi de probabilité des observations (appelée aussi densité), le principe du maximum de vraisemblance consiste à déterminer les paramètres inconnus sur la base des observations en maximisant la fonction (appelée vraisemblance) :

$$V(\theta) = \prod f_\theta(y_i)$$

avec

θ : paramètre à estimer

$V(\theta)$: (fonction de) vraisemblance

$\prod$: produit

f_θ : fonction de densité de probabilité

y_i : observations

Si la loi de probabilité sous-jacente est la loi normale, hypothèse quasi implicite dans les travaux géométriques, la méthode du maximum de vraisemblance conduit au principe des moindres carrés.

4.7.2 Moindres carrés

La méthode des moindres carrés, bien connue et beaucoup utilisée dans le monde des géomètres, consiste à donner aux paramètres des valeurs telles que le carré des écarts entre les observations et le modèle soit minimum.

$$\rho(v_i) = \sum v_i^2 = \text{minimum}$$

avec

$$v_i = y_i - f(x_1, x_2 ... x_u)$$

où

v_i : écarts, résidus

y_i : observation au point i

x_u : inconnue(s), paramètre(s) du modèle

<u>Remarques</u>

En général, on cherche à estimer des paramètres. Le principe des moindres carrés débouche alors sur la méthode dite « des observations médiates » ou « compensation paramétrique ». Le principe des moindres carrés peut également être appliqué lorsque des équations sans paramètres relient les observations. On parle alors de compensation « d'observations conditionnelles ».

Un modèle général (le modèle de GAUSS-HELMERT) permet de traiter des « observations conditionnelles avec paramètres ».

La méthode des moindres carrés séquentiels (nommée aussi filtrage de Kalman) permet de calculer les paramètres au fur et à mesure de l'arrivée des observations, sans devoir reformer l'entier des matrices. Cette méthode est particulièrement adaptée au traitement des mesures GNSS. Pour les détails voir par exemple (Niemeier, 2008).

4.7.3 La méthode « Robuste »

La méthode robuste, utilisée entre autres dans les programmes TRANSINT et LTOP, consiste à minimiser l'influence des mesures dont les résidus s'écartent d'une certaine valeur (x fois l'erreur moyenne a priori par exemple).

La fonction à minimiser est alors (méthode de Huber) :

$$\rho(v_i) = \begin{cases} 0.5v_i^2 & \text{si} \quad |v_i| < k \\ k|v_i| - 0.5k^2 & \quad\quad\;\; |v_i| \geq k \end{cases}$$

avec

$\rho(v_i)$: fonction à minimiser

v_i : écarts, résidus

k : paramètre robuste, dans LTOP et TRANSINT : $k = c_{ROB} \cdot |\sigma_{v_i}|$

c_{ROB} : constante, par exemple 2.5 ou 3.5

$|\sigma_{v_i}|$: valeur absolue de l'erreur moyenne de la i-ème observation

L'utilisateur peut rendre le calcul plus ou moins « robuste » en agissant sur le paramètre k ou c_{ROB} suivant les programmes.

Si k est proche d'une fois l'erreur moyenne, la plupart des mesures risquent d'être touchées. Cette situation peut être intéressante si l'on cherche une valeur particulièrement centrée au milieu d'une quantité de mesures.

Si k tend vers l'infini, la compensation tend vers celle des moindres carrés.

En général c_{ROB} est choisi entre 2 et 4 pour écarter les mesures statistiquement assez éloignées de la moyenne.

Remarque
Cette méthode est efficace pour la recherche de fautes dans les observations et l'obtention « rapide » de paramètres corrects. Le calcul définitif devrait s'opérer en utilisant la méthode des moindres carrés « classiques ».

Le principe peut être « affiné » en considérant comme valeur limite (c_{ROB}) une valeur normée (w_i) propre à chaque observation. C'est ce principe qui est utilisé dans LTOP.

4.7.4 La méthode « divide et impera »

Il s'agit davantage d'une méthode « organisationnelle » que mathématique. Elle peut consister à séparer les données par catégories quand celles-ci doivent subir des traitements différents (données calculées, digitalisées, de provenances différents, etc.). Il peut aussi s'agir de diviser par régions géographiques des données globalement hétérogènes mais ayant des zones avec des caractéristiques localement homogènes (par plan, par lot, par réseau de points fixes, etc.).

La zone de travail est divisée en secteurs présentant des caractéristiques homogènes.

Chaque secteur fait ensuite l'objet de transformations ou d'interpolations pour lui-même.
En bordure, les résultats issus des deux zones peuvent être divergents.

L'utilisateur doit donc soigneusement choisir les points de calage dans les deux secteurs concernés et en particulier dans la zone frontière. Il est donc parfois indispensable de procéder à une moyenne voire une interpolation dans la zone frontière :

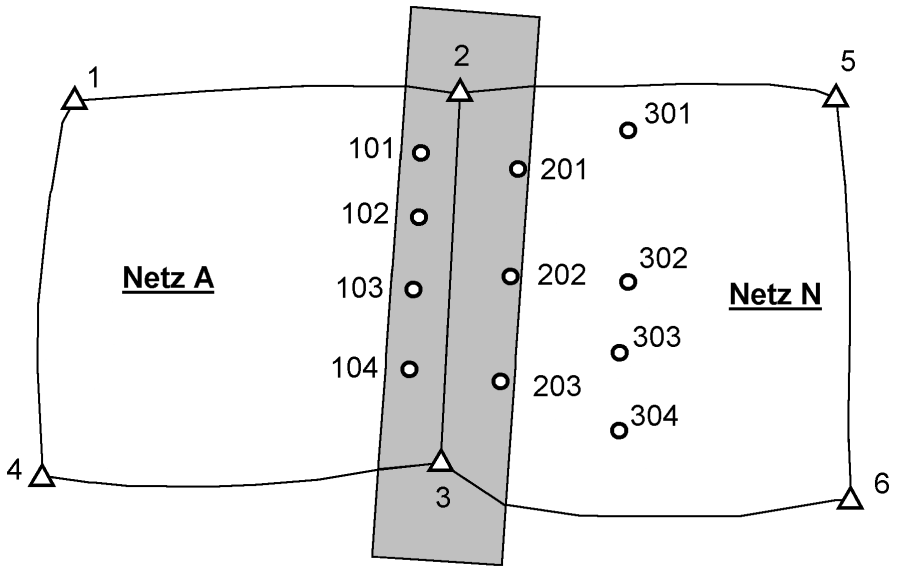


Figure 25: Interpolation par bande, à l'issue d'une transformation par réseau indépendant. Les points 1-4, 101-104 et 201-304 sont des points de calage.

5 Inventaire des systèmes et logiciels disponibles

5.1 Introduction

L'emploi d'une méthode de transformation ou d'interpolation ne dépend pas uniquement de considérations purement scientifiques : l'accès au modèle le mieux adapté à la résolution du problème posé doit être aisé. Cela signifie, en d'autres termes, que l'on se satisfait de produits courants du marché pour toutes les applications ponctuelles et que l'on recourt en particulier à ceux dont on dispose chez soi. Le choix se porte en premier lieu sur des logiciels déjà intégrés à des systèmes informatiques, ces derniers servant déjà au traitement des données à transformer.

L'acquisition d'autres logiciels, voire la programmation de modules à la périphérie ou au sein même de son propre système afin d'intégrer des méthodes non disponibles ne peuvent entrer en ligne de compte que si les applications concernées atteignent une certaine ampleur et que la perspective concrète d'une réutilisation se dessine.

Outre leur acquisition, l'utilisation en ligne sur Internet de certains logiciels est également envisageable. Il est ainsi recommandé de consulter périodiquement les sites Internet des services du cadastre (au plan fédéral ou cantonal), des producteurs de logiciels ou des associations professionnelles. Dans le cas de logiciels de ce type, les données peuvent généralement être transmises dans des formats standard (ASCII, DXF, Shapefile, INTERLIS, etc.).

5.2 Quelques systèmes disponibles

La plupart des systèmes SIG ou DAO intègrent des outils de transformation de coordonnées plus ou moins sophistiqués et standardisés. Quelques systèmes sont listés ci-dessous, mais la liste n'est pas exhaustive et il convient de s'adresser à son fournisseur pour connaître les outils à disposition ou les éventuels compléments commercialisés séparément.

Des fournisseurs de logiciels tiers développent parfois des solutions complémentaires ou des applicatifs (« plug-ins ») permettent d'effectuer des calculs plus poussés ou spécifiques à un domaine d'activités. Certains sont recensés ci-dessous.

Quelques systèmes comprenant des fonctions de transformations de coordonnées applicables en mensuration officielle :

- **ArcGIS**
  Distribué par **ESRI Geoinformatik AG**, http://www.esri.ch/fr

  ArcGIS est le nom d'une plateforme de produits et services interopérables. Les projections cartographiques sont prises en compte, les systèmes de coordonnées géographiques et cartésiens sont supportés et les conversions entre ces systèmes et les transformations de datum à la volée (« on the fly ») sont possibles. Diverses méthodes de transformation (translation, rotation, similitude, géocentrique tridimensionnelles, etc.) et d'interpolation (pondération inverse à la distance, voisins naturels, grille régulière, polynomiale, etc.) sont supportées, pour des données vectorielles ou matricielles.

- **AutoCAD**
  Distribué par **Autodesk GmbH**, http://www.autodesk.de

  Logiciel de DAO de base permettant l'exécution d'opérations élémentaires sur des données raster ou vectorielles (translations, rotations, mise à l'échelle). Un complément cartographique **AutoCAD Map 3D** (anciennement AutoCAD **Topobase**) existe et est destiné à la gestion et au traitement d'applications géospatiales et comporte des modules pour les projections cartographiques, les systèmes de coordonnées, les conversions et les transformations de coordonnées (translation, rotation, Helmert, affine, projection axonométrique).

L'outil **CADRaster** pour AutoCAD et AutoCAD Map 3D, de la société Tessel Systems (http://tessel.com), propose diverses méthodes de transformation pour un calibrage des données matricielles (Helmert, affine, bilinéaire, bicubique, biquadratique).

- **FME**
  Distribué par **Safe Software Inc.**, http://www.safe.com

  FME (Feature Manipulation Engine) est une suite d'utilitaires pour extraire, transformer, exporter et visualiser les données géographiques de plusieurs centaines de formats de données géographiques, DAO, raster et de bases de données. Il constitue une boîte à outils utilisée dans tous les secteurs d'activité de l'information géographique. En plus des outils standards, il existe de nombreux modules et plug-ins permettant de traiter des formats de données supplémentaires et d'effectuer des manipulations complexes de données. Hormis la reprojection, FME supporte la translation, rotation ou l'interpolation par grille régulière (NTv2). Le ré-échantillonnage de données raster est aussi possible.
  Le plug-in gratuit **ReframeReprojector** de l'Office fédéral de topographie swisstopo permet d'effectuer la transformation MN03-MN95 avec FINELTRA/CHENyx06. Le plug-in payant **TransintReprojector**, également de swisstopo, offre la possibilité d'appliquer des interpolations prédéfinies sous la forme de grilles régulières GeoSuite ou maillage triangulaires FINELTRA.

- **GEONIS**
  Distribué par **Geocom Informatik AG**, http://geocom.ch

  GEONIS repose sur la technologie ArcGIS d'ESRI et profite ainsi des mêmes fonctionnalités cartographiques et des mêmes outils de transformation. Le module « Mensuration officielle » est l'application cadastrale spécifique à la Suisse pour la mensuration officielle et comprend des fonctions pour la saisie initiale directement sur le terrain, la mise à jour/mutation et la numérisation provisoire ainsi que la livraison finale au registre foncier. Des modules d'extension pour le calcul de points et la compensation de réseaux, mais également la transformation de coordonnées (transformation affine par éléments finis FINELTRA) sont également disponibles.

- **GEOS Pro**
  Distribué par **a/m/t software service AG**, http://www.amt.ch

  Il s'agit d'une solution SIG adaptée à la mensuration officielle suisse, basée sur GeoMedia Professional. GEOS Pro se compose de modules qui peuvent aussi être utilisés chacun individuellement : calcul des points, constructions, gestion des mutations, registre foncier ainsi qu'import/export de données.
  Parmi les possibilités de calcul offertes, le calcul de points avec compensation rigoureuses, la transformation MN03-MN95 par FINELTRA et divers outils de transformation et interpolation.

- **GeoMedia**
  Distribué par **Intergraph (Schweiz) AG**, http://www.intergraph.com/global/ch/

  Solution SIG avec architecture client-serveur permettant une connexion simultanée à de nombreuses sources de données différentes. Différents systèmes de coordonnées et de nombreuses projections cartographiques sont supportés. Plusieurs transformations sont possibles (similitude, affine, Helmert, grille régulière NTv2), aussi bien pour des données vectorielles que raster.

- **MapInfo Professional**
  Distribué par **Pitney Bowes Inc.**, http://www.pitneybowes.com/ch

  Ce logiciel SIG se limite principalement à l'édition et à la visualisation de données géoréférencées, mais offres quelques possibilités de conversions entre projections. Le module **MapInfo Vertical Mapper** permet d'effectuer des interpolations au moyen de grilles régulières et permet

de générer de telles grilles à partir de méthodes comme triangulation, pondération inverse à la distance, proche voisin, etc.

- **MicroStation**
  Distribué par **Bentley Systems Inc.**, http://www.bentley.com/fr
  Logiciel de DAO de base permettant l'exécution d'opérations élémentaires sur des données raster ou vectorielles (translations, rotations, mise à l'échelle). L'application Bentley Map, basée sur MicroStation, offre des fonctionnalités cartographiques et supporte les grilles d'interpolation régulières NTv2.
  Le complément logiciel **MQ_TRANS** de la société GEOMAPPING GmbH (http://www.geomapping.de) permet l'ajustage de dessins et plans à différentes échelles ainsi que le changement de coordonnées par transformation (Helmert, affine, multiquadratique) ou interpolation (après transformation).

- **QGIS**
  Distribué par la **Fondation Open Source Geospatial**, http://www.osgeo.org / http://www.qgis.org

  QGIS est un logiciel SIG libre multi plateforme publié sous licence GPL (logiciel libre). Il gère de nombreux formats matriciels, vectoriels ainsi que des bases de données par l'intermédiaire de la bibliothèque « GDAL ». Il supporte également la plupart des standards Web tels que WMS ou WFS.
  QGIS offre un certain nombre de fonctionnalités de transformation (changement de système de coordonnées y compris à la volée, translation, rotation) ainsi que d'interpolation (pondération inverse à la distance, maillage triangulaire). De nombreux applicatifs sont disponibles pour des interfaces ou des fonctionnalités supplémentaires.
  Le plug-in « **georeferencer** » supporte par exemple la transformation de Helmert, le plus proche voisin ou la transformation polynomiale.

5.3 Logiciels disponibles

Il existe de nombreux programmes de transformation et interpolation de coordonnées généralistes (changements de systèmes de coordonnées et de projections) ou plus ou moins spécialisés dans le domaine de la mensuration technique ou de la mensuration officielle.

Outre les producteurs de solutions SIG ainsi que leurs partenaires mentionnés ci-dessus, les fabricants de matériel géomatique tels de Leica Geosystems AG ou Trimble Inc. proposent leurs propres outils de calculs sur le terrain ou au bureau. Ces produits évoluent très rapidement et il convient de se renseignement directement auprès du revendeur local pour obtenir la solution la plus récente et la mieux adaptée aux besoins.

D'autres sociétés de développements et services proposent des logiciels ou géoservices de traitement d'observations ou transformation de coordonnées. Il n'existe pas de registre officiel des logiciels de transformation et il serait très difficile de maintenir une telle liste à jour, tant les évolutions sont fréquentes, mais une liste des fournisseurs de matériel et logiciels destinés à la géomatique est disponible sur le portail de la revue « Géomatique Suisse » :
http://www.geomatik.ch/b_fr.php?read_category=64

5.3.1 Logiciels géodésiques de swisstopo

L'office fédéral de topographie swisstopo a développé divers logiciels géodésiques pour ses propres besoins, pour ceux des cantons, mais aussi pour les entreprises actives dans le domaine de la géomatique. L'ordonnance du DDPS sur la mensuration nationale (RS 510.626.1) précise que swisstopo doit fournir au moins un logiciel géodésique permettant de passer des systèmes et cadres de référence internationaux à ceux ayant cours en Suisse.

La série des logiciels géodésiques (« GeoSoftware ») de swisstopo existe depuis longtemps et le nombre de produits a augmenté régulièrement. A partir de 2007, le renouvellement de l'offre ainsi que

la concentration des produits ont été décidés, parallèlement à l'arrivée du nouveau cadre de référence MN95. Mais aussi en raison de l'utilisation de plus en plus intensive des systèmes SIG en mensuration officielle et du besoin d'une meilleure interopérabilité et d'une plus grande flexibilité, notamment au niveau des flux de données.

Le nom « **GeoSuite** » désigne le produit, destiné à remplacer la quasi-totalité des programmes de swisstopo existants. Un éditeur de fichiers avancé permet la saisie et la modification de données intelligente et automatisée. La gestion de projet intégrée permet d'organiser les fichiers de coordonnées et de mesures ainsi que les paramètres de calcul, résultats et protocoles. (Emery et al., 2013)

INTERLIS et divers formats DAO et SIG sont supportés, la définition des paramètres est plus claire, les calculs sont performants et les résultats clairement documentés. La recherche et la correction des fautes est également plus rapide et plus simple.

L'éditeur GeoSuite est téléchargeable gratuitement (http://www.swisstopo.ch/geosuite). Les modules de calcul sont, eux, payants.

Modules de calcul pour GeoSuite :

- **LTOP**

  Préanalyse et compensation de réseaux géodésiques. LTOP pour GeoSuite offre de nombreuses possibilités de calcul et indicateurs pour optimiser la compensation et détecter les fautes ou imprécisions. Les observations peuvent être compensées soit selon le principe des moindres carrés (compensation d'observations médiates), soit selon le principe de la compensation robuste.
  Les observations de directions, azimuts, distances, coordonnées, différences de coordonnées, séries de coordonnées GNSS, angles verticaux et différences d'altitudes peuvent être compensées. La planimétrie et l'altimétrie sont traitées de manière séparée.
  L'extension affine, initialement développée pour la transformation de coordonnées de plans cadastraux graphiques dans canton de Vaud, est intégrée. Les paramètres de transformation affine sont déterminés plan par plan selon le modèle mathématique de TRANSINT.
  Le module de représentation graphique PLANETZ est intégré à LTOP pour GeoSuite.

- **REFRAME**

  Changement de cadre de référence planimétrique et/ou altimétrique, pour les travaux de mensuration nationale ou officielle aux exigences de précision les plus élevées. (Ray, Marti, 2009)
  REFRAME pour GeoSuite permet d'effectuer toutes les transformations planimétriques ou altimétriques utiles en Suisse ou pour se rattacher à des systèmes globaux.
  REFRAME regroupe les fonctionnalités des anciens outils FINELTRA, CHGeo2004, HTRANS et GPSREF (référentiels MN03, MN95, ETRS89/WGS84, NF02, RAN95 ainsi qu'hauteurs ellipsoïdales).
  L'utilisateur peut effectuer une transformation interactive de coordonnées (saisie manuelle) ou alors traiter rapidement des fichiers de coordonnées, dessins DAO, données SIG ou fichiers INTERLIS.
  La transformation entre MN03 et MN95 peut ainsi être effectuée avec l'algorithme **FINELTRA** (jeu de données CHENyx06).
  REFRAME est également disponible sous la forme d'une interface de programmation « API » ou d'un géoservice de transformation de fichiers, tous deux gratuits (http://www.swisstopo.ch/online).

- **TRANSINT**

Transformation planimétrique et interpolation de points, permettant la comparaison de réseaux géodésiques ou l'ajustage sur des points fixes existants.
TRANSINT pour GeoSuite offre plusieurs méthodes de transformation et d'interpolation, avec des paramètres définis manuellement ou automatiquement : translation, rotation, Helmert, transformation affine, interpolation « TRANSINT » avec prise en compte de la corrélation entre les points d'ajustage, interpolation par Shepard modifiée (recommandé surtout à des fins de test et d'optimisation), création et utilisation de grille régulière et utilisation de maillage triangulaire personnalisé (méthode **FINELTRA**).
Cette variété des possibilités, couplée à la comparaison de fichiers (calcul de différences / vecteurs de déformation), fait de TRANSINT un outil adapté aux ajustages locaux en mensuration officielle ou aux travaux de mensuration technique (comparaison ou ajustage de réseaux).
Comme pour REFRAME, il est possible de transformer non seulement des fichiers de coordonnées, mais aussi des dessins DAO, données SIG ou fichiers INTERLIS. Les fonctionnalités de l'ancien programme TransILI sont ainsi intégrées à TRANSINT pour GeoSuite

6 Traitements selon les types de cas

Nous disposons en Suisse de très grandes quantités de données cadastrales sous les formes et selon des qualités les plus diverses (données graphiques du début 20ème du siècle, mensurations semi-numériques ou numériques récentes). Cette mosaïque de données hétérogènes est difficilement exploitable par les utilisateurs recherchant avant tout des données cadastrales numériques cohérentes et adaptées à une gestion informatisée sur de grandes surfaces (communes entières, fonds pour SIT, etc…). Si ces données sont très nombreuses, il est souvent plus rapide et avantageux de numériser les documents existants (graphiques et semi-numériques) et de transformer/interpoler les données numériques ainsi constituées dans le système de référence en vigueur, plutôt que de tout remesurer. Il existe cependant de nombreux cas de figure et les procédures à suivre varieront en fonction des données de base et de la qualité souhaitée des résultats.

Divers traitements possibles suivant les cas et les programmes à disposition sont exposés ici avec les organigrammes concernant les décisions techniques et économiques.

6.1 Généralités

6.1.1 Axes de résolution

Quatre grands **axes de résolution** des problèmes d'adaptation de données dans un nouveau système de références et de traitement des données numériques existantes sont envisageables. Les caractéristiques des données à disposition, leur qualité et leur quantité orienteront le choix de la méthode :

1. Données peu nombreuses, de haute qualité, but précis : **calcul dans le nouveau système par compensations rigoureuses à l'aide des mesures existantes**
2. Données peu nombreuses avec quelques défauts : **mesures complémentaires et calcul dans le nouveau système par compensations rigoureuses à l'aide de mesures existantes et nouvelles**
3. Données nombreuses et de qualité moyenne à faible, deux solutions possibles :
   - si la relation entre les deux systèmes de référence est connue, **application de l'algorithme spécifique à la transformation entre ces deux systèmes**

     ou
   - **transformations et interpolations globales de l'ancien vers le nouveau système, basées sur des points d'ajustage**
4. Données notoirement insuffisantes : **redétermination complète dans le nouveau système**

6.1.2 Qualité a priori des points d'ajustage

Avant de choisir quel type de transformation appliquer à un cas, il faut faire l'inventaire des données à disposition et en qualifier la qualité a priori.

Les données « DOIT » sont les données connues dans le nouveau système de référence, appelé aussi du terme générique de système « GLOBAL ».

Les données « AVOIR » sont les données connues dans l'ancien système appelé aussi système « LOCAL ».

La transformation/interpolation va amener les données du système « LOCAL » vers le système « GLOBAL ».

Le système GLOBAL se résumera souvent en Suisse, ces prochaines années, aux coordonnées déterminées dans MN95 et le système LOCAL aux coordonnées dans MN03 ou dans un système local particulier.

L'**incertitude relative** est la précision entre deux points proches, avec une relation de voisinage (kilométrique).

L'**incertitude absolue** est la précision globale à laquelle on peut s'attendre sur l'ensemble du territoire (par rapport à MN95 par exemple).

Les données servant au calage de la transformation/interpolation sont en général d'une qualité différente que les données que l'on transforme. Dans la règle, les points de calage ont une qualité absolue égale ou meilleure que les points transformés. (PAT1 servant à transformation de PL par exemple).

Tableau des incertitudes planimétriques du système « GLOBAL » : « MN95 »

Type de données DOIT	Méthode de détermination	Incertitude relative	Incertitude absolue
Point MN 95	GNSS statique	< 1 cm	< 1 cm
PAT1	GNSS statique rapide	1 cm	1 à 2 cm
PAT2, PFP2	GNSS RTK + topométrie moderne	1 à 2 cm	2 à 5 cm
PFP3 MO93, PC	GNSS RTK + topométrie moderne	1 à 10 cm	3 à 10 cm
PL MO93	GNSS RTK + topométrie moderne	1 à 35 cm	5 à 35 cm
PFP1 interpolés	Triangulation classique récompensée	3 cm	5 cm
PFP2 interpolés	Triangulation classique	3 à 10 cm	3 à 10 cm
PFP3 MO93 interpolés	Polygonation classique	5 à 10 cm	5 à 30 cm
PL MO93 interpolés	Levé de détail classique	5 à 50 cm	5 à 50 cm

Tableau des incertitudes planimétriques du système « LOCAL » : « MN03 »

Types de données AVOIR	Méthodes de détermination	Incertitude relative*	Incertitude absolue*
Triangulation 1er à 3e ordre	Triangulation classique	3 à 5 cm	10 à 15 cm
Triangulation 4e ordre	Triangulation classique	3 à 10 cm	10 à 20 cm
PFP3 MO93	GNSS + topométrie moderne	1 à 10 cm	15 à 20 cm
PLMO93	Topométrie moderne	3 à 35 cm	15 à 35 cm
PP classique SN	Polygonation classique	3 à 5 cm	20 à 30 cm
PL SN	Levé polaire classique	10 cm	20 à 50 cm
PL graphique	Bases orthogonales 1:500/1:5000	10 à 100 cm	50 à >100 cm
PP boussole	Topométrie boussole	5 à 20 cm	50 à > 100 cm
PL graphique	Planchette 1:500/1:5000	20 à 200 cm	100 à >200 cm

*sauf cas exceptionnels (points atypiques)

Incertitude relative des données transformées:

- l'incertitude relative des données transformées/interpolées sera très proche de l'incertitude relative de ces données dans le système « LOCAL » avant transformation.

Incertitude absolue des données transformées:

- Si l'incertitude relative des données « LOCAL » est inférieure (c'est-à-dire meilleure) ou égale à l'incertitude absolue des données « GLOBAL », alors l'incertitude absolue des données transformées/interpolées sera identique à l'incertitude absolue des données « GLOBAL » de calage (exemple « LOCAL » : PL récent incertitude relative = 3 cm, « GLOBAL » : PAT2 incertitude absolue = 5 cm, alors l'incertitude absolue d'un PL récent transformé/interpolé est au moins de 5 cm voire ~ 6 cm si l'on applique les règles de propagation des erreurs)
- Si l'incertitude relative des données « LOCAL » est plus grande (c'est-à-dire moins bonne) que l'incertitude absolue des données de calage « GLOBAL », alors l'incertitude absolue des données transformées/interpolées sera identique à l'incertitude relative des données « LOCAL » (exemple

« LOCAL » : PL SN incertitude relative = 10 cm, « GLOBAL » : PAT2 incertitude absolue = 5 cm, alors l'incertitude absolue d'un PL SN transformé/interpolé est au moins de 10 cm voire ~ 11 cm si l'on applique les règles de propagation des erreurs).

Morale : On ne fait pas du neuf avec du vieux !

En particulier, la transposition standard dans MN95 ne peut guère améliorer les incertitudes relatives des anciennes données qui nécessitent des rénovations locales.

Représentativité des points d'ajustage

La situation et le mode de matérialisation des points fixes à utiliser comme ajustage dans les transformations ont une importance vis-à-vis de leur représentativité.

Clochers d'église et mâts
Ils sont souvent entachés de biais dus :

- à l'instabilité de la construction,
- aux vents dominants,
- aux rénovations.

On leur préférera dans la règle les points au sol (rabattements).

Points en terrain en pente
Ces points ont tendance à « descendre ». Les déplacements constatés doivent être analysés du point de vue de leur représentativité. Les points voisins « glissent-ils » aussi? Si c'est le cas, on déplace l'ensemble. On vérifiera aussi qu'ils n'influencent pas des zones non glissantes.

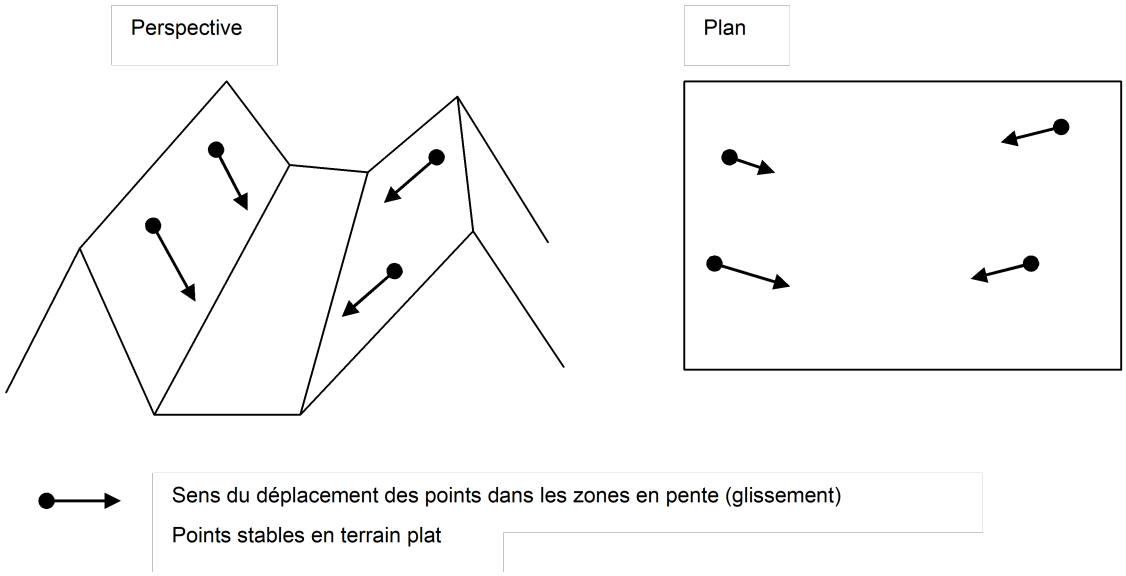
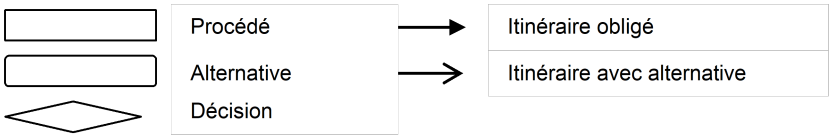


Figure 26: Mouvement de points en terrain en pente

6.1.3 Schéma général de décision

Le **schéma général de décision ci-après** donne les critères généraux de choix en matière de méthodes et de stratégie de transformation et interpolation.

Légende:



Commentaires du schéma de décision (page suivante):

(1) Formule théorique (algorithme connu)

Le cas le plus courant en Suisse est aujourd'hui le passage de WGS84 à MN95 et historiquement le passage de la projection de Bonne à la projection cylindrique.

(2) Eléments d'ajustage

Les **éléments d'ajustages** sont des points connus dans les deux systèmes de coordonnées et qui servent au calcul des paramètres de la transformation. Le problème des **éléments d'ajustages** doit donc être abordé en premier.

(3) Points de contrôle

Les points de **contrôles** sont des points connus dans les deux systèmes mais ne devant pas servir au calcul de l'ajustage a priori. La comparaison entre leurs coordonnées levées directement calculées dans le système global et les coordonnées transformées du système local vers le système global permet de juger de la qualité de la transformation.

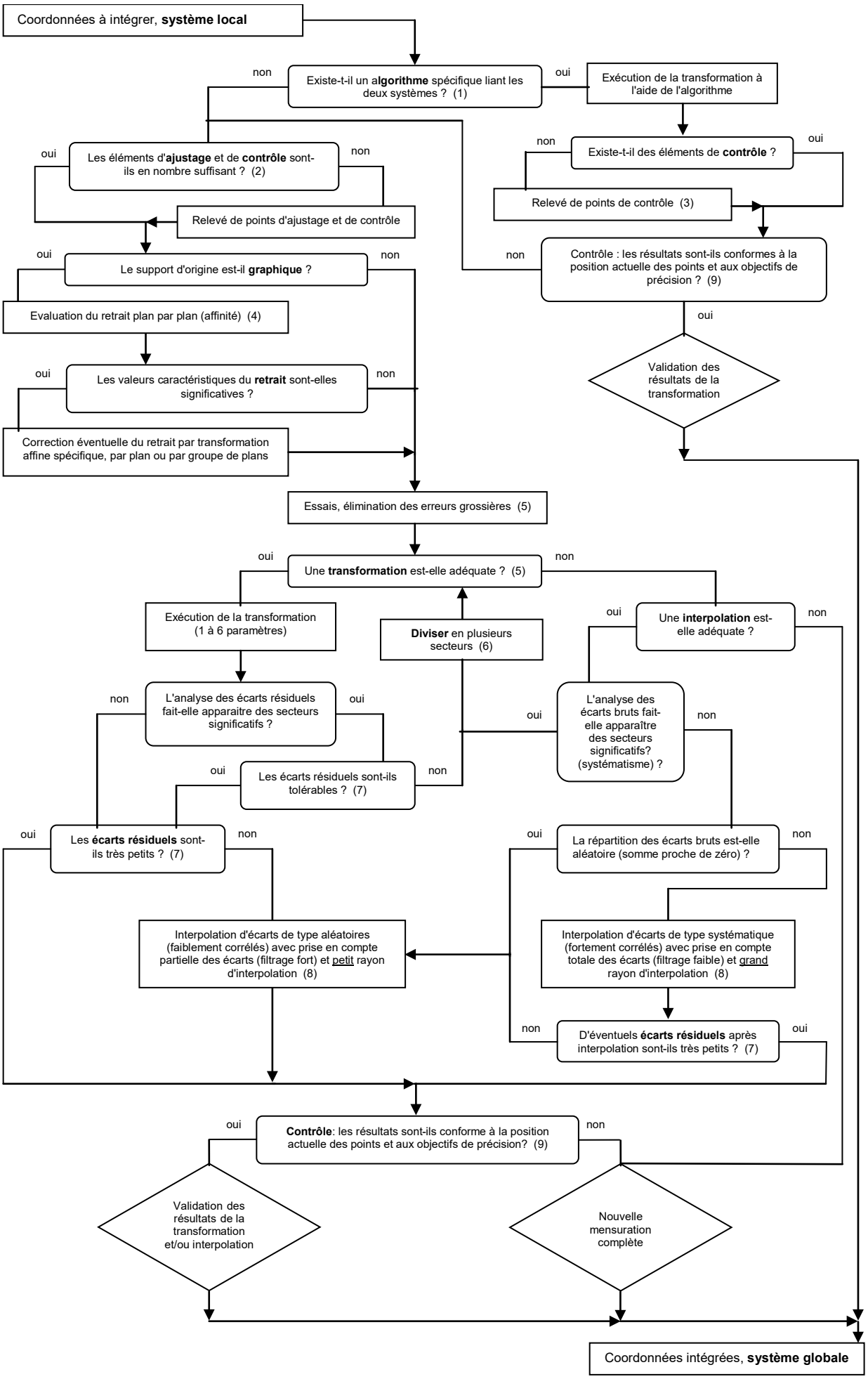
(2) et (3)

S'il est nécessaire d'opérer des levés d'ajustage voire de points de contrôle, il faut l'entreprendre le plus tôt possible afin de ne pas ralentir le déroulement des travaux par la suite. Au début d'une transformation et interpolation, les points suivants doivent donc être résolus :

- nature, quantité et qualité des **ajustages** existants à disposition,
- quantité et répartition des ajustages complémentaires à déterminer,
- éléments de **contrôles** existants permettant de qualifier les résultats,
- autres éléments de contrôle à déterminer.

(4) Détermination du retrait

Il se peut que les éléments (quadrillage, ajustage) permettant de déterminer le retrait soient trop faibles et ne donnent que des résultats entachés d'une forte incertitude ou dispersion. Dans ce cas, renoncer à une transformation affine.


Coordonnées à intégrer, **système local**
Existe-t-il un **algorithme** spécifique liant les deux systèmes ? (1)
non
oui
Exécution de la transformation à l'aide de l'algorithme
Existe-t-il des éléments de **contrôle** ?
non
oui
Relevé de points de contrôle (3)
Les éléments d'**ajustage** et de **contrôle** sont-ils en nombre suffisant ? (2)
oui
non
Relevé de points d'ajustage et de contrôle
Contrôle : les résultats sont-ils conformes à la position actuelle des points et aux objectifs de précision ? (9)
non
oui
Le support d'origine est-il **graphique** ?
oui
non
Evaluation du retrait plan par plan (affinité) (4)
Les valeurs caractéristiques du **retrait** sont-elles significatives ?
oui
non
Validation des résultats de la transformation
Correction éventuelle du retrait par transformation affine spécifique, par plan ou par groupe de plans
Essais, élimination des erreurs grossières (5)
Une **transformation** est-elle adéquate ? (5)
oui
non
Exécution de la transformation (1 à 6 paramètres)
Diviser en plusieurs secteurs (6)
Une **interpolation** est-elle adéquate ?
oui
non
L'analyse des écarts résiduels fait-elle apparaitre des secteurs significatifs ?
non
oui
L'analyse des écarts bruts fait-elle apparaître des secteurs significatifs? (systématisme) ?
oui
non
Les écarts résiduels sont-ils tolérables ? (7)
oui
non
Les **écarts résiduels** sont-ils très petits ? (7)
oui
non
La répartition des écarts bruts est-elle aléatoire (somme proche de zéro) ?
oui
non
Interpolation d'écarts de type aléatoires (faiblement corrélés) avec prise en compte partielle des écarts (filtrage fort) et petit rayon d'interpolation (8)
Interpolation d'écarts de type systématique (fortement corrélés) avec prise en compte totale des écarts (filtrage faible) et grand rayon d'interpolation (8)
D'éventuels **écarts résiduels** après interpolation sont-ils très petits ? (7)
non
oui
Contrôle: les résultats sont-ils conforme à la position actuelle des points et aux objectifs de précision? (9)
oui
non
Validation des résultats de la transformation et/ou interpolation
Nouvelle mensuration complète
Coordonnées intégrées, **système globale**

(5) Transformation adéquate

L'analyse des écarts bruts initiaux permet de déceler, par **essais successifs** après élimination des erreurs grossières, s'il y a des éléments de type translation, rotation ou échelle ; dans ce cas les modèles classiques de transformation par compensation par les moindres carrés doivent être utilisés afin de minimiser les écarts résiduels avant une éventuelle interpolation.

Attention : une transformation adéquate doit tenir compte de la réalité du terrain. Un vecteur résiduel atypique ne doit pas toujours être éliminé, il se peut qu'il représente fidèlement une condition locale. On croit améliorer les résultats de la transformation en supprimant ce genre de points car les erreurs moyennes diminuent mais le résultat final risque de ne plus être représentatif de la réalité. L'interpolation permettra de répercuter la tendance locale au voisinage du point.

(6) Diviser en plusieurs secteurs

En cas de division en secteurs, répéter les diverses phases pour chaque secteur séparément. On prendra garde cependant de ne pas perdre de vue le caractère global de l'opération en effectuant un trop grand nombre de divisions. Il faudra ensuite résoudre les problèmes de cohérence en limite de secteur.

(7) Ecarts tolérables, écarts très petits

Après transformation : il se peut que les écarts résiduels soient nettement plus petits que les exigences de précision, dans ce cas les résultats peuvent être validés sans interpolation (éviter d'interpoler quelques millimètres sur des données connues au demi-mètre). On évitera aussi toute interpolation pour laquelle l'amélioration de la qualité planimétrique (position) est faible vis-à-vis de la destruction des qualités géométriques et topologiques (alignement, perpendiculaire, cercle, carré, surface donnée, etc.) qu'entraîne l'interpolation.

Après interpolation : après certains types d'interpolations, il peut rester des résidus sur les points d'ajustage. Dans ce cas, et si les résidus sont significatifs (de l'ordre de grandeur ou supérieurs aux exigences de précision), une deuxième interpolation peut s'avérer nécessaire pour permettre un lissage local. Si ces résidus sont très petits et que leur interpolation ne représente pas une nette amélioration par rapport à l'état précédant, il est inutile de faire une deuxième interpolation.

(8) Interpolation d'écarts et filtrage

Des écarts résiduels de type aléatoire sont des écarts faiblement corrélés (ils vont un peu dans tous les sens). Dans ce cas, l'interpolation doit se limiter à la proximité des points d'ajustage et il faut choisir un petit rayon d'interpolation.

Des écarts de type systématique sont fortement corrélés (grandeur et direction plutôt semblables). Le vecteur d'interpolation sur un point à interpoler doit être du même ordre de grandeur que sur les points d'ajustage qui l'entourent. Il faut donc choisir un grand rayon d'interpolation.

Avec des écarts fortement corrélés, on donnera un poids équivalent à un maximum d'écarts résiduels (même éloignés) pour le calcul de la valeur à interpoler sur un point situé entre eux. A l'opposé, avec des écarts faiblement corrélés, on donnera un plus grand poids aux vecteurs les plus proches.

Par **filtrage,** on entend une méthode ne tenant que partiellement compte des écarts constatés, donc avec des résidus non nuls aux points de calage. Un filtrage est adéquat lorsque des écarts sont entachés d'un « bruit » dû à l'incertitude qualifiant les données.

(9) Validation des résultats

On compare, pour les points de contrôle, les coordonnées levées directement calculées dans le système global avec les coordonnées transformées (et/ou interpolées). Ces vecteurs donnent une image honnête de la qualité que l'opérateur trouvera sur le terrain dans le cadre des mises à jour à venir.

Après utilisation d'un algorithme spécifique : si, dans le cas de l'application de la formule théorique, ces contrôles montrent que les résultats sont insuffisants par rapport à la qualité espérée, on devra procéder à une transformation avec points d'ajustage.

Après transformation/interpolation : si les résultats sont insuffisants dans le cadre d'une transformation et/ou interpolation avec ajustages, un nouveau relevé complet s'impose, pour autant qu'il soit pratiquement encore possible!

6.2 Méthodes et outils d'analyse

6.2.1 Composantes des écarts

Dans les processus de transformation, l'analyse des écarts est une opération de première importance qui intervient plusieurs fois dans le processus.

Généralement, on peut décomposer un écart en 4 parties :

- composante moyenne systématique,
- accroissement (variation) liée à la position des points,
- part aléatoire due à l'incertitude sur les données,
- erreur grossière due à des fautes.

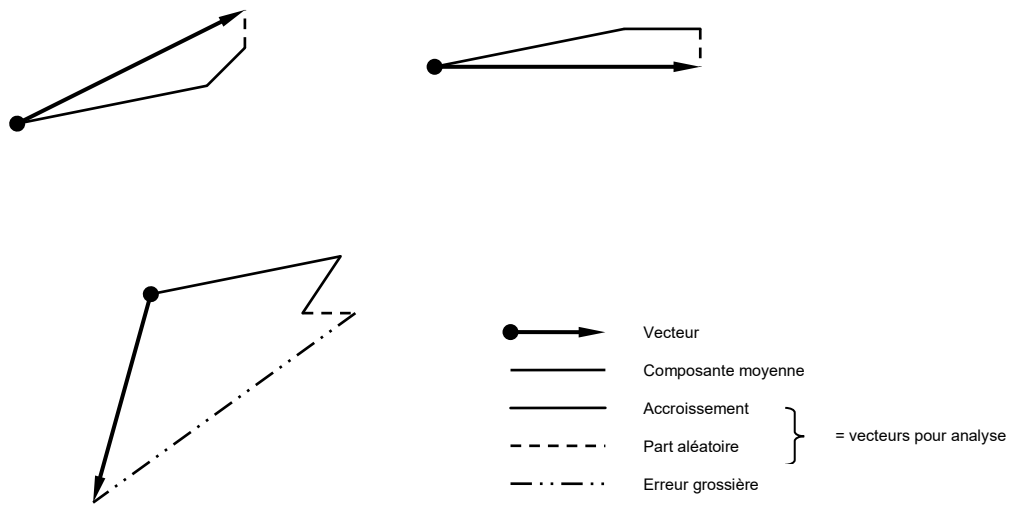


Figure 27: Composantes des écarts

6.2.2 Analyse des écarts initiaux

Une analyse des écarts bruts initiaux sans aucune intervention, permet de mettre en évidence la nature des écarts (systématiques ou aléatoires, voir commentaires du schéma général de décision chapitre 6.1.3) et leur répartition géographique (tendances globales et locales) et donc de « préparer » l'intervention (transformation et/ou interpolation) subséquente. Localement, les accroissements et les parts aléatoires sont gommés par la composante systématique si celle-ci est beaucoup plus importante.

Composantes systématiques (fortement corrélées)

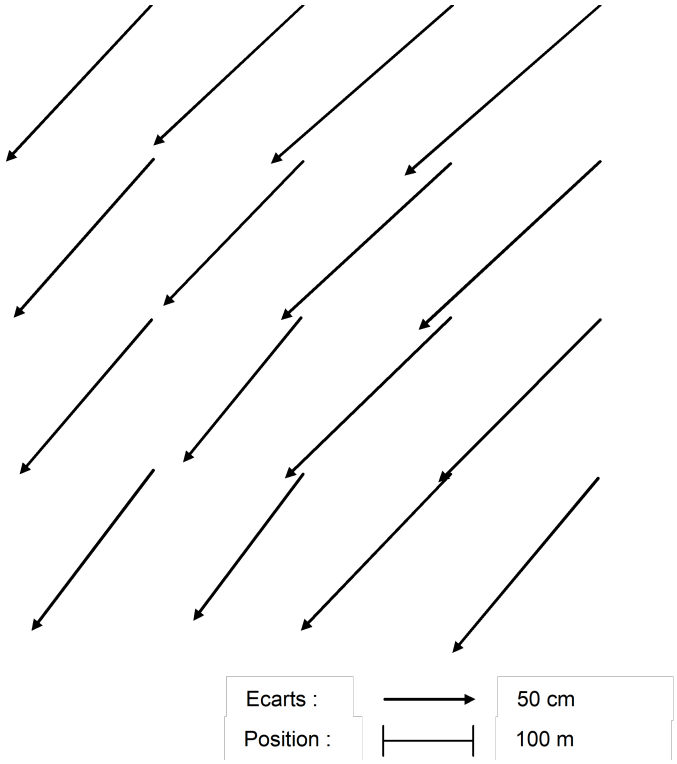


Figure 28: Ecarts avec forte composante systématique

Composantes aléatoires (faiblement corrélées)

Il est important « d'éliminer » la part systématique (modèle fonctionnel : translation, …) de l'écart avant d'analyser les résidus locaux présentant encore des valeurs interpolables, c'est-à-dire présentant encore des caractéristiques systématiques (locales) d'une certaine grandeur.

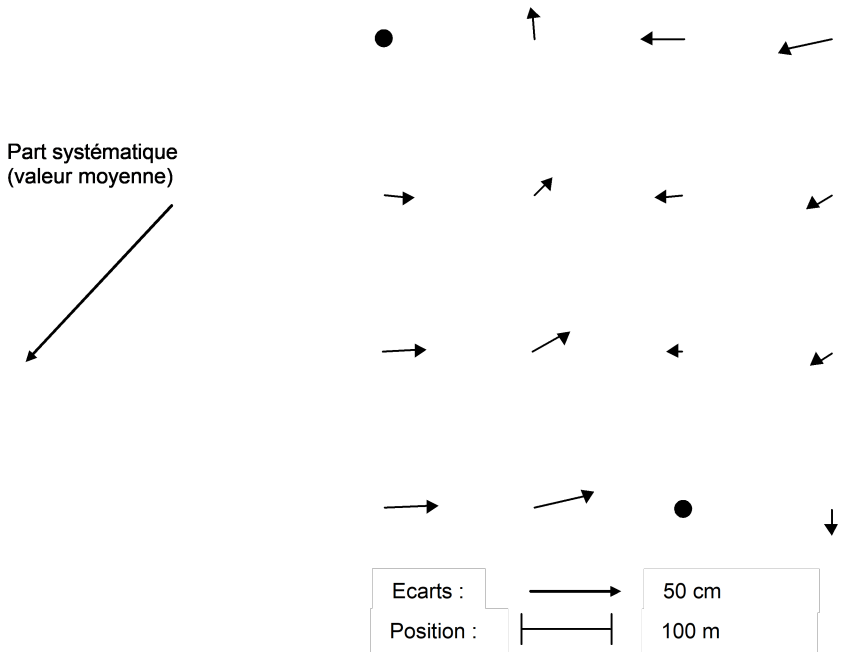


Figure 29: Composante aléatoire après élimination de la part systématique

Après une transformation de type Helmert ou affine, la somme des écarts résiduels est nulle, mais des tendances locales significatives peuvent persister. Une interpolation peut alors être judicieuse.

Par contre, d'éventuelles composantes aléatoires résiduelles, par exemple après transformation **et** interpolation des tendances locales, ne doivent, dans la règle, plus être lissées. Elles correspondent à l'incertitude des données ajustées. Les deux tableaux du chapitre 6.1.2 donnent les valeurs standard pour la mensuration suisse.

Répartition des écarts

La répartition et la nature des écarts sur les points d'ajustage permettent de déterminer les zones d'influence et donc de fixer le rayon d'interpolation. Ce rayon doit être choisi de manière à éviter de créer des « cassures » dans l'interpolation et à favoriser le « lissage ». Une **cassure** est une brusque variation du vecteur d'interpolation. Au contraire, un **lissage** est une variation progressive du vecteur d'interpolation sur des points successifs.

En cas de vecteurs homogènes, un lissage correct permet de reporter sans affaiblissement les valeurs à interpoler. Un mélange d'écarts non homogènes entraîne l'obligation d'utiliser de petites zones d'influence. L'interpolation est locale autour des points d'ajustage. Il faut en effet éviter d'opérer des cassures par des interpolations inadéquates.

Un groupe d'écarts homogènes permet de considérer des zones plus grandes d'interpolation. Le lissage est alors maximal.

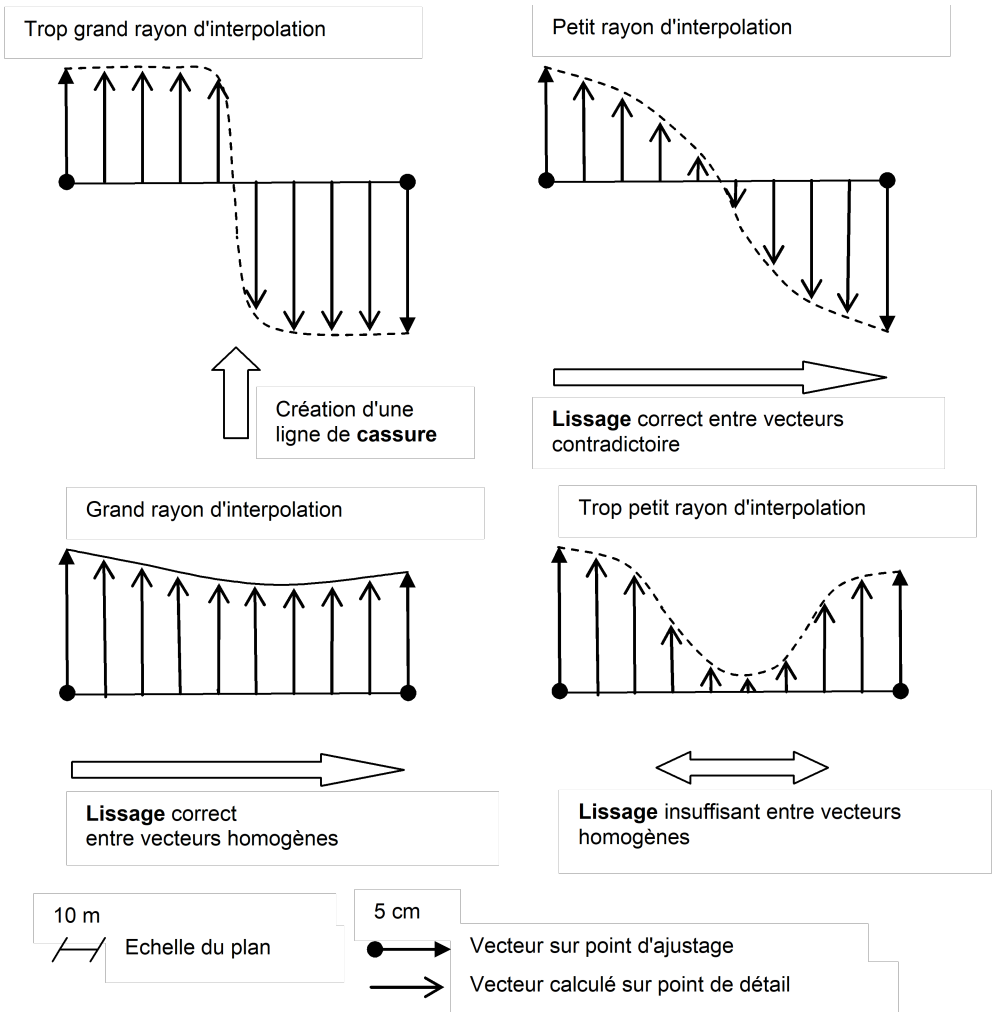


Figure 30: Cassures et lissage

6.2.3 Représentation des écarts

Lors de l'analyse des écarts, l'opérateur doit absolument utiliser tous les moyens à disposition, entre autres:

- les **listes** de coordonnées et écarts : on y recherche les valeurs atypiques, tels que signes opposés, valeurs très différentes de la population moyenne, etc.
- la **représentation graphique** des vecteurs sur un plan : on y voit la répartition géographique des tendances. Il faut veiller à toujours prendre connaissance des échelles de représentation,
- les indices divers et statistiques (Σ val. absolues, dilatation, cisaillement, etc…).

Echelle planimétrique

Valeurs habituelles : de 1:500 à 1:25'000 selon l'étendue du secteur considéré

Echelle des vecteurs

Valeurs habituelles : de 2:1 à 1:20 selon grandeur des écarts

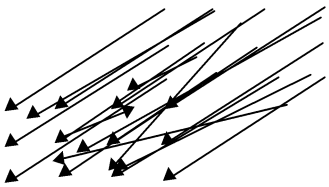
Les petites échelles planimétriques donnent une bonne vision globale et sont utiles pour la détermination des paramètres globaux.

Les grandes échelles planimétriques permettent un travail de détail pour l'élimination des points d'ajustage en surnombre.

Remarques

On veillera à ne pas se laisser abuser par une représentation de la planimétrie ou des vecteurs à trop petite échelle. En effet deux écarts contradictoires peuvent être tout à fait tolérables s'ils sont à plusieurs kilomètres. Une représentation à trop petite échelle planimétrique donnera l'impression qu'ils sont proches et incohérents. A l'opposé, des vecteurs peuvent paraître insignifiants alors qu'ils sont de plusieurs dizaines de centimètres avec des contradictions notoires.

Les grandes échelles ont aussi leurs défauts. D'une part, en planimétrie, on perd la vue d'ensemble. D'autre part, les vecteurs trop longs ne sont plus lisibles. Leur origine, leur sens et leur longueur ne sont plus évidents à cause de l'entremêlement des traits et des vecteurs sortant du plan si le dessin n'en est pas bloqué.



Echelle planimétrique trop petite

Echelle des vecteurs trop grande

Figure 31: Exemple d'échelle inappropriée

Imaginons un premier report des vecteurs entre données brutes et une tabelle des écarts en Y et en X entre données globales et locales. Dans l'exemple ci-dessous, tout semble excellent, alors que dans les faits le point F est totalement atypique, ce qui n'apparaît pas sur le plan mais dans la liste.

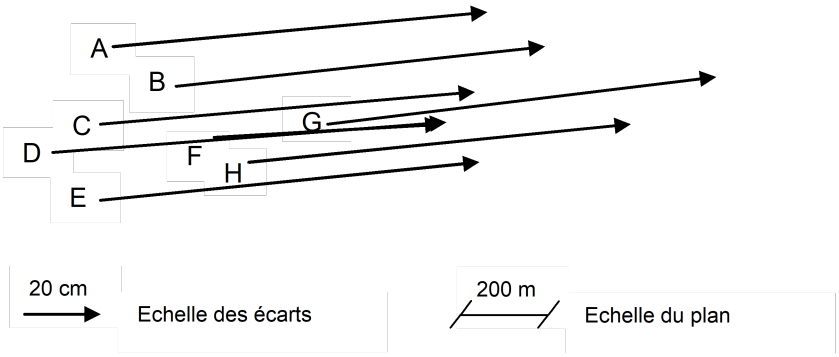


Figure 32: Exemple d'échelle inappropriée pour l'analyse

Point	FY (m)	FX (m)	FS (m)
A	+0.94	+0.10	0.945
B	+0.96	+0.10	0.965
C	+1.00	+0.08	1.003
D	+1.02	+0.08	1.023
E	+1.00	+0.10	1.005
F	**+0.60**	**+0.06**	**0.603**
G	+1.04	+0.12	1.047
H	+1.00	+0.10	1.005

Par contre, dans le cas suivant, tout semble nettement moins bon, mais correspond en fait à de tout petits écarts aléatoires totalement admissibles (faiblement corrélés) pour des points suffisamment éloignés les uns des autres.

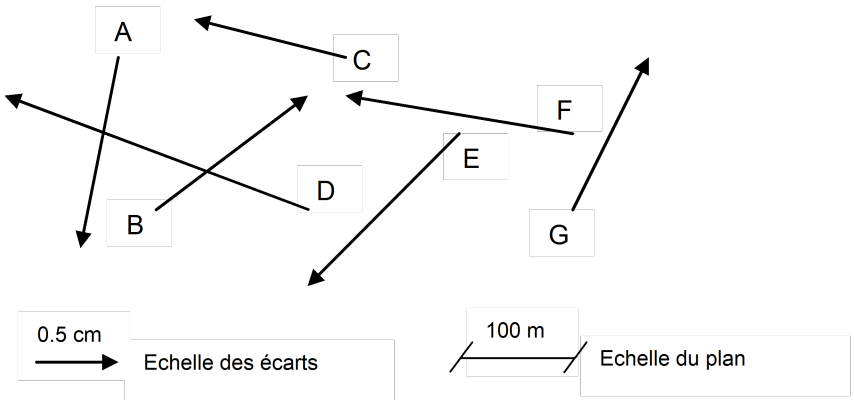


Figure 33: Exemple d'échelle inappropriée (vecteurs trop grands)

Point	FY (m)	FX (m)	FS (m)
A	-0.003	-0.013	0.013
B	+0.010	+0.008	0.013
C	-0.010	+0.003	0.010
D	-0.020	+0.008	0.022
E	-0.010	-0.010	0.014
F	-0.015	+0.003	0.015
G	+0.005	-0.010	0.011

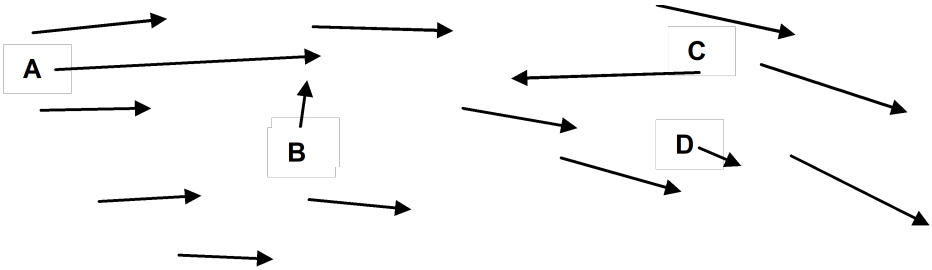
6.2.4 Gestion des points de calage

Remarque : ajouter ou supprimer un vecteur, un écart ou un résidu signifie que l'on ajoute ou supprime le point d'ajustage auquel il est associé.

Suppression d'écarts non représentatifs

Dans une série de points confirmant un certain écart, une valeur peut être issue d'un point non représentatif.

Il y a lieu d'éliminer ces points atypiques situés dans des zones où une tendance locale est marquée (forte corrélation). Les causes de cet « atypisme » sont parfois explicables (mutation mal intégrée, point en terrain en pente, point réimplanté, etc.). Dans chaque cas il faudra se demander de quelle manière ce point a influencé son voisinage et le cas échéant traiter séparément la zone.



A, B, C, D : points atypiques à éliminer ou traiter séparement

Figure 34: Etat initiale

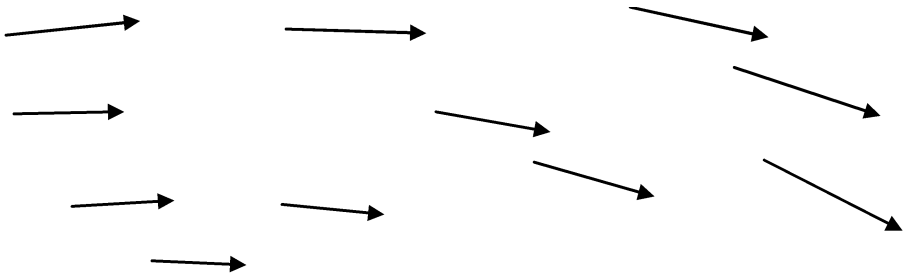


Figure 35: Etat après élimination des points non représentatifs

Suppression d'écarts en surnombre

Une concentration de points d'ajustage représentant le même type d'écart peut fausser une transformation préalable en donnant trop de poids à cette tendance qui peut être très localisée. C'est le cas par exemple lors d'un ajustage semi-numérique basé sur quelques points de triangulation bien répartis sur l'ensemble d'un territoire et combinés avec plusieurs dizaines de points concentrés tous sur une frontière communale connue.

Il y a lieu, dans ce cas, de sélectionner de manière équilibrée des points d'ajustage représentatifs de chaque origine et tendance.

On notera cependant que certains programmes prennent en compte ce phénomène et que ce tri a alors moins d'importance.

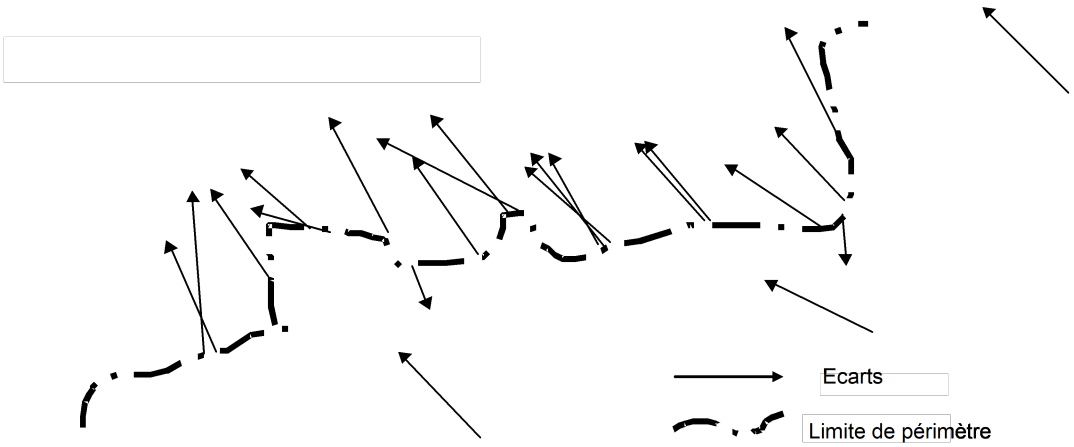


Figure 36: Epuration des écarts, état initial

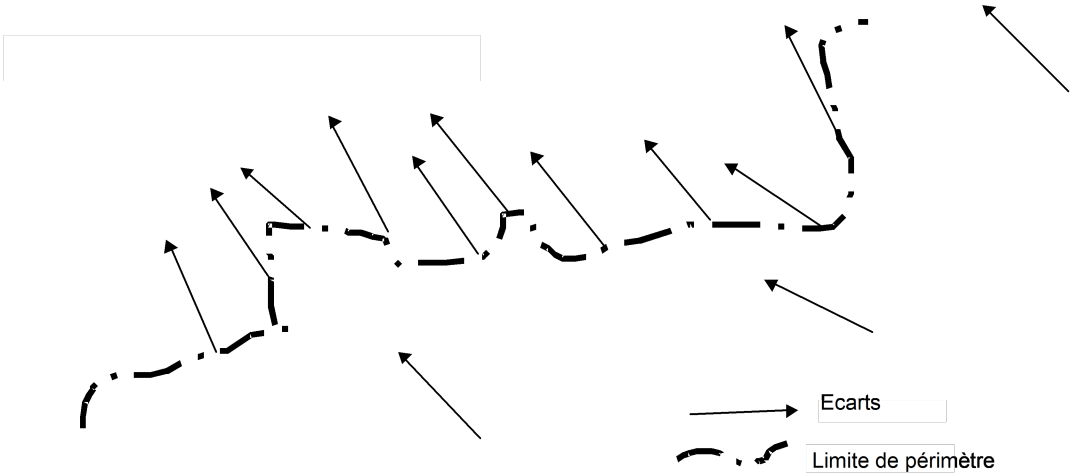


Figure 37: épuration des écarts, état après sélection des points

Ecarts à conserver

Lorsque des points sont dispersés et que les écarts sont aléatoires mais avec des tendances marquées (corrélation partielle), il ne faut pas par contre enlever des points uniquement pour améliorer l'erreur moyenne de la transformation, car la bonne qualité des erreurs moyennes finales d'une transformation n'est pas le seul critère de décision. Si les erreurs moyennes finales sont élevées mais que les points d'ajustage sont vraiment représentatifs de l'état sur le terrain alors le résultat final (paramètres de transformation) pourra être considéré comme de meilleure qualité car il sera conforme à la réalité.

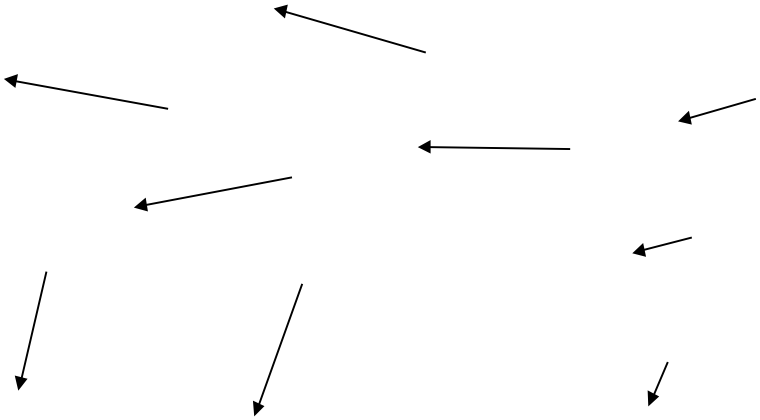


Figure 38: Ecarts à ne pas épurer

Adjonction d'écarts fictifs

Dans une configuration où l'on connaît bien la limite au-delà de laquelle des écarts n'ont plus à être interpolés mais où des points d'ajustage manquent, on peut ajouter des points fictifs permettant de bloquer une interpolation de manière correcte en limite de périmètre. Cela revient à choisir l'emplacement du point, ce qui fixe ses coordonnées locales, puis de calculer ses coordonnées globales en fonction du vecteur que l'on souhaite y voir appliqué.

L'exemple ci-dessous pourrait être le cas d'un secteur de triangulation rénové (par exemple interpolé) côtoyant un secteur où l'ancienne triangulation a été maintenue. Il faut définir l'interpolation à appliquer aux points de détail en sachant qu'en limite du périmètre les écarts doivent tendre vers zéro. Comme on manque de points près de la frontière, on ajoute une série de points d'ajustage **fictifs** avec écarts nuls. On peut exceptionnellement faire de même dans le secteur à traiter quand les points d'ajustage ne sont pas bien répartis. L'écart sur le point fictif doit être cohérent avec les points d'ajustage proches existants. Cette procédure s'applique plutôt à des secteurs à traiter en interpolation pure.

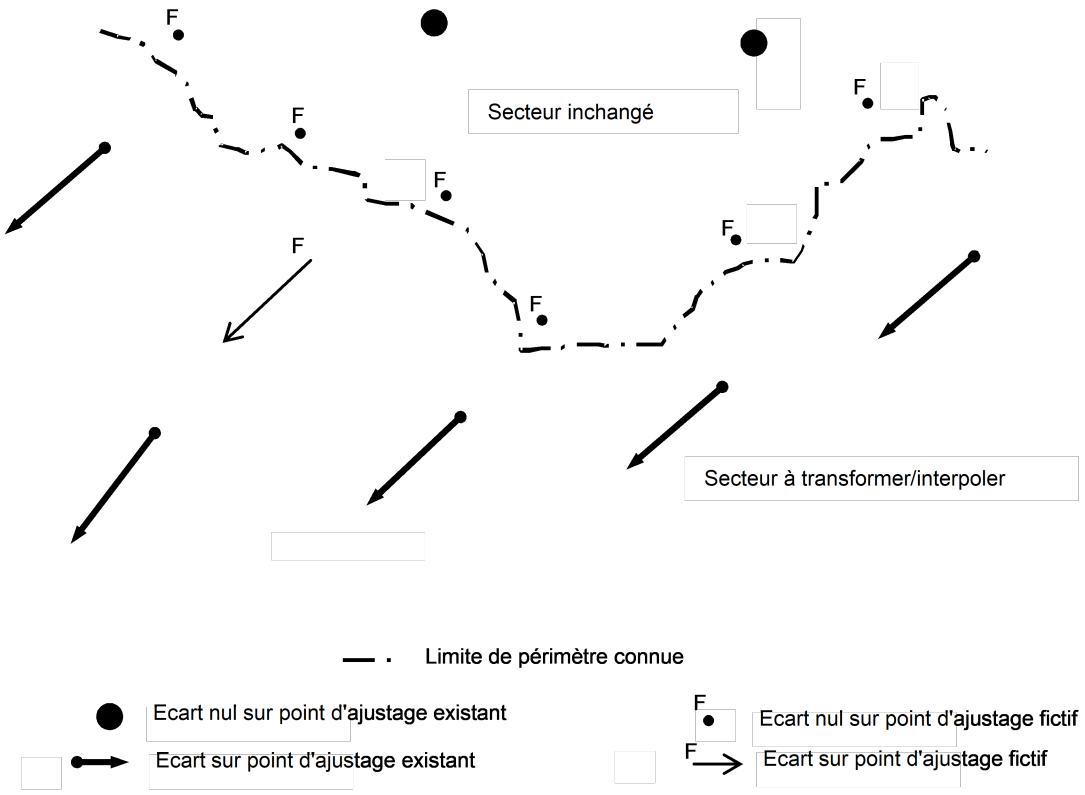


Figure 39: Ajout de points fictifs

6.2.5 Critères de formation de triangles d'affinité (transformation linéaire par éléments finis)

Cette méthode est aussi appelée affinité par secteurs, affinité par triangles, interpolation par secteurs, transformation affine par triangles, transformation linéaire au moyen de triangles, etc…(voir chapitre 4.5.2). Le programme GeoSuite-TRANSINT, Interpolation par maillage de triangles (FINELTRA) calcule cette transformation.

Pour l'analyse, on ne représente ici que la résultante de la composante aléatoire et de l'accroissement du vecteur après élimination d'une part systématique moyenne.

Principe de propagation des écarts

Les écarts introduits aux sommets se propagent linéairement le long du côté du triangle. Cette caractéristique va influencer le choix des triangles.

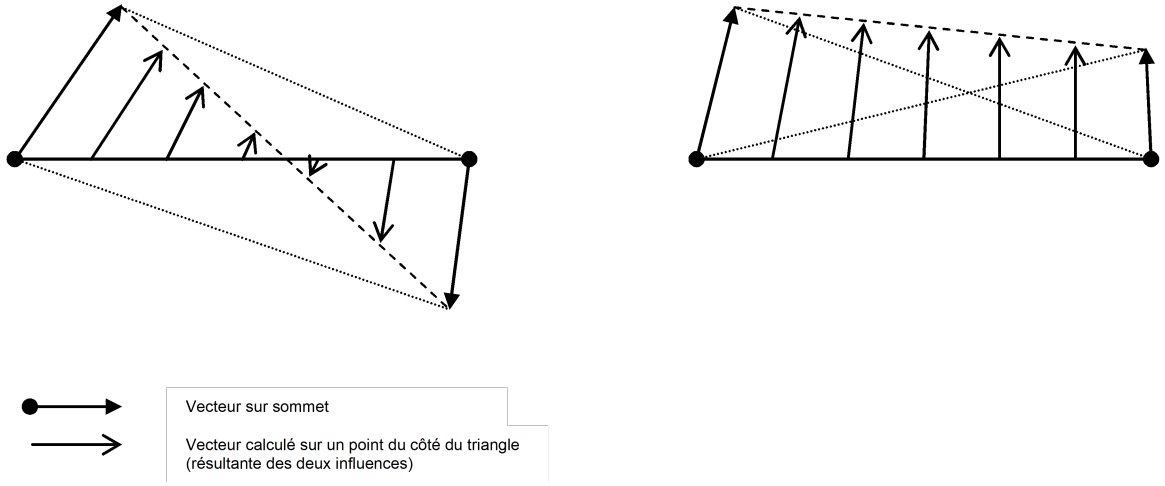


Figure 40: Propagation des écarts le long d'un côté

L'écart introduit à un sommet tend vers zéro lorsqu'il atteint le côté opposé du triangle.

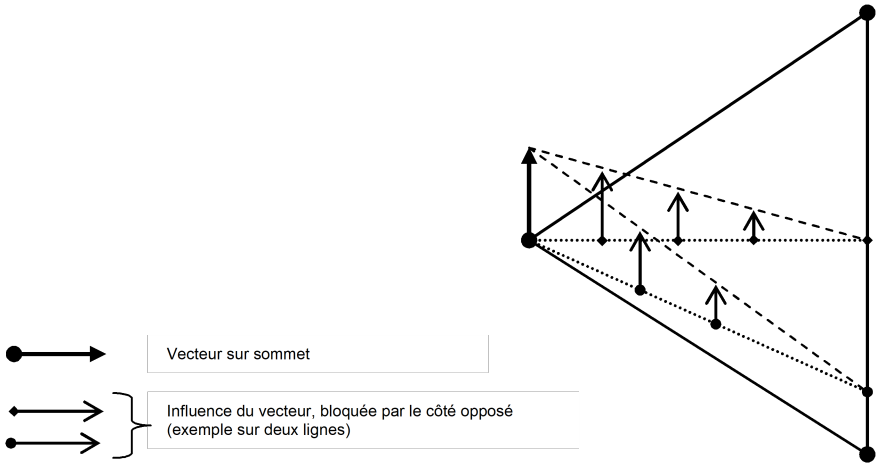


Figure 41: Propagation d'un écart vers le côté opposé du triangle

L'écart sur un point quelconque du triangle est la résultante de l'influence de chaque sommet en ce point. La transformation définie par les trois sommets ne s'applique qu'à l'intérieur du triangle.

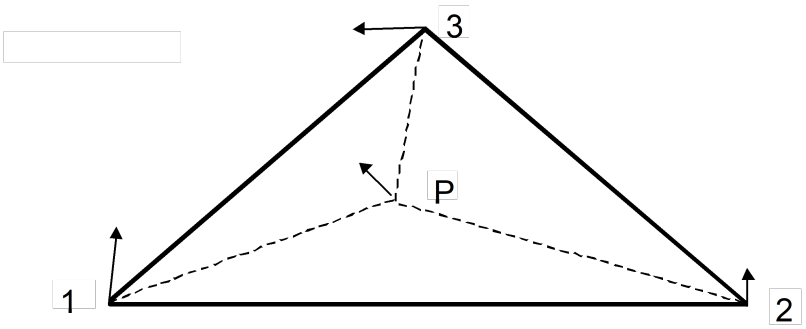


Figure 42: Ecart calculé sur nouveau point

Une des caractéristiques contraignantes de l'affinité par triangle est la nécessité de composer localement des triangles en fonction des points de calage connus. Même s'il existe des programmes proposant une solution « optimale » selon des critères de forme, une **vérification détaillée** et d'éventuelles **corrections manuelles** restent toujours indispensables. Par exemple, le choix, parmi des points de calage divergents, de ceux qui sont représentatifs, l'élimination d'un point trop proche d'un autre, le choix d'un côté en fonction des valeurs à interpoler selon Figure 43, etc. Divers critères doivent être appliqués.

Forme et grandeur des triangles

Une **forme proche du triangle équilatéral** donne des résultats topologiquement sûrs. Une **bonne homogénéité dans la grandeur des côtés** assure que la transformation a lieu avec des critères de répartition des distorsions homogènes.

Nombre de triangles

Si les valeurs des écarts sont **homogènes**, on peut se contenter d'un petit nombre de **grands triangles**. A part l'économie de travail, cela comporte l'avantage de peu perturber la géométrie des objets transformés.

Si les valeurs des écarts sont **hétérogènes**, il faut définir un grand nombre de **petits triangles**. L'amélioration planimétrique sera balancée par la déformation des formes géométriques des objets situés sur plusieurs triangles.

Influence des écarts sur les choix

En cas d'écarts très homogènes et cohérents, les triangles pourraient être, à la limite de forme et de grandeur quelconque ! Cela n'est cependant pas une raison pour les multiplier et en faire de formes allongées !

En cas d'écarts groupés selon une catégorie bien définie, les triangles doivent en tenir compte.

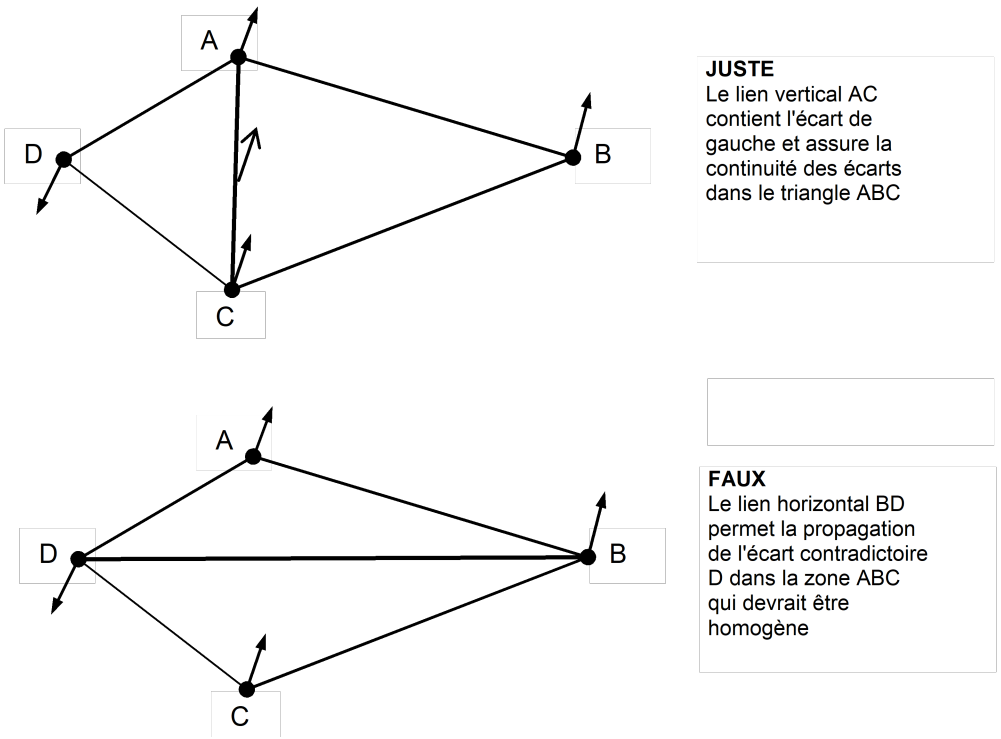


Figure 43: Choix des triangles selon les écarts

En cas d'écarts contradictoires, les triangles doivent laisser suffisamment d'espace pour une interpolation progressive (lissage), leur forme se rapprochera le plus possible de la forme équilatérale. On évitera, quand c'est topologiquement possible, des côtés très petits entre des écarts opposés.

Figure 44: Côté court avec écarts opposés

Certaines configurations ne permettent pas un choix satisfaisant des triangles. Il s'avère alors nécessaire de connaître un point supplémentaire pour confirmer une décision ou pour augmenter le nombre de triangles.

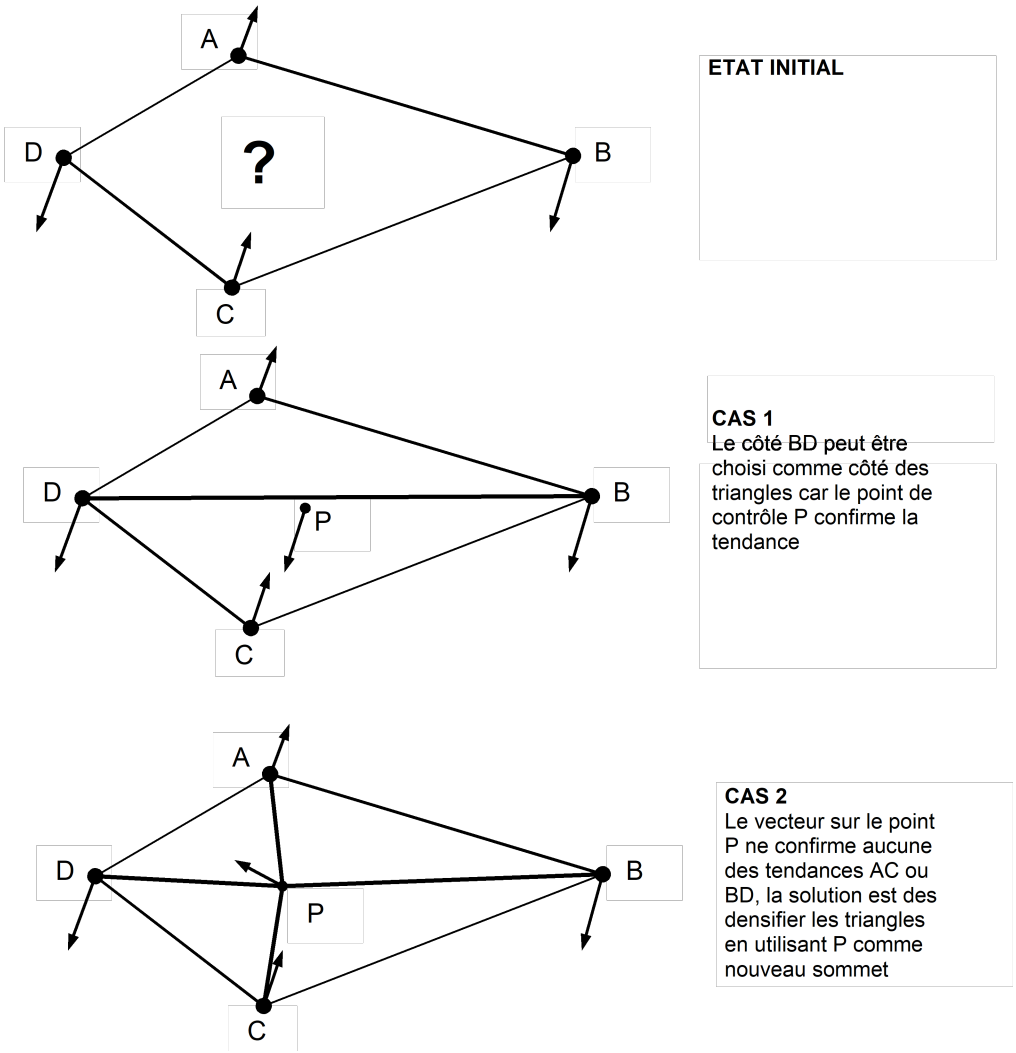


Figure 45: Solution à une configuration défavorable par adjonction d'un contrôle

Cassures

En théorie, la transformation linéaire par éléments finis s'applique d'un système local homogène et cohérent à un système global homogène et cohérent.

Dans le cas concret du passage de MN03 à MN95, le système local (MN03) n'est pas toujours homogène et on trouve de nombreux cas de figures présentant des cassures. Par exemple, lorsque des zones de triangulation MN03 initiales et rénovées se côtoient, on se retrouve avec des points possédant deux paires de coordonnées locales.

Ces cassures géographiquement bien déterminées peuvent être résolues par la création de triangles de densification avec coexistence de sommets extrêmement proches avec des écarts très différents en limite de périmètre (sur la cassure).

L'utilisation d'un cours d'eau pour « noyer » une cassure représente une solution élégante, quand elle est possible, chaque rive étant transformée depuis son système.

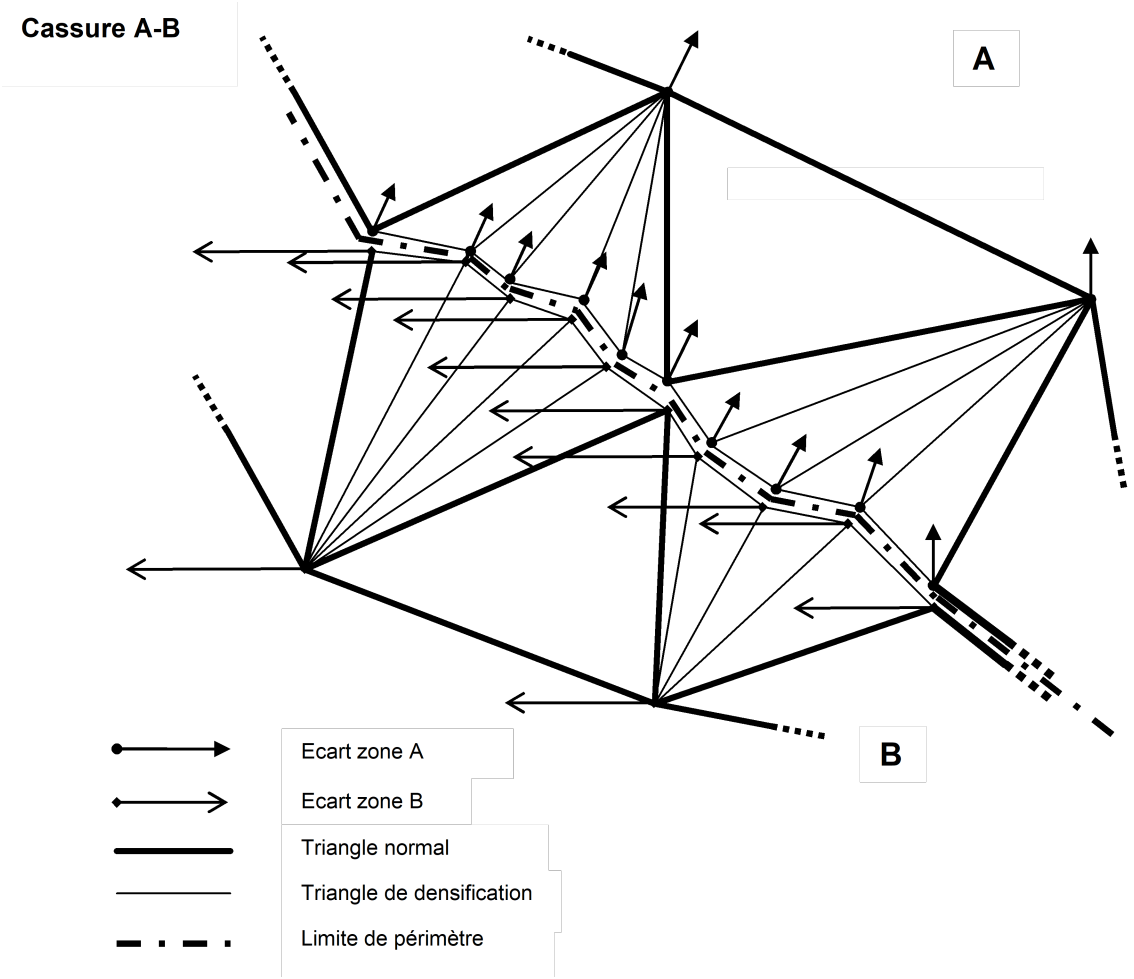


Figure 46: Cassure en limite de périmètre

Cependant, il faut distinguer deux cas de cassures: avec lacune ou avec recouvrement

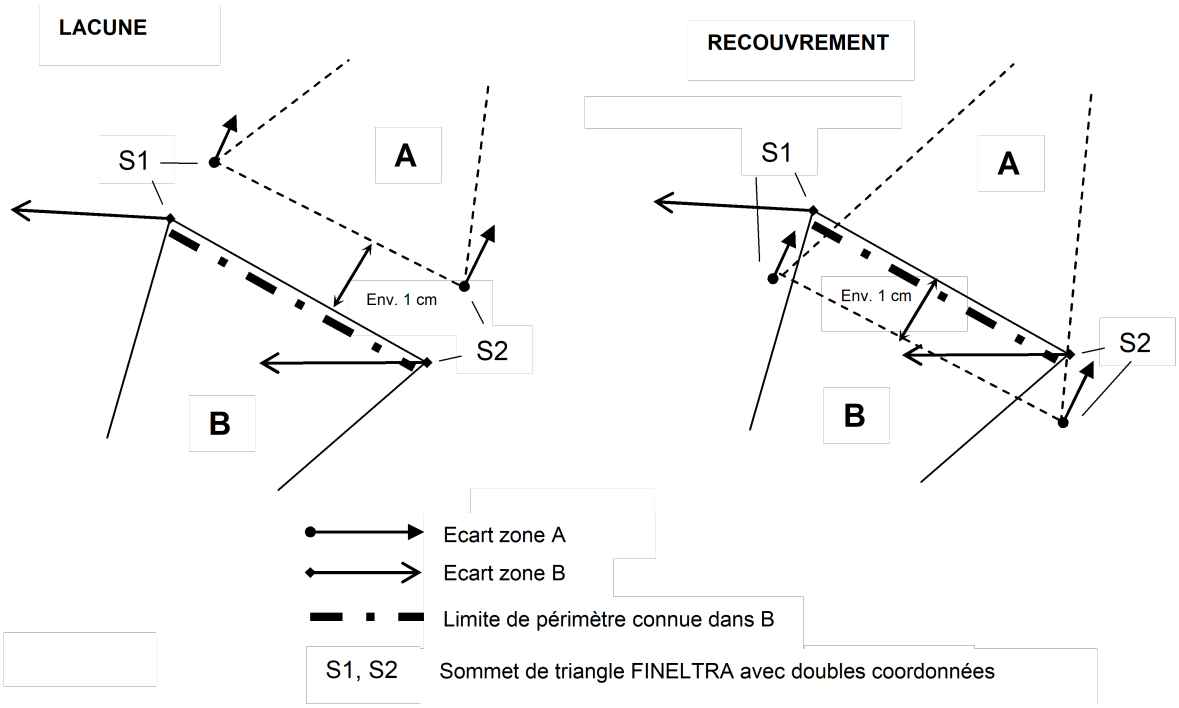


Figure 47: Lacunes et recouvrements

Dans la pratique, on peut se retrouver avec un cas mixte.

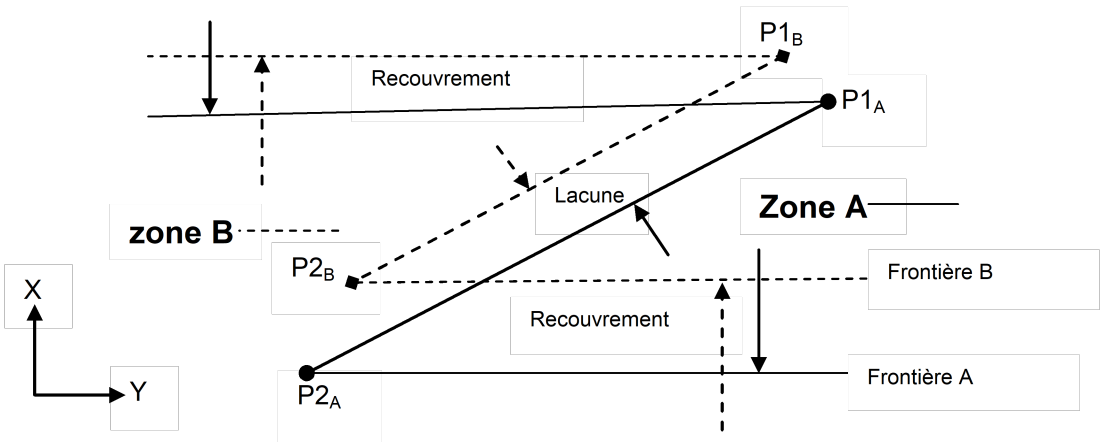


Figure 48: Lacunes et recouvrements, cas mixte

FINELTRA étant une application travaillant de manière indépendante pour les Y et les X, les considérations sur les recouvrements et les lacunes et leurs conséquences dans le traitement des points doivent donc être appliquées de manière indépendante pour les Y et les X.

Par exemple, sur la figure ci-dessus, le point P1 est en lacune en Y et en recouvrement en X, alors que P2 est en recouvrement en Y et X.

Les lacunes se résolvent en créant de très petits triangles qui couvrent l'espace vide de contenu ou en ignorant cette zone. On doit compter avec un intense travail de « retouches » locales jusqu'à obtention d'une solution topologiquement acceptable.

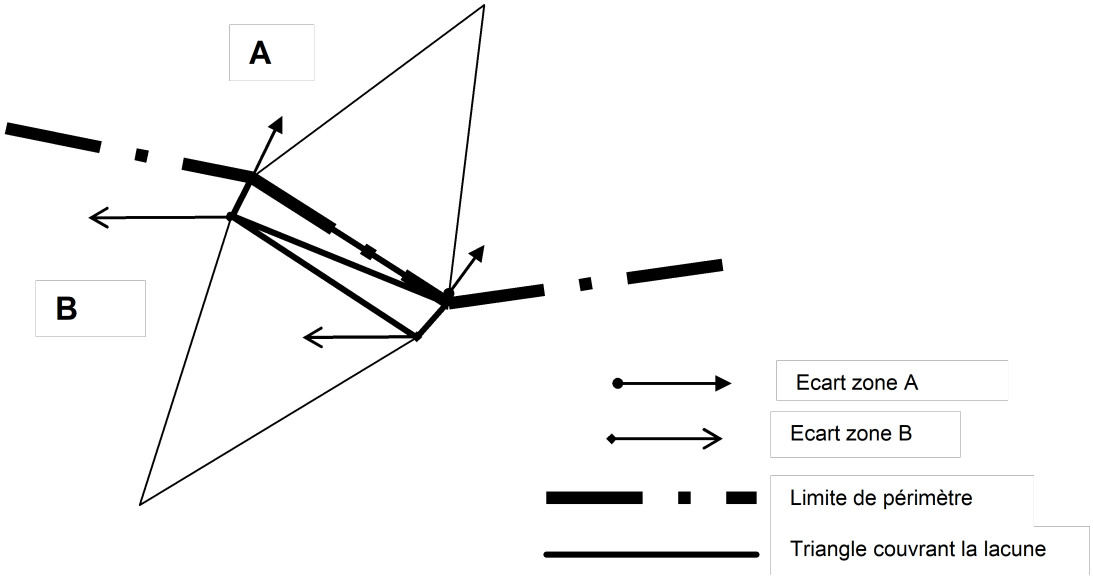


Figure 49: Triangle sur lacune

Les recouvrements posent le principal problème pratique, car la topologie FINELTRA n'accepte pas ce type de situation.

Diverses solutions peuvent être envisagées (ici on admet que le secteur A est de meilleure qualité que le B):

- Adaptation d'un des secteurs (B) dans l'**ancien** système **avant** la phase d'utilisation de FINELTRA,
- Créer un ensemble de triangles spécifiques pour chaque secteur. En conséquence, il n'y a plus un seul fichier pour l'ensemble de la Suisse et des fichiers concurrents se chevauchent aux frontières, d'où la nécessité de trier chaque point pour savoir dans quel triangle de quel secteur il doit être transformé,
- Transformer la frontière avec le secteur de meilleure qualité (A) en utilisant tous les points connus de la frontière comme sommet de triangle (densification). La frontière ainsi calculée est valable pour les deux secteurs. Les données du secteur B ne sont transformées qu'à partir de la frontière définie dans A. Il reste donc une bande de B non transformable correspondant au recouvrement.

Passage de grands triangles à de petits triangles

Ce passage a lieu, avec ou sans points fictifs, à l'aide de triangles allongés de forme non conventionnelle. Il est à envisager par exemple pour de petites localités au milieu de grandes zones rurales.

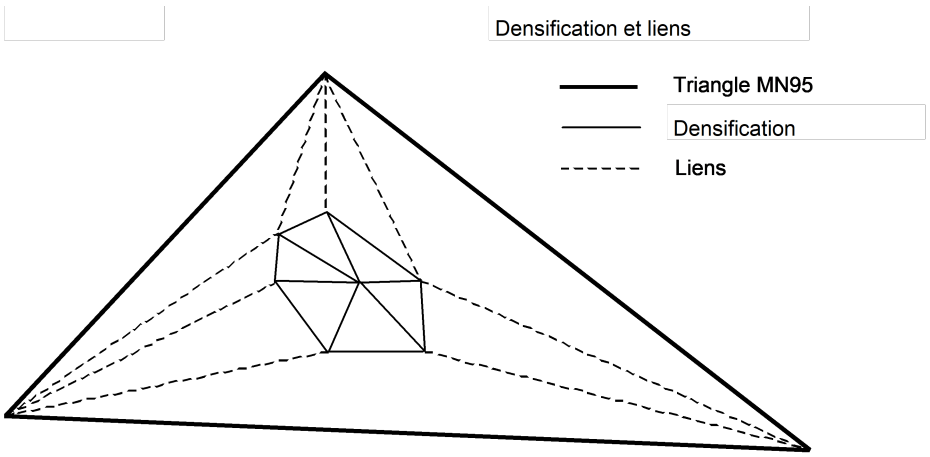


Figure 50: Passage de grands triangles à petits triangles

Problème des zones de transition

Dans une zone de transition, si l'interpolation qui a été faite entre les deux secteurs de triangulation est déjà de bonne qualité, on appliquera des grands triangles recouvrant toute la zone de transition.

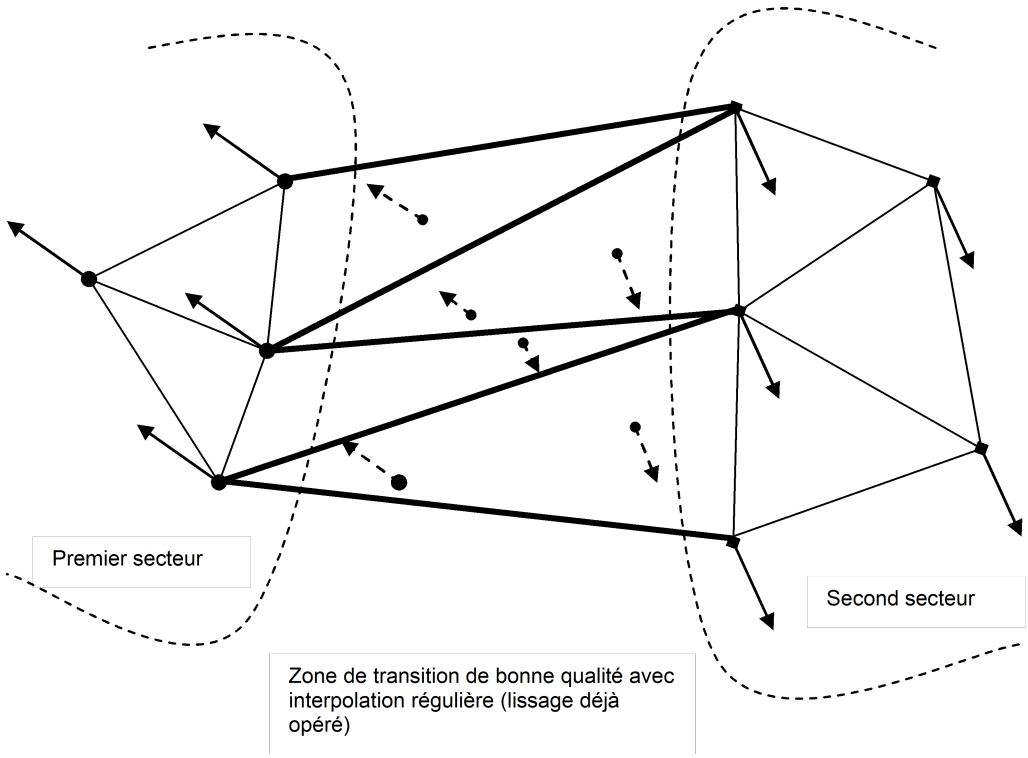


Figure 51: Triangles sur zone de transition de bonne qualité

Par contre, si l'interpolation dans la zone de transition n’a simplement pas été faite (avec éventuellement une zone de cassure), les triangles devront passer par quelques points de la zone de transition. Ceci n'est possible qu'avec des écarts de faible importance (petite zone d'interpolation).

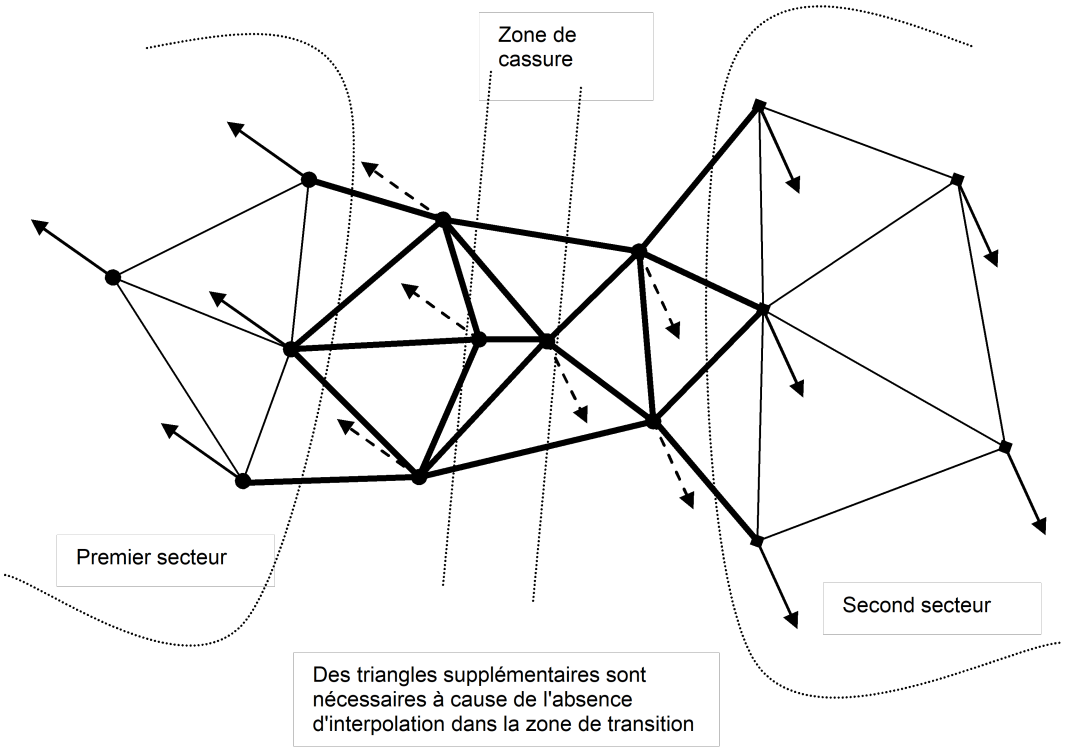


Figure 52: Triangles sur zone de transition de mauvaise qualité

6.3 Passages d'un système de référence à un autre

Le passage d'un système de référence à un autre peut utiliser deux voies.

La voie théorique

Elle consiste à utiliser les formules de transformation telles que définies théoriquement. En principe, les transformations peuvent ainsi se faire dans les deux sens sans perte de qualité.

Cette pratique se heurte malheureusement à une réalité têtue : bien souvent les systèmes réellement implantés ne correspondent qu'approximativement aux formules théoriques.

La voie locale, par calage à l'aide de points

Elle consiste à transformer et interpoler les données sur la base de points d'ajustages correspondant à des points réels connus dans les deux systèmes.

Cette pratique a l'avantage de faire coller localement les données. Elle n'est malheureusement pas extensible d'un coup sur de grands territoires à cause des distorsions des réseaux et des déformations inhérentes aux systèmes. Elle nécessite l'existence ou la création de points d'ajustage ce qui peut s'avérer difficile et onéreux. Elle ne permet en général pas d'opérer le transfert dans les deux sens sans perte de caractéristiques propres, surtout en cas de transformations suivies d'interpolation. Enfin, elle butte à des problèmes en limite de périmètres.

Les transformations entre projection de Bonne et projection cylindrique en Suisse illustrent parfaitement la problématique ci-dessus. On doit dans la règle passer par la voie locale, la voie théorique laissant apparaître des écarts parfois de l'ordre de plusieurs mètres.

Systèmes de références en pratique

La généralisation du GNSS en mensuration oblige l'utilisateur à étudier les différents systèmes géodésiques auxquels il est confronté avant de transformer ses résultats GNSS dans le système de référence en vigueur. On trouve à cet effet dans (Egger, Marti, 1999) une présentation :

- des fondements géodésiques (système de références et projections cartographiques) ;
- des cadres et systèmes de référence actuels :
  - systèmes de référence dynamiques globaux ITRS, ETRS89, CHTRS95, WGS84,
  - systèmes de référence statiques locaux : CH1903 (cadre de référence MN03), CH1903+ (cadre de référence MN95),
- des méthodes de changement de datum et les différents types de transformation entre cadre de références (entre cadres globaux, entre cadres locaux, entre cadres locaux et globaux).

6.4 Modification d'un cadre de référence

Le fait qu'une triangulation soit refaite sur une région (exemple VD) ou sur tout le pays (exemple MN95) entraîne la transformation des données existantes qui s'appuient sur ce cadre de référence.

La méthode à choisir pour opérer cette transformation dépend des conditions d'exécution.

Sur une région limitée, où les transformations peuvent être faites par lots avec des délais suffisants, toute méthode sophistiquée est envisageable.

Dans le cas d'une transformation globale d'un pays, d'autres critères rentrent en ligne de compte :

- stratégie générale de transformation et gestion des données dans les divers systèmes,
- réversibilité de la transformation,
- facilité d'utilisation (méthode sûre et élémentaire),
- unicité et fixation a priori des paramètres de transformation (effet fixé, sans possibilité d'erreur ou de manipulation).

Ces critères entraînent que la méthode doit être simple et figée.

La Confédération a dû élaborer une solution originale pour la transposition des données de la mensuration officielle de leur cadre de référence MN03 (défini en 1903) dans le nouveau cadre de référence MN95 (défini en 1995).

Le cadre de référence MN03 est hétérogène et de qualité variable (distorsions et tiraillements locaux). Le nouveau cadre MN95 permet de déterminer des coordonnées dans un système « absolu et homogène » sur tout le pays, vis-à-vis des exigences actuelles. Le but final étant de travailler directement dans MN95 et de renoncer aux opérations d'ajustage local indispensables dans MN03.

Dans un premier temps, la Suisse a été découpée en triangles d'environ 15 à 25 km de côtés. Cela a donné 468 triangles, appuyés sur 263 PAT, avec 100 PC et une erreur moyenne à craindre (sur la transformation) de 1 à 2 dm. Leurs sommets disposent de coordonnées exactes aussi bien dans MN03 que MN95. Pour chaque triangle, on calcule sur la base des trois sommets (ou points d'appui de la transformation - PAT) une transformation univoque (bijection), donc réversible, applicable à tous les points situés à l'intérieur du triangle. Il existe deux méthodes pour calculer cette transformation:

- par affinité, les coordonnées des trois sommets permettent de calculer les six paramètres de la transformation affine valable pour le triangle sans résidus sur les calages.
- en calculant une moyenne pondérée des coordonnées des sommets, les poids sont proportionnels à la surface des sous triangles opposés aux sommets définis par le point à calculer (méthode appliquée dans FINELTRA).

Pour la transformation des données de la mensuration officielle, une **densification des triangles** était nécessaire. Elle a été réalisée en étroite collaboration avec les cantons. Les sommets des triangles ont été définitivement choisis et le fichier **CHENyx06** qui comprend la définition des triangles et les coordonnées des points dans les deux cadres de référence a été créé.

Cette densification a dû résoudre une série de problèmes parmi lesquels :

- Composition de triangles adaptés à la zone à traiter, comme par exemple, diminuer l'influence d'un PFP1 sur un sommet de montagne sur la transformation d'un village dans la vallée ; en général, on a densifié avec un PAT au centre du périmètre urbain.
- Coordination des triangles aux frontières cantonales : les coordonnées des PAT sont-elles identiques, y a-t-il des recouvrements ou des lacunes ?
- Composition des triangles aux limites de triangulation rénovée et ancienne : quelle est la zone d'influence de cette rénovation, y a-t-il mélange entre zone rénovée et non rénovée, des cassures entre les zones, recouvrement avec des mensurations antérieures à la rénovation ?
- Des mensurations voisines sont-elles calculées dans la même triangulation dans MN03 ?
- etc.

Le fichier final CHENyx06 comprend 11'731 triangles s'appuyant sur 5925 PAT et contrôlé par 46'601 PC. L'écart résiduel moyen sur PC est estimée à **2 cm** +/-1.1 cm. Cette évaluation de la qualité moyenne de la transposition nécessite les indications suivantes :

- Chaque canton a une erreur moyenne à craindre propre, celle-ci varie de quelques mm (ZG, SH, ZH, BS, BL) pour les cantons les plus précis à plus de 4 cm (VS, UR, SG, AI, AR) pour les moins précis. Certains cantons sont très homogènes avec pratiquement tous les contrôles meilleurs que 4 cm (ZG, AG, OW, NW, SH, ZH, BS, BL) d'autres présentent de fortes variations de précision (VS, UR, FR, SG, AR, AI, BE). Une carte détaillée de la précision locale à l'intérieur des cantons sous forme de carte de qualité probable est disponible sur le « Portail : changement de cadre de référence MN03 - MN95 » de www.swisstopo.ch
- Certains cantons n'ont effectué les contrôles qu'au niveau des PFP2 (GR, AG, TG, LU, SO) d'autres ont aussi utilisé des PFP3 de manière massive (GE, ZG, VS, SZ, OW, NW, FL, SG, AI, AR, BS, BL, TI, NE) avec en moyenne 61.5 % de PFP3. Cela signifie que les erreurs moyennes sont plus réalistes pour la MO dans les cantons avec de nombreux PFP3 que ceux avec seulement des PFP2. Enfin, les cantons qui ont remesuré des anciens PFP3 ont des écarts valables également pour les mensurations numériques et semi-numériques déjà anciennes. Certaines déterminations de PC n'ont pas été livrées (BS, VD,…) pour diverses raisons dont celle que certaines zones semi - numériques étaient particulièrement médiocres et nécessitaient un renouvellement et ceci en dehors de la transformation globale.
- Certains cantons se sont contentés d'un nombre restreint de grands triangles (surface moyenne de 13 à 15 km^2) (UR, TI) et d'autres ont opéré un découpage en petits triangles (surface moyenne de moins d'un km^2) (GE, VS, ZH, BS, NE) avec en moyenne une surface de 5.8 km^2. Les petits triangles assurent une transformation planimétriquement plus précise et plus fiable que les grands mais déforment plus les caractéristiques géométriques.
- Certains cantons ont mis en œuvre une forte densité de points de contrôle (5 et plus par km^2) (GE, ZG, BS, NE) d'autres se sont contentés d'une densité plus faible (moins de 0.5 par km^2) (GR, JU, UR, GL, BE) avec en moyenne 2.2 points de contrôle par km^2. Une forte densité de contrôles permet de mieux qualifier la précision et augmente la fiabilité de la transformation.

CHENyx06 constitue le fichier des paramètres obligatoires à utiliser dans les transpositions entre MN03 et MN95

Les paramètres de la transposition peuvent être ainsi introduits dans les systèmes informatiques de chaque utilisateur. Le programme complet peut être acquis dans le cadre du « paquet » nommé REFRAME. Enfin, l'utilisateur occasionnel peut effectuer gratuitement sa transposition à l'aide de REFRAME sur le site www.swisstopo.ch.

Ainsi, les données cadastrales ayant fait l'objet d'une compensation rigoureuse et basées sur des réseaux PFP3 utilisés comme PAT ou rattachés à des PFP1/2 utilisés comme PAT pourront être transformées dans MN95 sans travaux complémentaires.

Pour les données locales qui ne remplissent pas encore ces exigences après la densification des triangles ayant abouti à CHENyx06, un renouvellement au sens des directives fédérales est à envisager avant ou après le passage à MN95.

Le **Centre de compétence « Données géographiques, mensuration nationale MN95 (CC DG/MN95) »** créé par l' Office fédéral de topographie et qui a suivi le projet jusqu'en 2007 a été muté en un **organe d'exécution** qui poursuit ses tâches.

La volonté d'avoir une seule transformation pour l'ensemble du territoire et stable à long terme a été mise en échec par plusieurs cantons qui ont considéré que CHENyx06 devait être encore amélioré, c'est ainsi que BS en 2013, BE en 2015, NE et FR en 2016 ont produit des versions densifiées du jeu de paramètres. BS allant jusqu'à changer de méthode d'interpolation (cf. chapitre 7.4.5).

6.5 Rénovation de réseaux de points fixes

Afin d'être reconnu conforme à MO93, un réseau de PFP3 doit répondre à certains critères de qualité. S'il s'avère, après analyse, que les coordonnées des points du réseau divergent localement ou complètement du cadre de référence officiel, le traitement à effectuer a lieu selon un des 4 processus décrits ci-dessous en fonction des caractéristiques mises en évidence.

6.5.1 Transformation pure de coordonnées

Cette option est à envisager lorsque les caractéristiques du réseau sont totalement acceptables :

☺ Matérialisation suffisante,

☺ Structure et mesures originales de qualité acceptable,

☺ Compensation originale suffisante,

☺ Rattachement au réseau supérieur actuel suffisant.

L'intégration du réseau est faite à l'aide d'une transformation et éventuellement une interpolation sur la base des éléments donnés par les ordres supérieurs. Le résultat est un réseau rattaché aux bases actuelles. La matérialisation reste inchangée.

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ réseau rattaché rapidement
+ coût faible
+ pas de terrain
- pas de contrôle et pas d'amélioration du réseau à part son intégration globale (mais sa qualité a priori est très bonne)
- pas de nouveaux points sur le terrain

On rappelle que la qualité a priori est très bonne.

6.5.2 Redétermination partielle et transformation

Cette option est à envisager lorsque les caractéristiques du réseau sont acceptables, moyennant quelques compléments sur le terrain, soit :

☺ Matérialisation suffisante,

☺ Structure et mesures originales de qualité acceptable,

☺ Compensation originale suffisante,

☹ Rattachement au réseau supérieur actuel insuffisant.

L'intégration du réseau est faite à l'aide de quelques mesures de terrain pour déterminer les points d'ajustage de la transformation et de l'interpolation. Le résultat est un réseau rattaché aux bases actuelles. La matérialisation est inchangée.

Avantages (+) Désavantages(-)

+ réseau rattaché rapidement
+ coût relativement faible
- quelques travaux de terrain indispensables
- peu de contrôle, pas de nouveaux points et peu d'amélioration du réseau à part son intégration globale

6.5.3 Redétermination partielle et recalcul

Cette option est à envisager lorsque les caractéristiques du réseau sont presque acceptables, moyennant quelques compléments sur le terrain, soit :

☺ Matérialisation suffisante,
☺ Structure et mesures originales de qualité acceptable,
☹ Compensation originale problématique, à cause de son mode simplifié ou des contraintes introduites à cause de la faiblesse de ses rattachements
☹ Rattachement au réseau supérieur actuel insuffisant.

L'amélioration du réseau est faite à l'aide de quelques nouveaux points, des mesures de terrain et un recalcul par compensation rigoureuse des mesures existantes et nouvelles dans le référentiel en vigueur actuellement. Le résultat est un réseau modernisé basé sur une matérialisation partiellement actualisée et opéré à l'aide de mesures rendues cohérentes.

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ qualité de la compensation et intégration du réseau améliorées
- coût assez élevé (travaux de bureau importants)
- saisie informatique (si manquante) des données existantes
- quelques travaux de terrain indispensables (matérialisations, rattachements)
- fiabilisation du réseau par nouvelle compensation

6.5.4 Redétermination totale

Cette option n'est à envisager que lorsque les caractéristiques du réseau sont excessivement mauvaises, que les points anciens sont détruits ou problématiques à redéterminer et que les informations basées sur ce dernier sont inutiles, soit :

☹ Matérialisation actuelle déficiente
☹ Structure et mesures originales de mauvaise qualité
☹ Compensation originale problématique
☹ Rattachement au réseau supérieur actuel insuffisant
☹ Faible intérêt des données de détail basées sur le réseau original

La liberté de méthode est alors grande. Un réseau moderne peut être conçu, basé sur une matérialisation actuelle et opéré par mesures précises et cohérentes.

Avantages (+) Désavantages(-)

+ nouveau réseau quasi « parfait »
- coût élevé avec
- récupération très limitée des données existantes
- gros travaux de terrain indispensables (matérialisations importantes, mesures)
- lien avec l'existant plus ténu

6.6 Intégration de mesures GNSS

La caractéristique de cette problématique est l'intégration d'un ensemble de coordonnées précises et homogènes (GNSS) dans un système existant de qualité souvent moindre (mensuration existante)

Par GNSS on obtient, par « session », une « série de coordonnées » se référant à une station de référence réelle ou virtuelle. Les schémas et paramètres de transformation tels que définis dans (Egger, Marti, 1999) par exemple, appliqués aux coordonnées WGS84, qui représentent les mesures GNSS, donnent à ces coordonnées la « forme » de coordonnées nationales.

En fait, à l'issue des transformations, on obtient des vecteurs ayant des caractéristiques (orientation et échelle) liées au système suisse « global » transmises par les paramètres. Ces vecteurs sont « calés » dans le système par le biais des coordonnées de la station de référence.

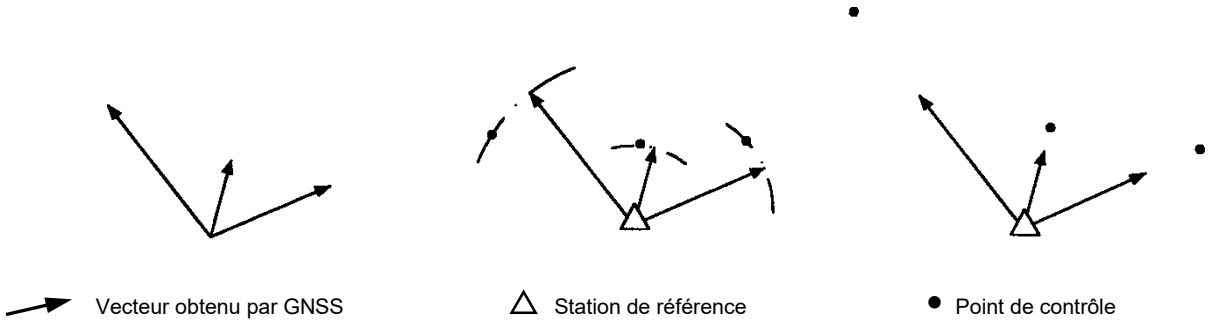


Figure 53: calage des vecteurs GNSS sur la station de référence

Si le cadre de travail dans lequel s'insèrent la station de référence et les points de contrôle est exactement représentatif du système suisse, comme l'est MN95, les coordonnées obtenues sont directement intégrées. Les écarts (résidus) enregistrés sur les points de contrôle sont alors à considérer en fonction de la précision des mesures GNSS, la précision des données terrestres existantes et la qualité de la matérialisation. Le calage par une transformation locale peut alors être évité pour éviter la dégradation des données GNSS si les exigences de précision sont respectées sans ce calage.

Par contre, si le cadre défini par la station de référence et les points de contrôle n'est pas tout à fait identique à celui auquel se rapportent les paramètres de transformation comme c'est le cas dans MN03, des écarts systématiques vont apparaître (cf. Figure 53). Dans ce cas, une nouvelle transformation, que l'on pourrait qualifier de « correctrice » ou de « différentielle » de type Helmert, doit être opérée pour prendre en compte les caractéristiques locales du cadre de référence imparfait.

On définit ainsi une transformation / intégration en deux temps.

Si nécessaire, une interpolation peut encore suivre cette transformation en deux temps (problématique classique liée à la transformation de Helmert).

Cette situation est typique de l'utilisation de GNSS dans le cadre de référence MN03. Les paramètres de transformation permettent dans tous les cas, compte tenu de la qualité (précision et homogénéité) de l'ancienne triangulation, de procéder à des **recherches** en mode RTK. S'agissant de **calculs** ou

d'implantations **définitifs**, un ajustage local s'avère nécessaire. L'ajustage « local » est également obligatoire si la station de référence n'a pas été placée sur un point connu en coordonnées.

6.6.1 Mesures GNSS en mode DGPS ou en mode de navigation

La problématique d'insertion de mesures GNSS effectuées en mode DGNSS ou navigation sans corrections dans le système de référence suisse est essentiellement la même que celle précédemment exposée. Compte tenu de la précision de ces mesures (de 1 à plusieurs mètres) certaines étapes peuvent être négligées. Souvent seul le changement de datum est pris en considération (pas d'ajustage local ou d'interpolation).

6.6.2 Programmes

Dans tous les récepteurs actuels, ou avec tous les logiciels de traitement d'observations GNSS, des programmes de transformations sont en général installés dans le récepteur. Ils permettent de prendre en compte des changements de datum (WGS84 vers le système suisse) et ou des caractéristiques locales (Helmert 2D / 3D). Certains programmes combinent même transformation et interpolation (collocation).

L'utilisation de ces programmes de transformation embarqués est absolument indispensable pour les travaux de mesures isolées sans compensation subséquente et d'implantation précis (RTK) en temps réel.

Pour des travaux de grande envergure, destinés par exemple à la détermination de réseau de PFP2 ou de PFP3, les séries de coordonnées sont généralement compensées à l'aide du logiciel LTOP qui, outre la prise en compte de caractéristiques locales à l'aide des paramètres de Helmert, permet de lier les différentes sessions entre elles et de les compenser par la mesure de points communs.

Programmes:
Pour le changement de datum : REFRAME, GEOREF, NAVREF

Pour l'ajustage /calage : LTOP ou d'autres logiciels permettant de procéder à une transformation de Helmert.

6.7 Intégration de coordonnées issues de vues photogrammétriques

Ce sujet spécifique n'est pas traité dans cette recommandation. L'intégration de vues photogrammétriques se fait en général par des modules de transformation/interpolation intégrés aux systèmes de restitution.

6.8 Digitalisation complète de plans

L'OMO et l'OTEMO prévoient une possible numérisation préalable des plans anciens de la mensuration officielle. Cette numérisation préalable par digitalisation nécessite l'utilisation de transformations, voire d'interpolations. D'un point de vue plus général, il est également conseillé de suivre un **concept de digitalisation** intégré à un système graphique interactif. Cela limite le choix des méthodes, si l'on désire rester dans le cadre de ce système. Si des traitements spéciaux doivent être entrepris, il y a lieu d'envisager la gestion de fichier « points » à extraire et réintroduire dans la suite d'opérations intégrées.

D'une manière générale les points suivants doivent être traités :

- Estimation de la qualité de la triangulation et de la polygonation,
- Examen des mensurations entourant le périmètre afin de déterminer leur nature (numérique / semi-numérique ou graphique), leur référentiel et les points, définitifs ou à disposition, en bordure de périmètre,
- Recherche d'autres ajustages existants possibles (polygonation du plan d'ensemble, polygonations privées, etc.),
- Evaluation de la nécessité de lever des ajustages complémentaires,
- Montage du dossier d'ajustage (choix des points, technique d'ajustage),
- Suivi de la qualité de l'ajustage pendant les travaux de digitalisation.

6.8.1 Mensurations semi-numériques reconnues à titre définitif

Plaques en aluminium

Digitalisation sur plaque : cette alternative qui est la plus naturelle se heurte aujourd'hui au fait que de nombreuses installations ne permettent pas de saisir des coordonnées sur le support en aluminium. Dans ce cas, on est renvoyé au cas de saisie sur film ou saisie sur écran de données scannées.

Méthode de transformation

La transformation de Helmert convient en général, les plans sur plaque ALU ne présentant pas de retraits différenciés vu la rigidité du support.

Points d'ajustage

Le quadrillage est la base naturelle d'ajustage, car il n'est pas entaché des imprécisions des données sur le terrain, seul son report peut être mal opéré. En cas de modification de la triangulation postérieure au report, voir les chapitres 3.4 et 6.5.

Les points de polygone sont également envisageables comme éléments d'ajustage. Leur répartition irrégulière, les imprécisions qui leur sont liées limitent leur utilisation.

Digitalisation sur photo des plaques ALU

La méthode de transformation sera en général la méthode affine, vu les risques de déformation dus à la photographie. Sinon le processus est le même que pour les plaques originales.

Plans en carton

Le cas des mensurations semi-numériques sur plan carton s'apparente aux mensurations graphiques tardives de bonne qualité. Sur un support carton, le retrait dépend du sens des fibres du carton. La méthode de transformation sera en général la méthode affine. Le traitement de transformation est décrit en chapitre 6.8.2, cas « avec quadrillage ».

6.8.2 Mensurations graphiques reconnues à titre provisoire

Plans avec quadrillage ou croix

Détermination du retrait

La détermination du retrait des plans se fait à l'aide du quadrillage original. Lorsqu'une croix centrale est dessinée, elle peut aussi servir à la détermination du retrait. Mais en général la croix seule ne suffit pas. Idéalement, il faut pouvoir compter, pour un plan 50 cm x 70 cm, sur une dizaine de points bien répartis pour calculer le retrait. La correction du retrait est effectuée à l'aide de la transformation affine.

En général, cette transformation ne permet pas d'obtenir les coordonnées dans le système national, mais au mieux en projection de Bonne. Le calage dans le référentiel final se fait à l'aide de points levés sur le terrain plan par plan ou selon la méthode de combinaison des plans utilisant LTOP.

Plans sans aucun quadrillage

Détermination du retrait

La détermination du retrait « au bureau » n'est en général pas possible. Sur le plan, les éléments manquent pour le déterminer, même si un abaque « Echelle » est dessiné dans un bord du plan.

Les points d'ajustage levés sur le terrain ne sont souvent ni assez nombreux ni assez bien répartis pour permettre une transformation affine plan par plan vraiment fiable. On privilégiera donc une méthode de détermination combinant les divers plans (méthode LTOP décrite plus loin). Dans tous les cas, on veillera particulièrement aux écarts résiduels, à la plausibilité des facteurs d'échelle (par rapport au facteur d'échelle d'une transformation de Helmert) et à la direction des axes d'affinités (par rapport aux sens des fibres).

Points relevés sur le terrain

La détermination des points nécessaires pour le calage et l'assemblage des plans graphiques nécessitent certaines bases comme un réseau de points fixes « grandes mailles » ou GNSS dans le système national, a priori non réalisées.

Ces points d'ajustage sont levés sur le terrain selon les critères suivants:

- points bien définis et clairement matérialisés (bornes, chevilles, angles francs de murs et bâtiments),
- petits groupes de points proches, idéalement 3, pour éliminer facilement les fautes grossières d'identification, mais avec des coûts supplémentaires
- points situés en limite des plans (pour optimiser leur nombre),
- points d'origine dans les zones ayant subi peu de mutations, points représentatifs des mutations dans les zones fortement mutées,
- points bien répartis pour éviter les extrapolations et pour tenir compte des distorsions locales.

Calage et assemblage par LTOP

Une méthode d'ajustage, (calage et assemblage) des plans graphiques a été mise au point dans le canton de Vaud par le SCRF (actuellement OIT) et l'EPFL en collaboration avec swisstopo et la profession privée. Elle utilise le logiciel LTOP (version GNSS). Les coordonnées digitalisées de chaque plan sont considérées comme une session GNSS. Le calcul permet d'assembler les plans entre eux et de donner les paramètres des diverses transformations de Helmert transformant au mieux chaque plan grâce à une compensation de l’ensemble des plans.

Définitions : les **points de calage** sont les points connus dans le système national et sur un ou plusieurs plans ; les **points d'assemblage** sont les points frontières entre deux ou plusieurs plans (mais pas connus dans le système national).

Scénario

1. Définition du périmètre technique d'ajustage

Il peut être différent du périmètre du lot adjugé. Là où le périmètre du lot touche des mensurations graphiques non encore numérisées, le périmètre technique devra associer au moins une rangée des plans de celles-ci. Des points de calage seront choisis sur les frontières des mensurations numériques ou numérisées existantes.

2. Points de calage

Inventaire et identification des points de calage existants et des points à déterminer sur le terrain. Parmi les points existants, on peut citer les points fixes de tous ordres (triangulation, polygones, points CFF, etc.) et les points de détail issus d'autres relevés. Ces points sont soit utilisables directement, soit comme rattachements pour des relevés nouveaux.

3. Points d'assemblage

Choix et identification d'un certain nombre de points d'assemblage en limite des plans. Si possible bien définis sur chaque plan (éviter si possible les points des ruisseaux) et répartis de manière homogène sur le pourtour. Un point tous les 100 à 200 m sur le terrain suffit. On n'utilise pas tous les points du périmètre car le nombre de points est limité dans le programme LTOP et car cela rend le montage et le calcul inutilement beaucoup trop lourds.

4. Points de reproduction de la transformation calculée par LTOP

Afin de pouvoir reproduire exactement les paramètres de transformation calculés par LTOP pour chaque plan, il faut prévoir 2 ou 3 (en pratique 4) points théoriques (virtuels) en coordonnées locales (telles que digitalisées), entourant le contenu à digitaliser.

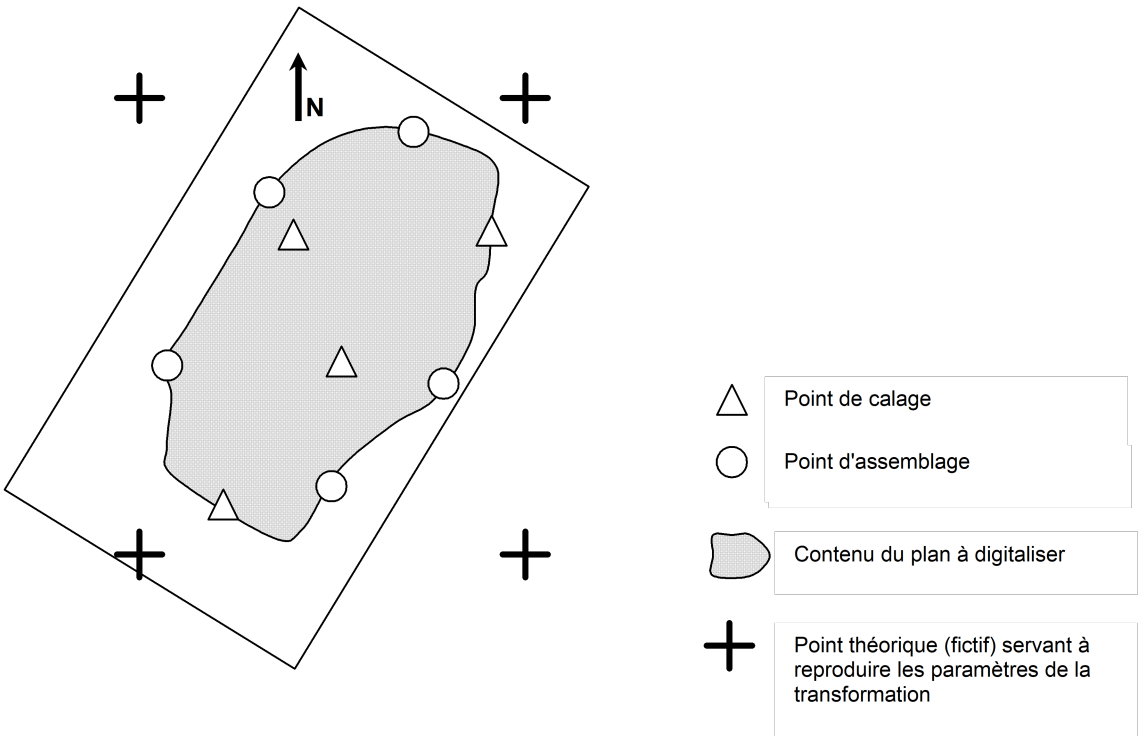


Figure 54: Emplacement des points théoriques

5. Digitalisation et transformation des périmètres et des points de calage pour tous les plans

Cette opération permet d'obtenir des coordonnées approchées dans le système national. Ces coordonnées serviront de coordonnées provisoires pour la compensation par LTOP de l'ensemble des plans.

6. Compensation des plans entre eux

Calculs par LTOP des éléments de compensation et de transformation de tous les plans.
Erreurs a priori (norme 3805 du canton de Vaud):

Echelle	Erreur moyenne a priori
1:500	150 mm
1:1000	300 mm
1:2000	600 mm
1:4000	1200 mm
1:5000	1500 mm

Conditions à respecter:

- w_i inférieur à 3.5
- quotients inférieurs à 1.5.

Il peut être rationnel de diviser l'entreprise en sous-ensembles pour faciliter l'analyse des messages d'erreur, en commençant si possible par les grandes échelles (1:500). En fin d'analyse, fusionner les sous-ensembles pour la compensation globale. Le programme LTOP calcule pour chaque plan (session) les paramètres de la transformation.

7. Calcul des coordonnées nationales des pourtours

Sur la base de la compensation LTOP, opérer la transformation de Helmert des pourtours, basée sur les points fictifs, afin de connaître les coordonnées nationales des autres points de chaque pourtour de plan individuellement. Ces coordonnées seront moyennées avec un poids fonction de l'échelle du plan d'origine et deviendront les coordonnées officielles qui serviront à l'ajustage du reste du contenu et à la mise en vigueur au registre foncier.

Les premières expériences avaient été menées avec tous les points de frontières comme points d'assemblage. Or, avec un choix de points bien plus restreint, les fastidieux travaux de numérotation et d'analyse des erreurs sont grandement simplifiés, avec des résultats satisfaisants. Pour le surplus, les numérisations suivent le scénario « semi-numérique » décrit plus haut.

Stratégies de digitalisation

Pour la numérisation préalable des plans graphiques, plusieurs stratégies de digitalisation sont possibles.

Digitalisation a priori / a posteriori

Digitalisation des plans en coordonnées locales (si possibles corrigées du retrait) a priori, puis relevé sur le terrain des ajustages nécessaires et compensation/transformation par LTOP. Les coordonnées locales peuvent être utilisées pour la recherche des ajustages.

Relevés sur le terrain a priori, puis digitalisation des éléments nécessaires sur les plans pour la compensation/transformation. La recherche des points se fait à l'aide de cotes prises sur des copies de plans orignaux.

Digitalisation en une / en deux fois

Digitalisation en une fois de tout le contenu du plan en coordonnées locales si possible corrigées du retrait.

Dans une première phase, digitalisation des pourtours, des assemblages et des calages uniquement. Dans une deuxième phase et après compensation LTOP, digitalisation du reste du contenu du plan (deux mises en place des plans sur la table).

Avantages (+) et inconvénients (-)

+ La pratique de digitalisation de tout le contenu en une fois est valable, que le terrain précède ou suive la digitalisation. Elle ne permet pas la compensation avant que tout le contenu de tous les plans soit digitalisé. Mais elle ne nécessite qu'une seule manipulation des plans.
- La pratique en deux digitalisations n'est valable que si le terrain précède la digitalisation. Elle permet une rapide digitalisation des éléments nécessaires à la compensation, sans avoir à attendre la digitalisation de tout le contenu de tous les plans. Elle nécessite par contre une double manipulation des plans.

6.8.3 Intégration d'éléments très localisés dans un cadre numérique

Lors d'une mensuration, on peut décider que certains éléments isolés tels les coudes d'une limite mitoyenne à l'intérieur d'une maison ou un point devenu très difficilement accessible (en forêt), etc… ne seront pas levés mais devront être récupérés sur la base des anciens documents existants. On parle ici d'**éléments isolés et peu nombreux** pour lesquels des **méthodes simplifiées** suffisent largement (pas d'utilisation de programmes de type LTOP ou TRANSINT). Deux solutions s'offrent alors à l'opérateur : le calcul ou la digitalisation.

Par calcul

Si des éléments de levé suffisants existent, on pourra calculer les points directement dans le nouveau système de référence national. Dans ce cas il n'y a pas de transformation à exécuter. Par contre, il est parfois de nécessaire de calculer les anciens levés dans un référentiel local. Dans ce cas, on transformera les coordonnées locales par une transformation de Helmert, à l'aide de points d'ajustage connus dans les deux référentiels. Un calcul par « station libre » est également envisageable. Un contrôle visuel (report du résultat et comparaison avec l'original) complètera au minimum l'opération.

Par digitalisation

Les praticiens se sont rendu compte que le calcul d'éléments de relevé isolés manquants dans un cadre partiellement numérique est très souvent prohibitif du point de vue du coût à l'unité. Les recherches des mesures, des références exactes de rattachement du levé s'avèrent souvent fastidieuses.

Les programmes actuels imposent des conditions non exigées lors des levés anciens, ce qui rend les calculs tortueux et difficiles. Le fait que les coefficients d'échelle de l'époque soient mal connus et que les résultats sont à la limite des tolérances actuelles privilégient le complètement par digitalisation.
Les éléments à numériser sont ajustés sur la base de points proches (quadrillage, PP ou points de détail) et transformés à l'aide d'une transformation de Helmert ou affine. Les attributs PrecPlan et FiabPlan du Modèle MD.01-MO permettent de qualifier les données et de garder ainsi une trace de leur origine afin de les différencier des autres données calculées directement à l’aide des mesures.

6.9 Transformation d'images scannées (données raster)

Les images scannées (modèle de données raster) de photos ou de plans sont composées de « pixels » qui sont des éléments discrets et réguliers, en général carrés, ne présentant aucun chevauchement.

Les données raster peuvent avoir une signification ponctuelle (l'information se rapporte au nœud de la maille) ou une signification surfacique (les attributs se rapportent à la surface complète de la cellule).

Dans une étude de fin 2001, (Nebiker et al., 2002) ont investigué le domaine de la géoréférenciation et des transformations géométriques d'images raster. En particulier, ils ont étudié l'adéquation de la méthode de transformation par éléments finis aux données raster. Avec l'implémentation d'un logiciel prototype 'dilas – Raster Transformation' ils ont pu mettre en évidence les exigences vis-à-vis d'une application informatique et ont pu explorer les résultats obtenus dans la pratique.

La transformation géométrique de données raster est composée de deux éléments : premièrement la transformation de coordonnées et deuxièmement le ré-échantillonnage (resampling) des informations contenues dans les pixels, c'est-à-dire la valeur qui leur est assignée, éventuellement interpolée. La transformation des coordonnées se passe comme pour les transformations géométriques de points ou de données vectorielles. Cependant, la transformation produit, à partir d'une situation de départ « intacte » (lignes et colonnes), en général une situation dégradée dans le résultat. Il se pose alors le problème de l'assignation optimale ou de l'interpolation des valeurs de chaque pixel. C'est ce qu'on appelle le ré-échantillonnage. Le choix de la méthode de ré-échantillonnage (plus proche voisin, interpolation bilinéaire ou bicubique) doit être choisi en fonction de la qualité de l'image mais aussi du type de contenu.

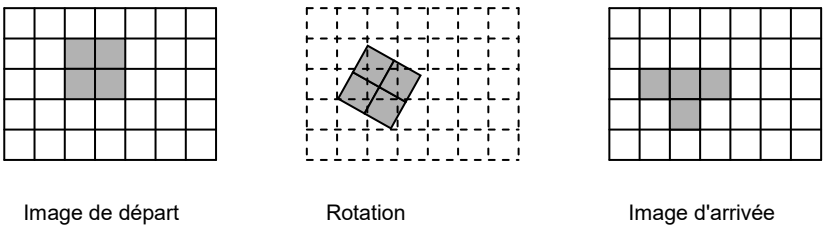


Figure 55: Effet d'une rotation sur une image raster

La principale différence entre la transformation de vecteurs et d'images raster se situe donc dans le processus complémentaire de ré-échantillonnage, dans la transformation de leurs contours et dans la nécessité de capacités de calcul largement plus grandes.

Lors de la transformation de données raster par éléments finis (FINELTRA) l'objet à transformer se trouve souvent dans plusieurs triangles de transformation (voir Figure 56). Dans ce cas, chaque partie de l'image subit ses propres paramètres de transformation.

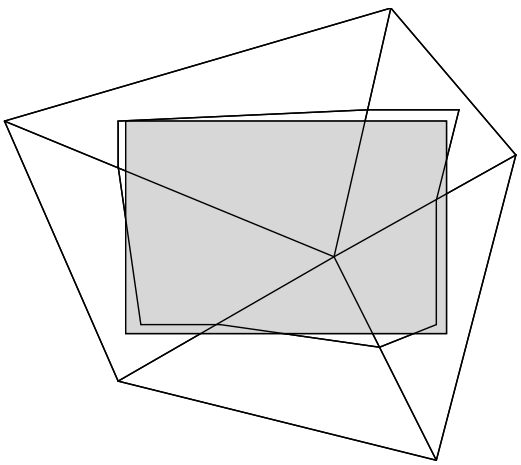


Figure 56: superposition d'un objet raster à transformer (en gris) avec des triangles de transformation et pourtour transformé du dit objet (extrait)

Le processus de transformation d'une image raster commence par la transformation de son pourtour (voir Figure 56) et par la définition d'une nouvelle grille optimale. La véritable transformation peut alors commencer par une transformation inverse où les cellules de chaque sous-périmètre subissent une transformation affine correspondant aux paramètres du triangle concerné. Une transformation totalement rigoureuse est ainsi relativement pénible.

Comme alternative, l'utilisation de solutions approchées peut, dans certains cas, être aussi adaptée (transformation de métadonnées, sans transformation de la grille ou transformation globale de l'ensemble de l'image à l'aide de paramètres moyens).

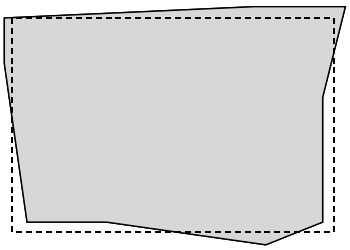


Figure 57: image originale (traitillé) et image transformée (extrait)

Applications informatiques

Actuellement, les fonctionnalités de transformation des images raster se résument dans la plupart des systèmes à des méthodes globales (Helmert, affine). Quelques systèmes proposent cependant déjà, mais de manière exceptionnelle, à côté de la transformation d'images raster isolées, la transformation stricte et sans concession de grandes mosaïques raster.

Résultats et conclusions des premières recherches

La transformation linéaire par éléments finis s'applique sans restriction aux images raster : Elle permet une transposition sans détérioration dans le nouveau cadre de référence et rend une utilisation durable des images possible.

Pour des images raster de faible et moyenne résolution, la mise en œuvre de solutions approchées est une alternative sérieuse. Cela est particulièrement vrai pour des données servant à la géoréférenciation, qui ne nécessitent en elles-mêmes pas de transformation de raster.

Dans la pratique, on veillera à ce que, dans le système résultant, les objets raster obtiennent la même position et la même étendue qu'initialement. Par exemple, une image raster garde sa surface de 1 km x 1 km et reste limitée par le quadrillage kilométrique du système de référence dans lequel on la transforme. Avec une telle disposition, on obtient ainsi une utilisation optimale des images raster transformées dans les SIG. Cette disposition est aussi indispensable pour une transformation inverse, pour laquelle plusieurs fichiers initiaux géoréférencés sont nécessaires.

Les recherches sur la précision géométrique des transformations de raster donnent une précision de digitalisation manuelle de l'ordre de grandeur d'environ 0.25 pixel et d'environ 0.3 pixel après transformation, ce qui signifie une perte de précision de l'ordre de 10 à 20 % de la grosseur du pixel.

Le choix de la méthode de transformation de raster appropriée ('FINELTRA', affine / Helmert ou transformation de métadonnées) dépend du rapport entre la grosseur du pixel et l'importance des erreurs résiduelles locales dans le périmètre du projet. Avec des données s'étendant sur l'ensemble du pays, une transformation rigoureuse par éléments finis s'impose pour tous les pixels plus petits que 3 à 5 mètres, et pour des données raster locales et régionales pour des grosseurs de pixel de 0.5 mètres et moins.

Lors de l'implémentation dans les systèmes informatiques de la méthode par éléments finis, l'introduction des fonctions de gestion de raster et de leur ré-échantillonnage est largement plus lourde que celle de la transformation des coordonnées par FINELTRA par exemple.

En conclusion, la manipulation d'images scannées reste une opération délicate tant du point de vue de la taille des fichiers à traiter, des déformations géométriques que de l'altération de l'information se rapportant à chaque maille.

6.10 Transformation de données complexes des systèmes d'information

Les transformations géométriques permettent de modifier les coordonnées attribuées à des points identifiés en tant que tels. Cela signifie que les systèmes d'information du territoire qui gèrent les données doivent être capables, pour opérer des transformations, soit :

- d'intégrer les transformations dans leurs fonctions internes (fichiers complets ou fichiers points),
- d'exporter leurs données pour traitement et retour dans leur structure propre.

Aujourd'hui, la plupart des systèmes permettent des manipulations de coordonnées à l'aide des transformations élémentaires (Helmert, affine) et une méthode d'interpolation (polynomiale, etc.). Ces fonctions sont opérationnelles pour des données en train d'être importées dans le système lors de saisies. Leur adéquation pour une modification complète de l'ensemble des coordonnées contenues dans le système est plus problématique. En particulier, les erreurs d'arrondi auront des conséquences sur les relations topologiques entre les objets. Un système établissant des relations topologiques par calcul devra permettre une marge de tolérance pour exploiter des données transformées. A défaut, une reconstruction systématique de la topologie devra être réalisée.

La possibilité d'utiliser une méthode « exotique » (comme FINELTRA ou TRANSINT) pour une modification fondamentale du cadre de référence de toutes les données contenues est encore plus problématique.

La capacité d'exporter l'ensemble des données contenues dans le système, puis de les réintégrer dans le système est une opération qui nécessite un module capable d'opérer des opérations de type TRANSINT ou FINELTRA sur une interface standard de type IMO/Interlis par exemple comme le fait le programme REFRAME mis à disposition par swisstopo.

Derrière cette problématique se cache en fait le problème de la mise à jour des systèmes d'information directement liés à la mensuration officielle, mais surtout le problème de la mise à jour des systèmes des utilisateurs (services industriels, électriciens, communes, etc.).

6.11 Renouvellement et intégration des mensurations dans MN95

Le Conseil d'Etat du Canton du Valais a, dans sa séance du 24 août 2005, décidé d'introduire **MN95 comme cadre de référence officiel** des mensurations et de l'ensemble des données officielles géoréférencées valaisannes avec effet au 1er septembre 2005 déjà. Il est ainsi devenu ainsi le 1er canton suisse à adopter le nouveau cadre de référence et a acquis ainsi un rôle « pilote » en la matière.

La conséquence immédiate de cette décision a en effet été que l'ensemble des opérations de mensuration, soit les premiers relevés, les rénovations et les mises à jour ont dues impérativement être effectuées dans MN95.

Si, pour les données nouvelles relevées après la décision, on entre simplement dans l'ère des relevés connus immédiatement en position absolue et ne nécessitant plus de calage local, la numérisation des données anciennes et leur intégration dans MN95 a impliqué une série de procédures techniques nouvelles combinant mesures nouvelles et récupération de données anciennes avec un cortège de problèmes à résoudre.

Le Service cantonal (actuellement service de la géomatique et des registres fonciers SGRF) a édicté en septembre 2005 une directive générale pour **l'« Intégration des mensurations existantes et nouvelles dans le nouveau cadre de référence MN95 »** et initié une formation générale sur cette directive et les problèmes de transformations ouvertes à tous les professionnels de la mensuration. Cette directive décrit dans le détail les stratégies à adopter dans la gestion de données hétérogènes dans MN95. En particulier, les solutions et les hiérarchies à appliquer face aux divers types de mensurations, les objectifs qualitatifs à atteindre ainsi que les principaux outils à disposition, ainsi que la gestion des écarts hors tolérance et des zones en mouvement permanent. Il l'a complétée en mai 2006 par une 2e directive **« Transformation des mensurations semi-numériques dans le nouveau cadre de référence MN95 »**. Cette dernière décrit dans le détail les méthodes possibles pour intégrer les données semi - numériques existantes dans MN95.

Le **renouvellement des réseaux de PFP3 est thématisé**. Il a lieu par relevé partiel dans MN95 des anciens PP encore utilisables.

L'**intégration par transformation des données anciennes**, qui dépendent de ces réseaux renouvelés, est décrite avec trois options laissées au choix des adjudicataires en fonction des données, des conditions locales et des outils à disposition. Après le relevé d'un certain nombre de PL de contrôle, qui permettent de qualifier la qualité de l'intégration par une analyse d'écarts, suit à une « transformation diagnostic » à l'aide de la transformation officielle du Canton (conforme à CHENyx06), l'intégration fine et définitive des données de détail a priori insuffisamment intégrées dans MN95 par la transposition cantonale, est ainsi possible et ceci par 3 moyens :

- interpolation des écarts résiduels (après CHENyx06)
- transformation ad hoc locale (Helmert ou affine) suivie d'une interpolation
- FINELTRA « ad hoc » local, complétant pour la zone touchée, CHENyx06.

Les exigences de précision ainsi qu'une description détaillée du dossier technique à fournir pour la vérification (y compris exigences sur les plans des écarts) complètent cette directive.

Ces deux directives donnent des éléments de solutions aux problèmes pratiques auxquels les géomètres de la Suisse entière seront confrontés ces prochaines années.

6.12 Transformations de géodonnées suite aux renouvellements de réseaux de points fixes

Les données de la MO couvrant la totalité du territoire genevois depuis l'an 2000, des travaux de **renouvellement de points fixes** (PFP3) ont été entrepris depuis lors dans une démarche de reconnaissance des données de la mensuration « semi-graphique » au standard MO93.

Deux problématiques se sont alors posées :

- transformation non seulement des données de la mensuration **sur la base des nouveaux réseaux**, mais également des géodonnées d'autres gestionnaires (cadastre des sites pollués, cadastre du sous-sol, etc.), pour lesquelles une transformation des données de la mensuration officielle a un impact.
- des centaines d'objets devant être transformés et les logiciels classiques de transformations travaillant « point par point », il faut en général extraire les points à transformer puis reconstruire les objets de types « ligne» ou «surface », objet par objet.

Un logiciel de transformation FINELTRA pouvant traiter tout type de géodonnées a été développé en 2005. Cette extension, appelée **« convertisseur »**, convertit tout type d'objets vecteur (format d'ESRI) et des images raster d'un cadre de référence à un autre en respectant les paramètres de la transformation FINELTRA.

Les paramètres CHENyx06 pour le passage dans le cadre MN95 étant définitifs et leur élaboration ayant été faite sur des réseaux de points fixes en cours de renouvellement ou devant être renouvelés,

il a fallu trouver une solution qui permette de passer en MN95 en tout temps avec les triangles officiels, en continuant les travaux de reconnaissances MO93 impliquant de multiples renouvellements.

L'environnement de gestion des géodonnées est assuré par les logiciels d'ESRI, ArcMap, ArcCatalog. Les géodonnées sont sur un serveur commun à plusieurs services de l'administration cantonale. Ce serveur regroupe une partie importante des données constituant le système d'information du territoire genevois (ci-après SITG).

L'intégration d'un ancien réseau dans les nouvelles déterminations dans le cadre MN95 est organisée par commune selon les étapes suivantes :

1. Détermination du nouveau réseau de PFP3 en MN95.
2. Conversion l'ancien réseau de PFP3 en MN95 avec CHENyx06.
3. Comparer les points communs des deux réseaux dans le cadre MN95.
4. Créer des triangles FINELTRA ad hoc pour passer de l'ancien réseau de au nouveau, permettant d'atténuer les distorsions.
5. Convertir toutes les données de MN03 à MN95 avec les triangles officiels.
6. Convertir ces données avec les triangles ad hoc pour les intégrer dans le réseau de points fixes renouvelés.
7. Remettre les données obtenues dans l'étape précédente, par les triangles officiels dans le cadre actuel de gestion MN03.
8. Être prêt à tout moment à passer dans le cadre MN95 à l'aide des triangles officiels.

Cette solution permet de traiter un très important volume de données sur quelques jours. A ce jour, la direction cantonale de la mensuration officielle (DCMO) a effectué des transformations sur deux secteurs regroupant plusieurs communes, avec des écarts à « écraser » de l'ordre de 6 cm en moyenne et de 20 à 25 cm au maximum entre données transformées et redéterminées.

Par ailleurs, les transformations des données de la MO ont des impacts sur les géodonnées d'autres gestionnaires demandant une précision similaire aux pratiques des spécialistes en mensuration officielle et sur tous les objets construits sur la base des données MO. Par exemple, un site pollué - défini par les limites proches de celle d'une parcelle – pourrait, pour quelques millimètres, après transformation, concerner également la parcelle voisine. La même problématique se pose pour l'assiette des servitudes gérées par la DCMO.

Il a donc été déterminé quelles sont les classes d'objets devant subir les mêmes transformations que celles de la MO.

Un premier espace de transformation a été entrepris en mai 2006 sur 4 communes totalisant plusieurs centaines de milliers d'objets.

La **préparation** a été la suivante :

1. La définition des triangles ad hoc avec la définition d'une zone de répartition des écarts entre le nouveau réseau et les réseaux existants autour du périmètre.
2. L'information aux gestionnaires de données concernés, sur le périmètre qui va être transformé et la planification des opérations.
3. La mise en place d'une procédure à l'interne pour traiter de l'intégration des mutations élaborées sur la base des anciens éléments et devant être intégrées dans le nouveau cadre.
4. La production documentaire sur l'état des données avant transformation.

Les **conversions** se firent dans une geodatabase locale en mode de mise à jour déconnecté. Chaque étape a été sauvegardée afin de retrouver les vecteurs de déplacement de chaque objet. Après une **vérification** des données converties, leur intégration dans la base de données en vigueur a été effectuée, puis contrôlée.

Les **problèmes rencontrés** ont été de deux ordres :

1. Le nombre de points par objet à convertir ; le convertisseur acceptait jusqu'à 32'000 points par objet. Cette limite a dû être levée.
2. Le nombre d'objets à convertir par geodatabase était limité à environ 55'000 objets. La solution a consisté à reprendre les opérations en multipliant les geodatabases pour répartir le volume des objets.

Ces problèmes de volume de données ont provoqué un allongement du temps de traitement ; sans cet écueil, il aurait été possible de traiter l'ensemble du secteur en deux jours et demi.

Il faut rappeler enfin que la transformation FINELTRA ne conserve pas les conditions géométriques et que çà et là des corrections manuelles sur des objets isolés devront être effectuées. En effet, un bâtiment, mur ou autres objets en limite de parcelle (mais non intégré à celle–ci) peut se retrouver en empiétement sur la parcelle voisine après transformation.

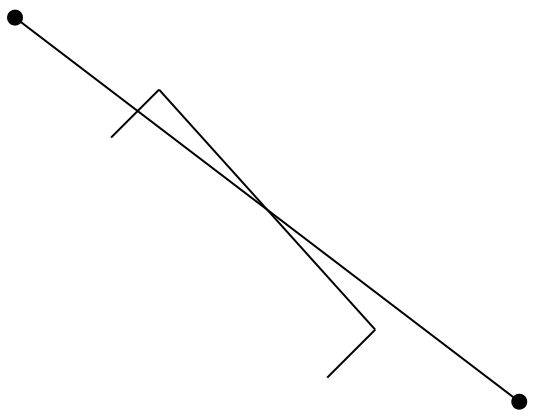


Figure 58: empiètement après transformation

La DCMO a mis en place une méthode efficace et économique pour adapter rapidement les géodonnées suite à des changements de géométries sur les données de référence. Ces expériences montrent également que le convertisseur, développé par la DCMO, permet d'envisager plus sereinement la transformation des géodonnées du SITG dans un nouveau système de référence.

7 Exemples concrets et expériences

7.1 Généralités

Chaque cas est présenté dans la règle selon le canevas suivant :

- Type de cas et identification,
- Ampleur des travaux,
- Solution choisie,
- Appréciation de la faisabilité technique,
- Appréciation de la faisabilité économique, avec textes, calculs et schémas.

7.2 Adaptation de mensurations existantes à la nouvelle triangulation vaudoise

L'introduction de la nouvelle triangulation vaudoise dès 1980 a entraîné diverses opérations de transformation sur les mensurations existantes afin de les adapter au nouveau cadre de référence. Des écarts de plusieurs dizaines de centimètres, variant fortement d'un secteur à l'autre ont pu être mis en évidence (DY entre -31 et + 16 cm, DX entre -18 et +11 cm). On notait en plusieurs endroits des cassures importantes jusqu'à 10 cm en quelques centaines de mètres).

7.2.1 Transformation des entreprises de mensurations numériques vaudoises

Plus de 75 lots de mensurations numériques vaudoises en vigueur en 1980 et touchant une trentaine de communes ont été adaptés à la nouvelle triangulation vaudoise selon le processus décrit au chapitre 6.5. Dans ces mensurations, les points de polygone (actuellement PFP3) avaient dans la règle été compensés de manière simplifiée.

Phases de travail

Constat des rattachements à la nouvelle triangulation : mise en évidence des points connus dans les deux cadres et des écarts.

Canevas de synthèse des polygonales existantes : établissement d'un canevas regroupant les polygonales déjà mesurées (originales et de mise à jour) et saisie des mesures.

Réalisation d'un réseau « grandes mailles » d'ajustage avec détermination de liens supplémentaires entre la nouvelle triangulation et certains polygones existants ainsi que quelques points de détail de contrôle.

Calcul par LTOP du réseau « grandes mailles ».

Calcul dans la nouvelle triangulation et par LTOP des réseaux anciens fusionnés. Les anciens PP redéterminés dans le réseau « grandes mailles » servant de points fixes.

Calcul à l'aide de TRANSINT de la transformation et de l’interpolation des points de détail sur la base des écarts entre PP ancien et nouveau.

Comparaison des coordonnées transformées des points de contrôle avec celles obtenues par les relevés à partir du réseau grandes mailles, statistiques.

Introduction au registre foncier des nouvelles coordonnées avec, progressivement, nouveau dessin et nouveau calcul des surfaces. Les anciennes surfaces sont maintenues pour le Registre Foncier. Les nouvelles surfaces, appelées surfaces techniques, sont utilisées elles pour toutes les opérations géométriques.

Faisabilité technique

Techniquement, ces travaux ont démontré l'efficacité du programme de compensation LTOP pour le calcul de réseaux et le recalcul de réseaux anciens et celui de TRANSINT pour la transformation et l'interpolation de grandes quantités de points.

Ils ont permis de voir que les réseaux anciens d'avant la mesure électronique des distances, étaient jusqu'à 20 fois moins précis que les réseaux modernes (angles et/ou distances) avec des ellipses d'erreur moyenne de ces réseaux jusqu'à 6 fois plus grandes.

Les principales difficultés techniques ont été les suivantes :

- Ecart atypique, lors du recalcul, entre les coordonnées redéterminées et récompensées d'un PP. Conséquence : pratiquement, cela signifie que le point a subi un déplacement « physique » et qu'il a dû être déclaré variable lors du recalcul par LTOP des polygonales originales. Ses coordonnées récompensées ne servent que pour la transformation des points de détail alentours. Dans le fichier final est introduit un nouveau point avec les coordonnées redéterminées. Ainsi les points de détail anciens sont transformés selon le point original qui a servi à leur levé et le point sur le terrain a bien les coordonnées correspondant à sa position actuelle (gestion aisée).
- Mélange de polygonales originales et de polygonales de mise à jour avec écarts divergents. Conséquence : choix des polygonales concernant le plus de points de détail pour la transformation et traitement différencié des points mutés selon les indications des polygonales de mise à jour (gestion lourde).

Faisabilité financière

Plus de 1000 nouveaux PFP3 (grandes mailles) ont permis de recalculer près de 5'000 points de polygones existants et transformer et interpoler plus de 150'000 points de détail.

Un coût total de plus d'un million de francs a été dépensé pour mener à bien ces travaux de calage et de transformation (sans compter le nouveau dessin des plans).

Dans les mensurations bien gérées lors de leur mise à jour, les travaux de transformation se sont avérés relativement aisés. Dans les mensurations fortement mutées de manière pas toujours conséquente, à la fois la qualité décroît très vite et les difficultés à résoudre nécessitent des actions onéreuses.

Les rapports finaux de ces travaux sont à disposition à l'Office de l'information sur le territoire du Canton de Vaud.

7.2.2 Numérisation des plans cadastraux semi-numériques vaudois

1ère opération : <u>Transformation du quadrillage</u>

La numérisation préalable des mensurations semi-numériques concernant plus du tiers du territoire cantonal (1000km^2) a d'abord nécessité la transformation et l'interpolation du **quadrillage** des plans dans la nouvelle triangulation.

Cette phase de travail consiste à déterminer les paramètres de transformation des coordonnées du cadre « ancienne triangulation » des mensurations semi-numériques dans le cadre « nouvelle triangulation » de la mensuration numérique.

Basée quasiment exclusivement sur des points de triangulation connus dans l'ancienne et la nouvelle triangulation et des points de mensurations numériques en limite de celles-ci, cette transformation fournit aux adjudicataires des coordonnées de calage correspondant aux valeurs de la nouvelle triangulation pour tous les points du quadrillage des plans existants.

Phases de travail

Mise en évidence des écarts entre l'ancienne et la nouvelle triangulation : avant tout par points de triangulation identiques et points de polygone connus en frontière de lots numériques en nouvelle triangulation (exceptionnellement déterminations complémentaires sur le terrain).

Calcul de transformation et interpolation à l'aide de TRANSINT : choix de la méthode (Translation, Helmert, affine ou interpolation pure selon les cas) et épuration des points superflus ou atypiques, choix du rayon d'interpolation.

Production d'une grille (maille 50 ou 100 mètres selon les cas) à l'aide de la fonction de génération de grille du programme TRANSINT.

Un exemple permet de mieux se rendre compte du travail:

- lorsque la nouvelle triangulation est décalée de l'ancienne de 20 cm en moyenne, les coordonnées d'un point du quadrillage d'un plan dans l'ancienne triangulation (par exemple 540'500.00 / 155400.00) deviennent (540'499.89 / 155'399.84) dans la nouvelle triangulation. **Les points digitalisés calés sur ces valeurs le sont ainsi directement dans la nouvelle triangulation.**

L'interpolation des écarts résiduels permet de tenir compte des distorsions locales de la triangulation et des mensurations alentours (le rayon d'interpolation R de 150 à 300 mètres, parfois plus petit, suivant la disposition des points et la nature des écarts).

Faisabilité technique

L'efficacité du programme TRANSINT et de son module grille a pu être démontrée.

Principales difficultés techniques:

- manque de points de calage : les variations des écarts bruts (différence entre anciennes et nouvelles coordonnées) entre les divers points de triangulation proviennent aussi bien du mode de détermination que de l'utilisation (ou non) des anciens points de triangulation et peuvent être très variables selon l'état des lieux, le mode d'intégration et les opérateurs ; une zone sans point de calage ne peut pas être interpolée selon les valeurs alentour sans vérification.
- écarts contradictoires dans la triangulation : dans ce cas il faut arriver à savoir sous l'influence de quels points ont été opérées les mensurations proches et éliminer les points non utilisés ; en cas de contradiction non soluble, diminuer les rayons d'interpolation.
- écarts contradictoires dans les bordures : les bordures des mensurations numériques fournissent parfois une trop grande concentration de points pour une transformation cohérente (face aux quelques points de triangulation) et/ou une interpolation bien lissée (rayon d'interpolation de quelques dizaines de mètres pour les points des frontières numériques et de quelques centaines de mètres pour les points de triangulation), il faut alors en sélectionner un certain nombre pour obtenir une transformation et une interpolation cohérente.

Faisabilité financière

L'opération complète de transformation (Helmert ou affine) suivie d'une interpolation revient à quelques centaines de francs par lot concerné avec mise à disposition de centaines voire de milliers de coordonnées pour l'utilisation du quadrillage comme points de calage des numérisations.

Exemples de cas réels et résolutions techniques opérées

Trey (plans graphiques de remaniement parcellaire avec axes de coordonnées, traité comme du semi-numérique)

Trey est une commune vaudoise située à la limite du canton de Fribourg, dans une zone de transition de la triangulation. Les écarts tendent vers zéro quand on s'approche de Fribourg. Une transformation (Helmert ou affine) n'est donc pas adéquate et c'est une **interpolation pure** de rayon R = 400 m qui a été appliquée.

Le produit final est le fichier des coordonnées interpolées des points du quadrillage d'une grille de 100 m.

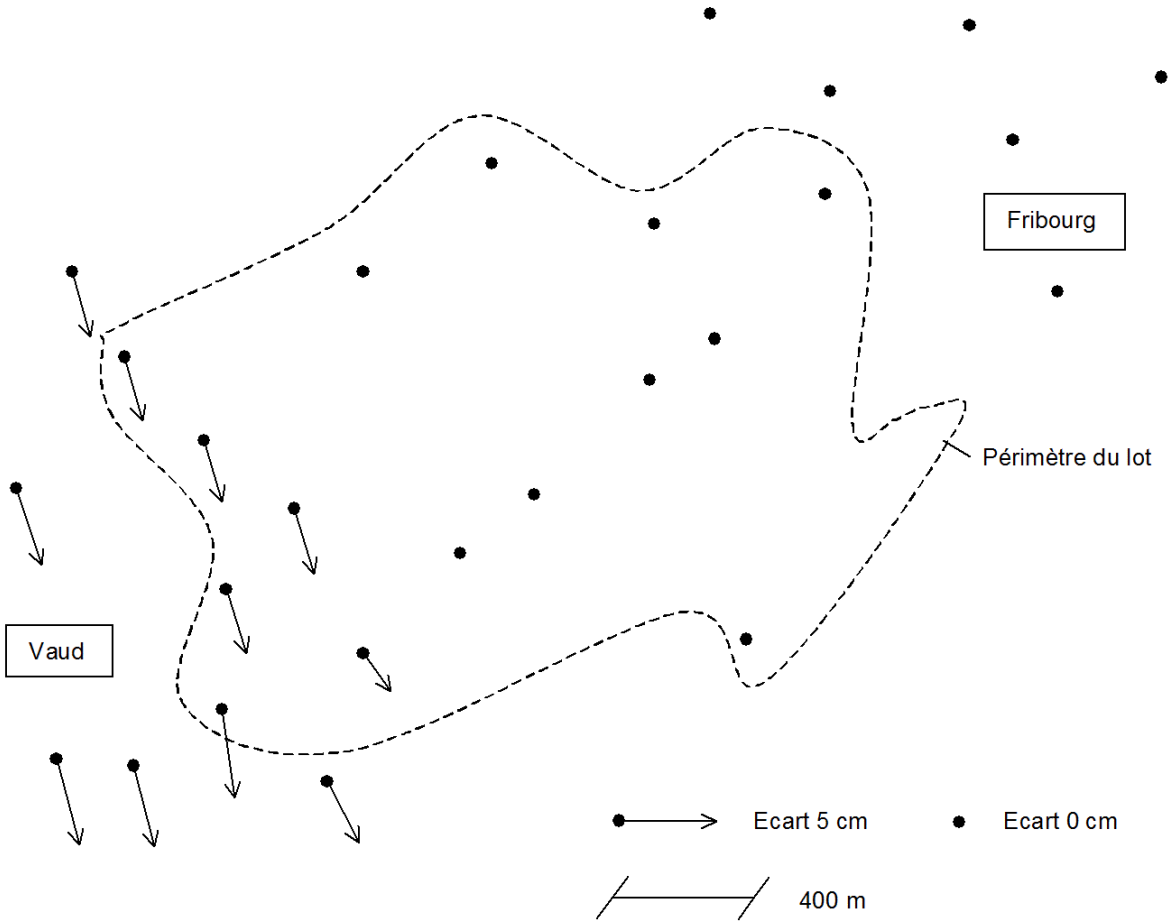


Figure 59: Ecarts bruts initiaux valables pour transformation définitive (Trey)

<u>Villars-sous-Yens</u> (plans graphiques de remaniement parcellaire avec axes de coordonnées, traité comme du semi-numérique)

A l'ouest de la commune, la nouvelle triangulation n'a que peu utilisé les anciens points d'où le manque de lien entre l'ancien et le nouveau système. Cependant, des cordonnées interpolées dans le nouveau système existaient déjà pour ces points. A l'est, sur le périmètre, quelques points du lot voisin servent aussi d'ajustage.

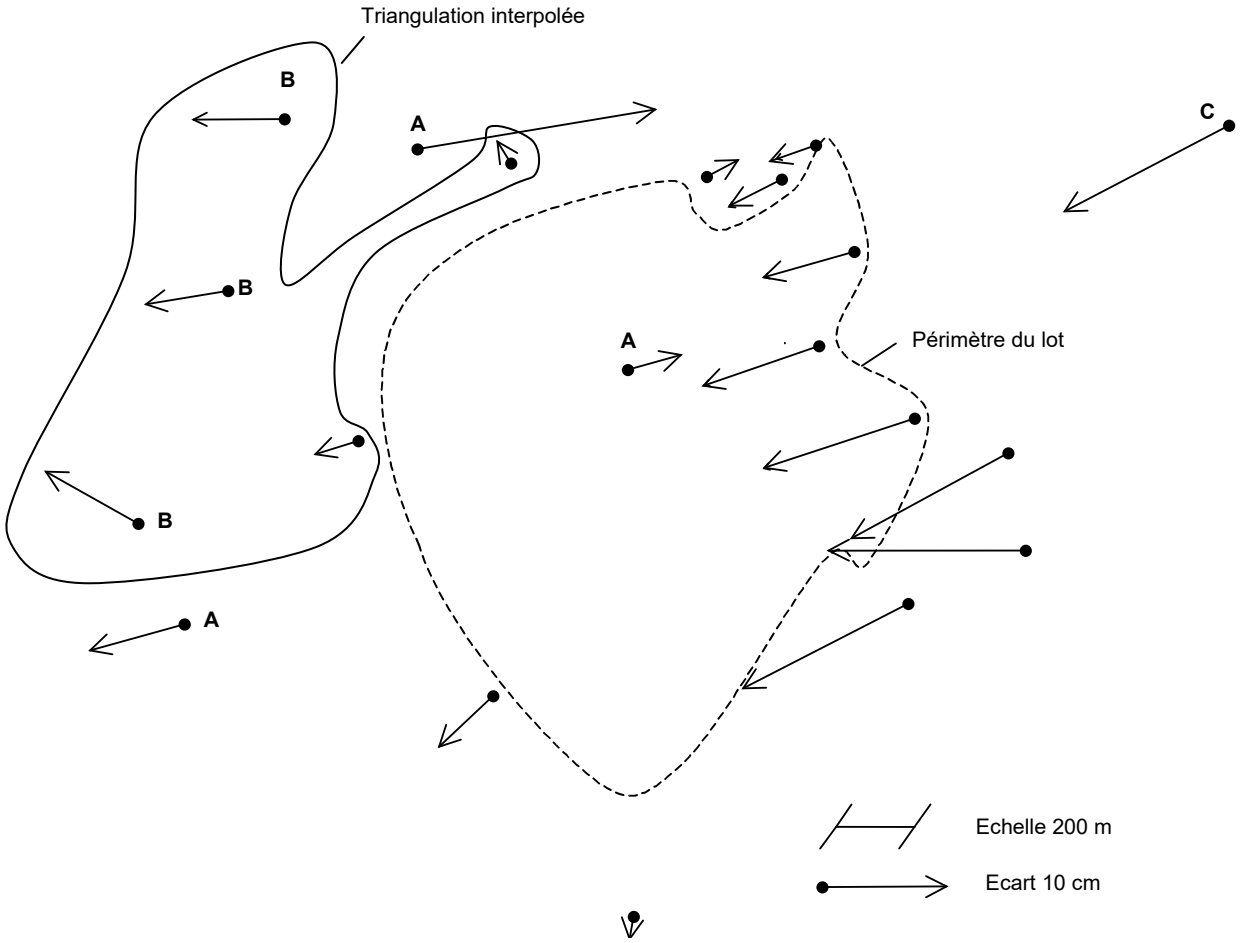


Figure 60: Ecarts bruts initiaux (Villars-sous-Yens)

Les points à éliminer sont : **A** = clochers ; **B** = PFP1-2 éloignés, avec coordonnées interpolées alors que les autres points ont des coordonnées redéterminées ; **C** = trop éloigné.

La version définitive est une transformation affine suivie d'une interpolation de rayon R=100 m (par TRANSINT). Les diverses opérations de suppression de points « gênants » qui été nécessaires rendent l'opération relativement faible du point de vue de sa fiabilité.

Le produit final est le fichier des coordonnées interpolées des points du quadrillage d'une grille de 100 m.

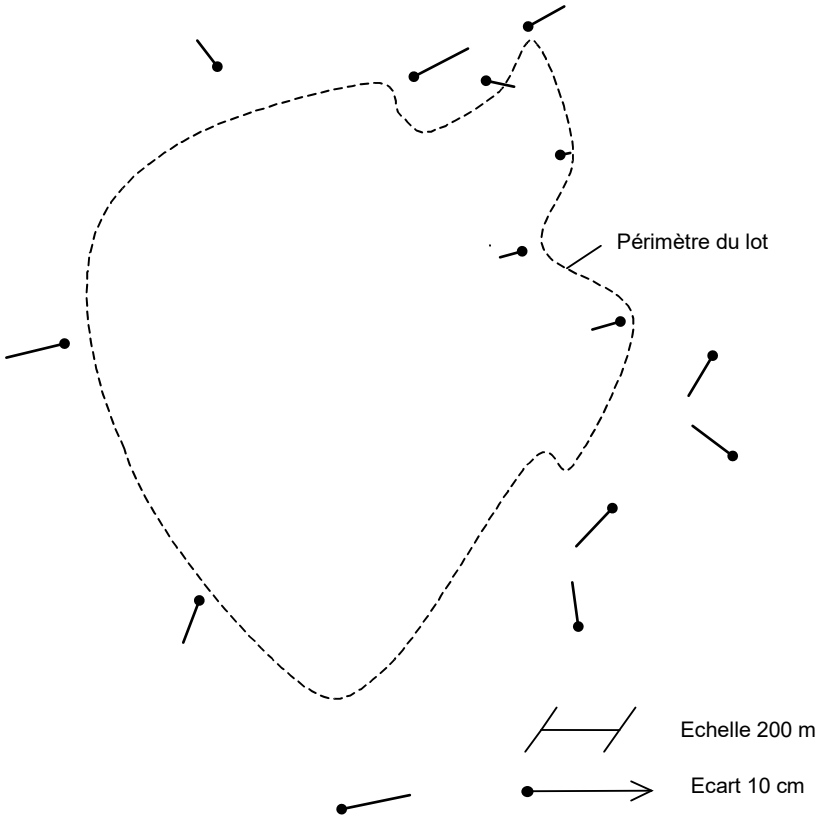


Figure 61: Ecarts résiduels après transformation affine (Villars-sous-Yens)

<u>Goumoëns</u> (plans graphiques de remaniement parcellaire avec axes de coordonnées, traité comme du semi-numérique (Figure 62))

Les plans graphiques RP de Goumoëns - Eclagnens ont été digitalisés selon le scénario semi-numérique avec tolérance graphique. Les frontières du lot sont en partie connues par des mensurations numériques.

A l'intérieur du lot, très peu d'anciens points ont été redéterminés dans le nouveau système, ce qui n'a pas permis de procéder à l'ajustage uniquement sur les points de triangulation. Par contre, des PP connus dans l'ancien système figuraient sur les plans à digitaliser et ont été utilisés comme ajustage lorsqu'ils se trouvaient sur une frontière numérique. Aux endroits où les PP manquaient et où les écarts semblaient étonnamment grands, quelques points de détail ayant des correspondances sur les frontières numériques ont été digitalisés dans l'ancien système. La tendance générale (grandeur et direction des écarts) a été confirmée et seuls quelques points représentatifs ont été conservés pour l'ajustage.

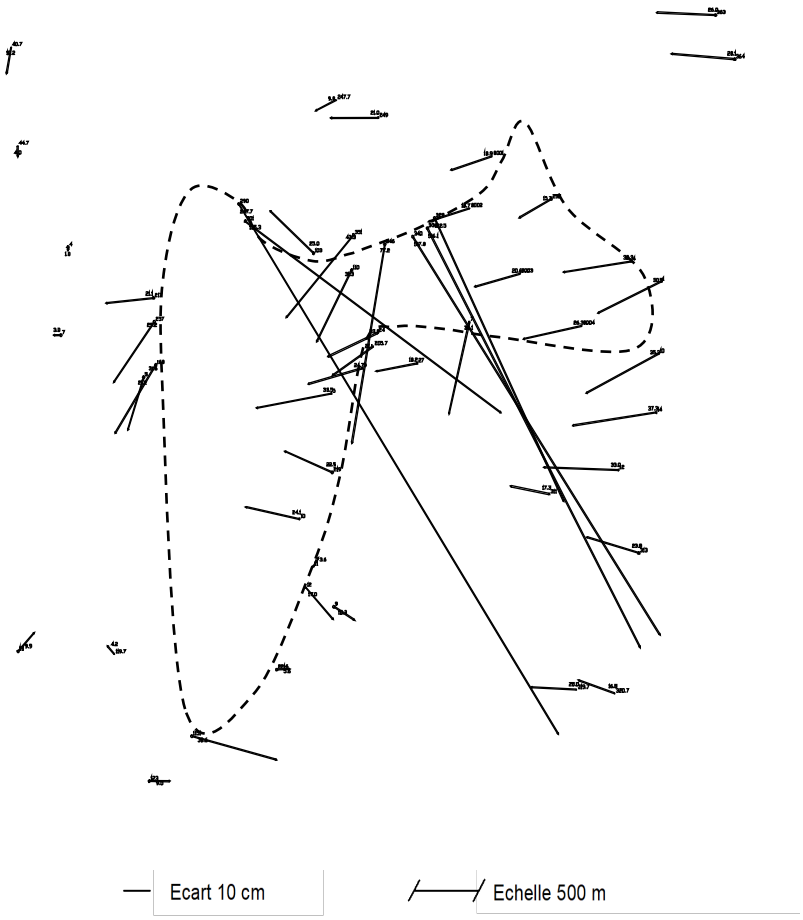


Figure 62: Ecarts bruts à interpoler (après tri des points) (Goumoëns)

On constate que la frontière nord est de très mauvaise qualité avec des écarts allant jusqu'à deux à trois mètres et que les écarts au sud sont si variables que la seule solution envisageable est une **interpolation seule** (sans transformation) de rayon R = 200 m.

Des écarts de près de deux mètres ont dû être interpolés sur quelques centaines de mètres, ce qui doit rester exceptionnel. La qualité des coordonnées globales n'est pas mise en cause puisqu'il est confirmé que les points utilisés ont été retrouvés sur le terrain (points existants et levés). **Dans un tel cas, le calage des plans dans la zone de forte variation des écarts ne peut pas être de bonne qualité, donc la numérisation de leur contenu ne l'est pas non plus. Le code valeur attribué aux points permet d'avertir l'utilisateur de la médiocre qualité des coordonnées obtenues.**

Berolles, Bière, Mollens, Saubraz (semi-numérique)

Ces communes sont situées au pied du Jura vaudois. Le lot semi-numérique à transformer recouvre au nord des zones forestières et au sud une zone de campagne.

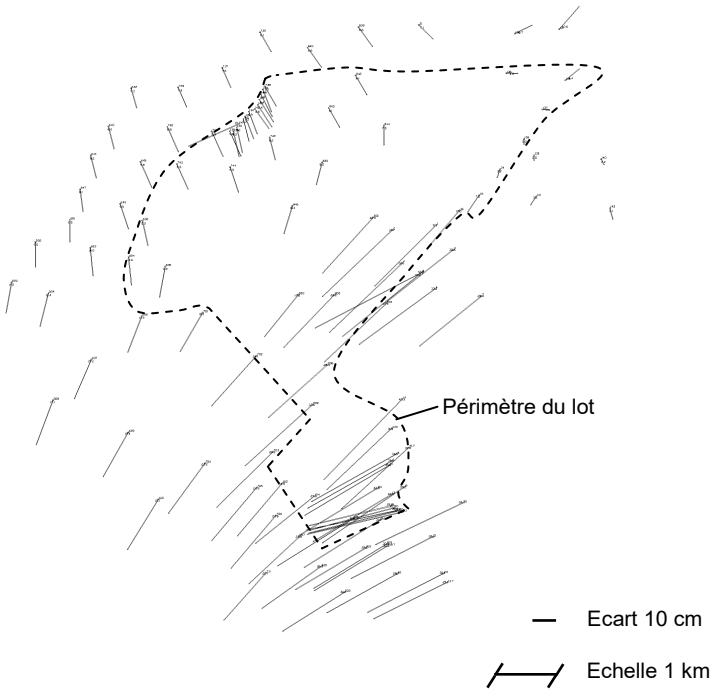


Figure 63: Ecarts bruts initiaux (Berolles…Saubraz)

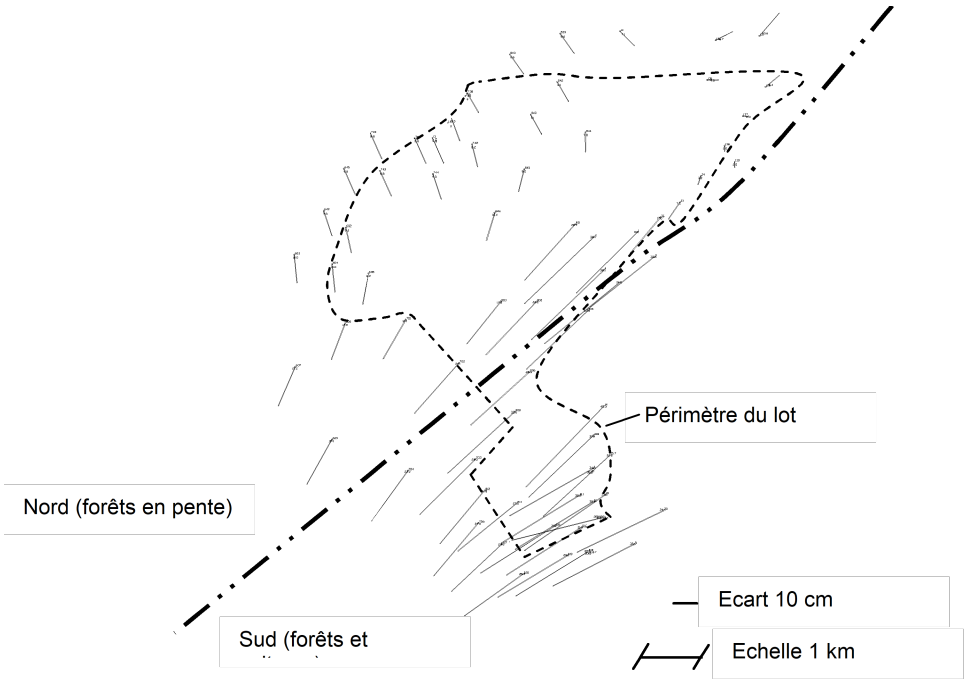


Figure 64: écarts bruts après tri des points (Berolles…Saubraz)

Les points en surnombre, atypiques ou encore trop éloignés du périmètre du lot ont été éliminés. La configuration géométrique des écarts fait ressortir deux zones distinctes. Au nord les écarts sont plutôt

petits et orientés nord-sud, au sud les écarts sont plus grand et orientés est-ouest. Au nord la distance moyenne entre les points est plus grande qu'au sud.

La séparation en deux secteurs de transformation se justifie donc. Pour des raisons pratiques, le lot a été découpé en suivant les limites des plans cadastraux à numériser.

Au final on a calculé les transformations suivantes (par TRANSINT) :

- Sud : Transformation affine suivie d'une interpolation de rayon R=250 m
- Nord : Transformation affine suivie d'une interpolation de rayon R=400 m

Quelques points de calage ont été choisis au-delà de la limite de chaque secteur pour garantir la cohérence de la frontière entre secteurs.

Le produit final est, pour chaque secteur, le fichier des coordonnées interpolées des points du quadrillage d'une grille de 100 m et des PP semi-numériques.

2ème opération : Digitalisation des plans

Le Canton de Vaud a procédé à ce jour à plusieurs dizaines d'entreprises de numérisation préalable dans le cadastre semi-numérique, à l'aide d'un concept complet de numérisation.

Phases de travail

Après la phase de transformation des points du quadrillage, les tâches à accomplir sont les suivantes.
Ajustage et partition des plans : digitalisation des pourtours et moyenne inter-plans.
Digitalisation du contenu des plans calés sur le quadrillage et les points de périmètre moyennés (réutiliser toujours les mêmes points de calage après interruption).

Exigences pour le calage des plans

Les transformations utilisées sont la transformation de Helmert et affine suivant les cas. La transformation affine est préférable pour corriger le phénomène de retrait des plans carton. La transformation d'Helmert s'utilise pour les supports ALU et film.

Les systèmes Gradis, Adalin et Argis ont été utilisés pour ces numérisations. Un module spécial de numérisation conforme au concept de numérisation vaudois a été développé sous la Direction de l'OIT (anciennement SCRF).

Les exigences de précision :

- l'opérateur doit avoir réussi le test de la station de digitalisation imposé par le SIT,
- des tolérances permettent de filtrer les fautes et de donner des poids pour les données issues de diverses sources, elles sont implémentées dans les 2 logiciels utilisés,
- un seul pointé est exigé pour les points de calage qui sont contrôlés par le calcul de la transformation,
- deux pointés sont exigés pour les PP et les points limite (sauf bord ruisseau),
- en cas de dépassement systématique des tolérances, les codes valeur des points doivent être dégradés.

7.3 Digitalisation de mensurations graphiques

Le Canton de Vaud a procédé à de nombreuses entreprises de numérisation préalable dans le cadastre graphique ancien, à l'aide d'un concept complet de numérisation complété d'une stratégie de calage conforme à la méthode exposée en 6.8.2.

Ces numérisations nécessitent d'abord le levé d'un certain nombre de points de calage sur le terrain, choisis de préférence sur le périmètre des plans. Dans un premier temps, il faut digitaliser le périmètre sur quelques points connus, ce qui revient à faire une transformation (Helmert ou affine) plan par plan pour obtenir des coordonnées provisoires des points d'assemblage pour un calcul LTOP. On procède ensuite à un traitement d'assemblage et de calage des plans par LTOP version affine sur l'ensemble des plans. Les supports étant de vieux plans cartons, une affinité due au retrait du papier est en général bien marquée et sa correction améliore la qualité finale du produit. **Comme deux transformations affines successives donnent des résultats douteux et difficilement analysables, il est préférable d'utiliser une transformation de Helmert pour la première partie du processus**.

Après ces opérations de calage générales, les systèmes Gradis, Adalin et Argis sont utilisés comme pour les numérisations du cadastre semi-numérique.

Le coût de ces numérisations est donc supérieur à celui des mensurations semi-numériques avec un résultat de moins bonne qualité. Cette procédure est cependant nécessaire si une nouvelle mensuration n'est pas envisagée à terme.

Cette stratégie de numérisation est appliquée partout où la perspective de nouvelles mensurations n'est pas envisageable à moyen terme (10 ans).

7.4 Passage de MN03 à MN95

7.4.1 Test IGP/ETHZ au Tessin

Ce test avait pour but de fixer les conditions à remplir pour une utilisation optimale FINELTRA, aussi bien technique (respect des exigences de l'OTEMO après la transformation) que financières (meilleur rapport qualité-prix). (Pour les détails se référer au rapport de l'IGP).

Conditions initiales

Un lot de mensuration semi-numérique (Ponte Capriasca) et un lot de mensuration numérique (Luggagia) ont été utilisés pour tester FINELTRA.

Quatre points MN95 et 6 autres PFP 1/2 sont connus en MN03 et MN95, de même qu'environ 30 points de détail dans chaque lot.

Choix de triangles

Quatre variantes ont été étudiées :

A. Quatre points MN95 formant 2 triangles d'environ 220 km^2 et 23 km de côté.

B. Quatre points MN95 et un point de densification formant 4 triangles d'environ 70 km^2 et 15 km de côté.

C. Quatre points MN95 et deux points de densification formant 6 triangles d'environ 35 km^2 et 10 km de côté.

D. Quatre points MN95 et six points de densification formant 10 triangles d'environ 5 km^2 et 2 km de côté.

Résultats

Pour chaque variante, on a calculé les différences entre les coordonnées transformées par FINELTRA et les coordonnées levées des points.

Tableau des écarts résiduels entre coordonnées levées et transformées :

	Variante A	**Variante B**	**Variante C**	**Variante D**
PFP	6 à 23 cm	5 à 19 cm	4 à 13 cm	
Lot numérique	14 à 18 cm	5 à 10 cm	1 à 6 cm	0 à 3 cm
Lot semi-numérique	15 à 20 cm	8 à 14 cm	2 à 10 cm	1 à 7 cm

Variante A:

Les écarts atteignent 20 cm en moyenne. La précision relative qui existait à l'intérieur des lots est perdue.

Variante B:

La forme des triangles n'est pas idéale (pas proche de l'équilatéral). Les différences de coordonnées dans les deux lots de mensurations sont comprises entre 5 et 15 cm.

Variante C:

Dans les deux lots les triangles sont plus petits et de meilleure forme. Les différences calculées sont en moyenne de 3 cm dans le lot numérique et de 10 cm dans le semi-numérique (dû à la moins bonne précision des coordonnées MN03). Elles sont réparties de manière plus aléatoire que dans la variante B et respectent les exigences de précision de l'OTEMO. Cette variante offre le meilleur rapport qualité-prix.

Variante D:

Cette grande densité de triangles conduit aux meilleurs résultats mathématiques. Les différences moyennes sont d'environ 1.5 cm pour le numérique et 3 cm pour le semi-numérique. Le prix de cette variante est plus élevé.

Remarques générales :

- la transformation des données de la mensuration cadastrale de MN03 à MN95 par FINELTRA est possible
- la densification des triangles est nécessaire
- il est utile de tester quelques variantes avant le choix définitif des points de densification
- le passage de MN03 à MN95 n'améliore pas la qualité initiale de la mensuration dont la précision relative peut être conservée.

Conclusion

Densité nécessaire de points de calage

Les points d'ordre supérieur, quelle que soit leur qualité, ne sont efficacement utilisables que s'ils ont réellement influencé les points d'ordre inférieur ayant servi à la mensuration de détail. Ainsi, le Monte Generoso n'a pratiquement eu aucune influence sur les points autour de Lugano et l'écart qu'il interpole n'est donc pas suffisamment représentatif des écarts relevés dans cette zone.

La nécessité de déterminer des écarts sur les points d'ordre inférieur proches ou dans le lot est impérative. En cas de concordance avec les points supérieurs ils peuvent être considérés comme de simples contrôles et éliminés de l'interpolation, dans le cas contraire, ils doivent servir d'ajustages locaux complémentaires.

Lorsque les écarts locaux sont relativement différents des écarts sur les points d'ordre supérieur on constate une forte amélioration de la qualité des résultats dès l'introduction d'un premier point proche et représentatif des écarts locaux.

Par contre, dès que l'influence des écarts locaux est suffisamment forte dans le périmètre d'interpolation, l'augmentation du nombre de points d'ajustage n'améliore quasiment pas les résultats.

7.4.2 Test Ville de Zoug

Introduction

Ce mandat consistait en une mise en œuvre pratique des moyens élaborés à l'EPF Zurich (programme FINELTRA) et une formulation de directives pour leur application dans la mensuration officielle. En particulier, l'optimisation du nombre des points d'ajustage pour la transformation la meilleure possible sans rénovation locale et, précédée d'une rénovation locale. (Pour les détails se référer au rapport technique).

Description de la situation en Ville de Zoug

Une mensuration semi-graphique en instruction 2 s'est déroulée dans les années 1928 à1935. Depuis 1980, une rénovation a été entreprise, d'abord au rythme des mutations puis systématiquement plan par plan.

Une rénovation du réseau PFP2 visant à mettre à disposition de la rénovation des lots de PFP3 un cadre de référence homogène a suivi.

Dans le cadre de la mesure de déformation de la baie lacustre de Zoug par l'OFT, un point de densification MN95 a été mesuré dans la commune voisine de Menzingen. On en a profité pour mesurer 4 PFP2 de Zoug.

Des points sont donc, a priori, connus aussi bien dans :

- le cadre de référence **MN03 original** (années 1928-35 et mises à jour successives),
- le cadre de référence **MN03 redéterminé** (1995),
- le cadre de référence **MN95** (1995),
- un cadre de référence **MN03 rénové par transformation et interpolation** (5 configurations de TRANSINT avec différentes quantités de points d'ajustage).

Données de référence

Les travaux de l'Office fédéral de topographie fournissent des paramètres globaux pour la transposition de MN03 dans MN95 sur la base de 4 points d'ordre supérieur : Albis, Rigi, Stöckerli, Schwerzlen. Sur ces points, le vecteur entre MN03 et MN95 est de **77.7 cm** avec une dispersion de l'ordre de **7.8 cm.**

Le vecteur entre points locaux originaux et MN95 vaut **78.2 cm** avec une dispersion de l'ordre de **4.8 cm**.
Il est de **80.7 cm** avec une dispersion de seulement **1.3 cm** pour les 11 points locaux rénovés.

Les travaux de rénovation de détail (polygonation grande maille et points de contrôle) entrepris à Zoug fournissent une détermination récente et « exacte » aussi bien dans le cadre MN03 que MN95 de:

- 209 points fixes (points de triangulation et de polygone, dont 79 points existants),
- 558 points de toutes sortes (triangulation, polygonation, limites).

Une nouvelle compensation par LTOP des mesures d'une partie du réseau original donne également une série d'environ 320 points anciens compensés de manière cohérente dans la nouvelle triangulation locale.

Rénovation dans MN03 à l'aide de TRANSINT

Cinq variantes de rénovation dans MN03 (à 11, 23, 38, 179 et 201 points fixes) à l'aide d'une transformation affine suivie d'une interpolation ont été entreprises (programme TRANSINT). Elles sont basées sur des points anciens redéterminés en 1995, répartis sur l'ensemble du territoire communal.

La solution adoptée est la variante à 201 points fixes parmi lesquels on compte : des points fixes redéterminés, un choix de points fixes recalculés et un choix de points limites redéterminés (TRANSINT : transformation affine avec K « robuste » = 0, Interpolation : R = 30 m).

Les paramètres de la transformation restent relativement stables, que l'on utilise 11, 23, 38, 179 ou 201 points d'ajustage. Au-delà de quelques dizaines de points, l'intérêt de l'utilisation de plus de points n'est perceptible qu'au niveau de l'interpolation.

L'amélioration maximum avec 201 points d'ajustage fait passer l'écart type de **8.8 cm** à **4.3 cm** sur l'ensemble des données rénovées (points d'ajustage et points de contrôle), ce qui constitue une amélioration de 50% de la correspondance coordonnées / terrain. L'effet est dû d'une part au plus grand nombre de points de calage donc l'écart résiduel est nul et à la diminution des écarts sur les autres points. Ces points de contrôle interpolés « purs » (sans les points d'ajustage) passent d'un écart type de **9.0 cm** à **5.2 cm**, soit une amélioration de 42.2 %.

Intégration dans MN95 à l'aide de FINELTRA

Trois variantes d'intégration dans MN95 à l'aide de FINELTRA ont été finalement retenues en densifiant progressivement le réseau de triangles :

- **Variante « 0 », réseau d'ordre supérieur lié à MN95** : 4 points de 1er et 2e ordre/PFP1 2 triangles avec côtés de 15 à 30 km
- **Variante « +1 », adjonction du point local redéterminé nr. 543** de 3e ordre/PFP1 à 3.5 km du centre, formant 4 triangles avec côtés de 11 à 20 km
- **Variante « +11 », adjonction de 11 points représentatifs des écarts locaux**, formant 19 triangles avec côtés de 1 km à 24 km, mais seulement 9 triangles concernent le périmètre avec des côtés de 1 km à 12 km

La troisième variante (+11) dépasse déjà largement la densité maximum de points intégrables dans une compensation par FINELTRA, pour les villes, sur un plan national.

Sur les dizaines de possibilités de combinaison, plusieurs ont été tentées sur divers fichiers de points (points fixes anciens et redéterminés / polygones et points limites anciens, rénovés et redéterminés) :

- De MN03 original à MN95 (3 variantes FINELTRA, 1 variante TRANSINT)
- De MN03 rénové à MN95 (15 variantes TRANSINT / FINELTRA)
- De MN03 redéterminé à MN95 (3 variantes FINELTRA)
- De MN03 original à MN95 (1 comparaison entre FINELTRA et TRANSINT)

Les résultats de ces combinaisons ont été systématiquement comparés aux résultats de la redétermination des mêmes données dans MN95 (référence « absolue »).

Analyse de FINELTRA

A. Comparaison des données redéterminés dans MN03 (haute qualité absolue) transposées dans MN95 par FINELTRA avec le calcul direct dans MN95

Tableau des écarts types sur les données transposées :

	FINELTRA Variante O	FINELTRA Variante +1	FINELTRA Variante +11
Points fixes	4.1 cm	0.8 cm	0.5 cm
Points fixes et de détail locaux	4.1 cm	0.4 cm	0.1 cm

Pour des points fixes et locaux redéterminés de haute qualité, l'intégration de données de MN03 à MN95 ne se fait que de manière imparfaite si aucun point local n'est associé à la transposition.

Un seul point d'ajustage local permettant d'obtenir dans notre cas, une amélioration de 89.5 % de la qualité de la transposition et onze points d'ajustage locaux une amélioration de 94.9 %.

Cette caractéristique n'est valable pour d'autres périmètres que si l'on a la preuve de l'homogénéité de la triangulation locale. Il n'est par ailleurs pas indispensable que ce point soit **dans** le secteur si la triangulation locale est suffisamment homogène, ce qui est le cas quand elle a été déterminée à nouveau récemment.

Par ailleurs, on ne peut pas conclure au caractère indispensable de cette densification pour une zone où une cohérence totale entre ordres supérieurs et inférieurs de la triangulation ancienne serait constatée.

B. Comparaison des données originales et rénovées de MN03 (qualité absolue moyenne) transposées dans MN95 par FINELTRA avec le calcul direct dans MN95

Tableau des écarts types sur les données transposées :

	FINELTRA Variante O	FINELTRA Variante +1	FINELTRA Variante +11
Points fixes et de détail locaux	7.7 cm	8.7 cm	7.1 cm
Points rénovés par (TRANSINT 11 points)	7.4 cm	7.2 cm	7.2 cm
Points rénovés par (TRANSINT 23 points)	7.3 cm	6.2 cm	6.2 cm
Points rénovés par (TRANSINT 38 points)	7.0 cm	5.6 cm	5.5 cm
Points rénovés par (TRANSINT 179 points)	6.3 cm	4.9 cm	4.9 cm
Points rénovés par (TRANSINT 201 points)	6.9 cm	4.5 cm	4.4 cm

Les données locales sont basées sur diverses générations de points fixes et intégrées entre elles de manière approximative. Ce défaut de qualité ne peut pas être corrigé lors de l'intégration dans MN95 et les résultats restent hétérogènes quelle que soit la configuration des triangles de FINELTRA.

Sans rénovation, la concordance entre les coordonnées MN03 originales transposées dans MN95 et la réalité sur le terrain n'est pas satisfaisante pour des points fixes. Une rénovation locale des données de détail préalable, indépendante de la transposition par FINELTRA, est indispensable.

On constate que l'intégration par FINELTRA se fait progressivement mieux quand on ajoute des points d'ajustage pour la rénovation **locale** dans MN03.

L'amélioration maximum entre données originales calées grossièrement dans MN95 (erreur moyenne **7.7 cm**) et données rénovées localement par TRANSINT avec 201 points d'ajustage et calées dans MN95 à l'aide de 11 points complémentaires (erreur moyenne **4.4 cm**) est de **43‰.**

On atteint là, la qualité maximum possible à partir de données des années 1930 et leurs mises à jour successives rénovées, seules des améliorations ponctuelles pouvant encore être effectuées dans quelques zones particulières.

On peut obtenir des résultats équivalents avec moins de points d'ajustage pour FINELTRA (2 à 3 points) et avec une rénovation de la polygonation légèrement moins dense.

Influence sur les formes géométriques et objets de la MO

Dans tous les cas, les effets sur les angles, les distances, les surfaces sont suffisamment faibles pour être considérés comme négligeable au niveau de la MO, et ceci que l'on transpose à l'aide des données originales ou des données rénovées.

Les effets de déformation de FINELTRA restent à l'intérieur des incohérences détectables sur les points d'ajustage. Des données « au centimètre » restent « au centimètre » et des données « au millimètre » restent « au millimètre ».

Décalage de données administratives et de macros

Attention aux coordonnées cachées dans les systèmes informatiques (position de texte, de marche d'escaliers). Elles doivent toutes être dépistées afin d'être transposées correctement avec l'ensemble des autres données.

Conclusions

Des différentes variantes testées, il ressort ce qui suit :

- sans densification locale par des points complémentaires, la transposition par FINELTRA dans MN95 basée sur des points d'ordre supérieur est imparfaite
- pour des données homogènes de haute qualité, une transposition « absolue » peut être obtenue avec un minimum de points complémentaires
- la qualité dans MN95 reste fonction de la qualité originale dans MN03
- les données anciennes ne se transposent qu'imparfaitement. Une rénovation peut améliorer leur intégration de manière notable mais complète vis à vis des exigences de MO93.

7.4.3 Frontière Vaud - Genève

Lors de la modification des bases géodésiques de la Suisse occidentale (modification d'environ 30 cm sur le PFP1 de la Dôle), Vaud a adapté sa triangulation mais Genève ne l'a pas fait. Il apparaît donc sur la frontière cantonale des différences de coordonnées entre Vaud et Genève avec des extrêmes de 23 à 37 cm, soit en lacunes, soit en recouvrements. Cette différence d'environ 30 cm entre le système MN03 GE et MN03 VD se répercute sur tout le canton.

Différentes solutions ont été envisagées pour permettre la transposition dans MN95 de ces données.

Solutions possibles

Une première possibilité consiste en l'élimination préalable de l'écart de 30 cm sur l'ensemble du territoire genevois avant transposition dans MN95 :

- Genève corrige de 30 cm toutes ses données (aussi utilisateurs) dans MN03 VD, puis le transfert dans MN95 se fait de manière classique. Inconvénients : opération lourde et coûteuse ayant des répercussions sur tous les utilisateurs.

- élaboration d'une routine pour reconnaître les données de Genève et les corriger de 30 cm (= passage à MN03 VD) avant le passage à MN95. Inconvénients : obligation d'intégrer une routine, mais pas de répercussions sur les utilisateurs.

Une deuxième possibilité consiste en la transposition non-coordonnée des données genevoises et vaudoises en créant un ensemble de triangles FINELTRA spécifique au canton de Genève avec coordonnées MN03 GE aux sommets. Le canton de Vaud serait basé sur d'autres triangles FINELTRA avec coordonnées MN03 VD aux sommets. Inconvénients : il n'y a plus un seul fichier FINELTRA pour toute la Suisse et une routine devrait aussi reconnaître l'origine des points (VD ou GE) pour leur faire subir la transformation adéquate.

Solution choisie

Elle consiste à ne transformer qu'une fois la limite cantonale sur la base des données vaudoises (MN03 VD) déjà rénovées. Les données genevoises ne sont transformées qu'au-delà de la frontière définie dans MN03 VD (voir aussi chapitre 6.2.5 Cassures).

Sur Vaud, les triangles FINELTRA utilisent tous les points de la frontière comme sommets de triangle.

Sur Genève, en cas de recouvrement, on utilisera tous les points de frontières connus avec les cordonnées MN03 VD et MN95 décalées de 3 cm. En cas de lacunes on utilisera tous les points de la frontière en coordonnées MN03 GE et MN95 décalées de 3 cm (par analogie). Le décalage de 3 cm empêche que des effets d'arrondis ne rendent les sommets VD et GE identiques ou provoquent des empiètements.

Les considérations sur les lacunes et les recouvrements doivent être appliquées de manière indépendante pour les Y et les X. Un « no man's land » de 3 cm entre les triangles vaudois et genevois doit rester vide de tout triangle FINELTRA pour éviter tout chevauchement dû à des arrondis. Les données situées dans cette bande sont des points situés à une trentaine de centimètres de la frontière en MN03 GE et y seraient transformés de manière totalement fausse avec un facteur de déformation de 10.

Une bande d'environ 40 cm de large le long de la frontière du côté genevois ne peut pas être transformée vers MN95 à partir de MN03 GE et la transformation inverse ne pourra donner que des valeurs dans MN03 VD. Ces points non transformables devront être calculés directement dans MN95.

7.4.4 Homogénéisation de réseaux de points fixes

Des diplômants de la Fachhochschule Nordwestschweiz FHNW (Haute école spécialisée de la Suisse du Nord-Ouest) ont étudié dans plusieurs travaux de fin d'études entre 2001 et 2013 le changement du cadre de référence et l'homogénéisation des réseaux de points fixes. Ils ont travaillé sur des lots de qualités différentes dans les cantons de BE, BS, BL, SG et dans le Bade-Wurtemberg en Allemagne.

Il en résultait les conclusions suivantes :

- Les tensions locales ne peuvent pas être éliminées par une transformation affine ou de Helmert. Ces méthodes traitent la totalité du périmètre transformé de façon uniforme (facteur d'échelle, rotation). L'interpolation par collocation et filtrage permet des variations locales (voir chapitre 4.6 et 7.7).
- De fortes tensions locales sur des points qui ne sont pas des points de calage ou de contrôle ne sont pas détectées. Elles persistent au terme de la transformation.
- L'influence d'une transformation sur les résultats reste faible si elle est suivie d'une interpolation.
- L'interpolation peut être remplacée par une partition du territoire ; celle-ci requiert toutefois un volume de travail important.
- Une interpolation est indiquée s'il est possible de considérer que les points de calage reflètent bien leur voisinage.

- La densité des points de calage à déterminer dépend fortement de l'homogénéité de la zone. (Furrer, Sievers, 2009) traite dans « indicateurs de qualité pour le passage du cadre de référence MN03 à MN95 » de manière approfondie de la sélection et de la procédure concrète.
- Les précisions des points dans les deux cadres de référence sont déterminantes pour les traitements ultérieurs (appréciation des résidus, délimitation de zones partielles (« blocs »), utilisation comme PAT).
- La transformation affine par maille ne reposant pas sur une surdétermination, toute erreur sur les points de calage se reporte pleinement sur les points transformés et n'est donc pas détectée.
- Le choix des points d'appui de la transformation est déterminant pour la qualité du maillage et par suite de la transformation.
- On obtient des triangles de transformation par sélection manuelle d'une qualité équivalente à ceux d'une triangulation automatique Delaunay précédée d'une sélection de points de calage raisonnable, avec un léger avantage à la sélection automatique.
- Une transformation affine par maille ne permet pas une élimination et une modélisation complètes des tensions locales. Celles-ci sont à éliminer dans le cadre d'un renouvellement.
- Les exigences d'un nombre de triangles réduit et d'une précision de transformation élevées sont contradictoires.
- Pour qu'une appréciation fondée puisse être portée sur la qualité d'un triangle, celui-ci doit au moins comprendre trois points de contrôle.

Il est difficile de dégager une règle de portée générale, chaque zone constituant un cas particulier à traiter de façon spécifique : **Des solutions et des logiciels « presse bouton » appropriés n'existent pas !**

Pour des détails sur les travaux voir : https://www.fhnw.ch/de/studium/architektur-bau-geomatik/bachelor-studiengang-geomatik → Bachelor Thesis

7.4.5 L'introduction de MN95 dans le canton de Bâle-Ville

(Haffner, 2014) rapporte le passage réussi à MN95 (mensuration nationale 1995) dans le canton de Bâle-Ville par le service du cadastre et du registre foncier dès le 1er novembre 2013 (version légèrement modifiée) :

7.4.5.1 Situation initiale

Il s'est avéré, lors des travaux entrepris pour constituer le maillage triangulaire national CHENyx06, que ce dernier ne permettait pas de respecter les exigences de précision imposées aux données de la mensuration officielle dans le canton de Bâle-Ville. Les résidus sur les points de contrôle atteignaient jusqu'à 5 cm. Un maillage triangulaire plus fin aurait signifié la création de nombreux triangles effilés aux abords du canton voisin. C'est pourquoi il a été décidé, en accord avec l'Office fédéral de topographie swisstopo, de procéder simultanément au changement de cadre de référence et à l'élimination des tensions locales via une interpolation. Un réseau dense de points fixes planimétriques, coïncidant très bien avec les points-limite matérialisés, a servi de base à cette transformation. Deux objectifs principaux ont été assignés à l'opération réalisée : les résidus sur les points fixes planimétriques transformés ne devaient pas dépasser la valeur de 5 mm en moyenne et le traitement de grandes quantités de données (autant par leur nombre que par la taille des fichiers correspondants) ne devait poser aucun problème.

7.4.5.2 Mode opératoire technique

Les points de calage nécessaires à l'élimination des tensions locales ont été déterminés en MN95 par l'intermédiaire d'une compensation globale par LTOP qui a intégré toutes les mesures disponibles de points fixes planimétriques. La compensation des 14'000 stations et 45'300 observations originales a été réalisée en une seule fois avec un positionnement sur tous les points d'appui de la transformation de CHENyx06. L'erreur moyenne sur un point en zone urbaine a atteint entre 3 et 5 mm. En dehors du

territoire cantonal, les points de calage en MN95 ont été calculés en utilisant CHENyx06, voire un maillage triangulaire plus fin le long de la limite du canton. 5'100 points de calage en ont résulté sur le territoire cantonal, auxquels 4'400 points supplémentaires sont venus s'ajouter sur le périmètre couvert par le plan de la ville.

Les interpolations sont très gourmandes en temps de calcul et peuvent mettre plusieurs heures à s'exécuter. C'est la raison pour laquelle la méthode retenue, dont l'emploi a été rendu possible par le logiciel GeoSuite-TRANSINT de swisstopo, comprenait deux étapes. Des grilles d'interpolation régulières, avec des pas de maillage différents, ont d'abord été déterminées en s'appuyant sur les points de calage, puis ont été combinées les unes aux autres pour former une grille unique (BSENyx13, Figure 65). Les pas du maillage (variant entre 10 m et 100 m) dépendaient du niveau d'intensité des tensions locales. Le temps de calcul total, pour cette grille d'interpolation combinée, s'est élevé à 3 heures.

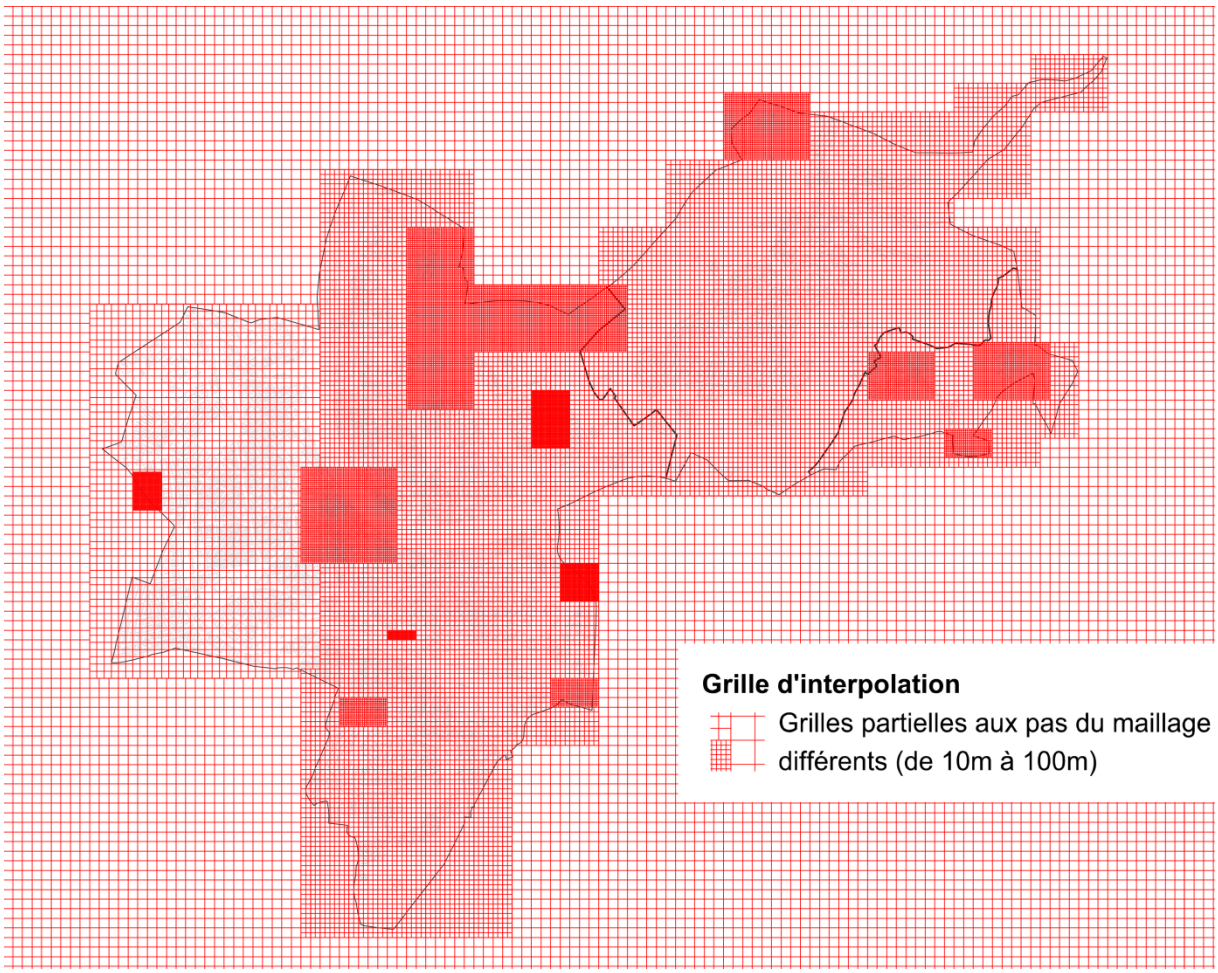


Figure 65: Grille d'interpolation combinée avec des pas de maillage différents (BSENyx13)

Au sein de cette grille d'interpolation, des jeux de données très volumineux ont pu être transformés en l'espace de quelques minutes et le recours à cette méthode a permis de réduire les déformations restantes à quelques millimètres (Figure 66). Il s'est également avéré que les déformations géométriques initialement redoutées (dans le cas notamment d'angles droits et de points alignés) étaient négligeables en pratique. Elles s'élevaient généralement à quelques dixièmes de millimètres et n'atteignaient 5 mm sur une distance de 100 m que dans des cas exceptionnels.

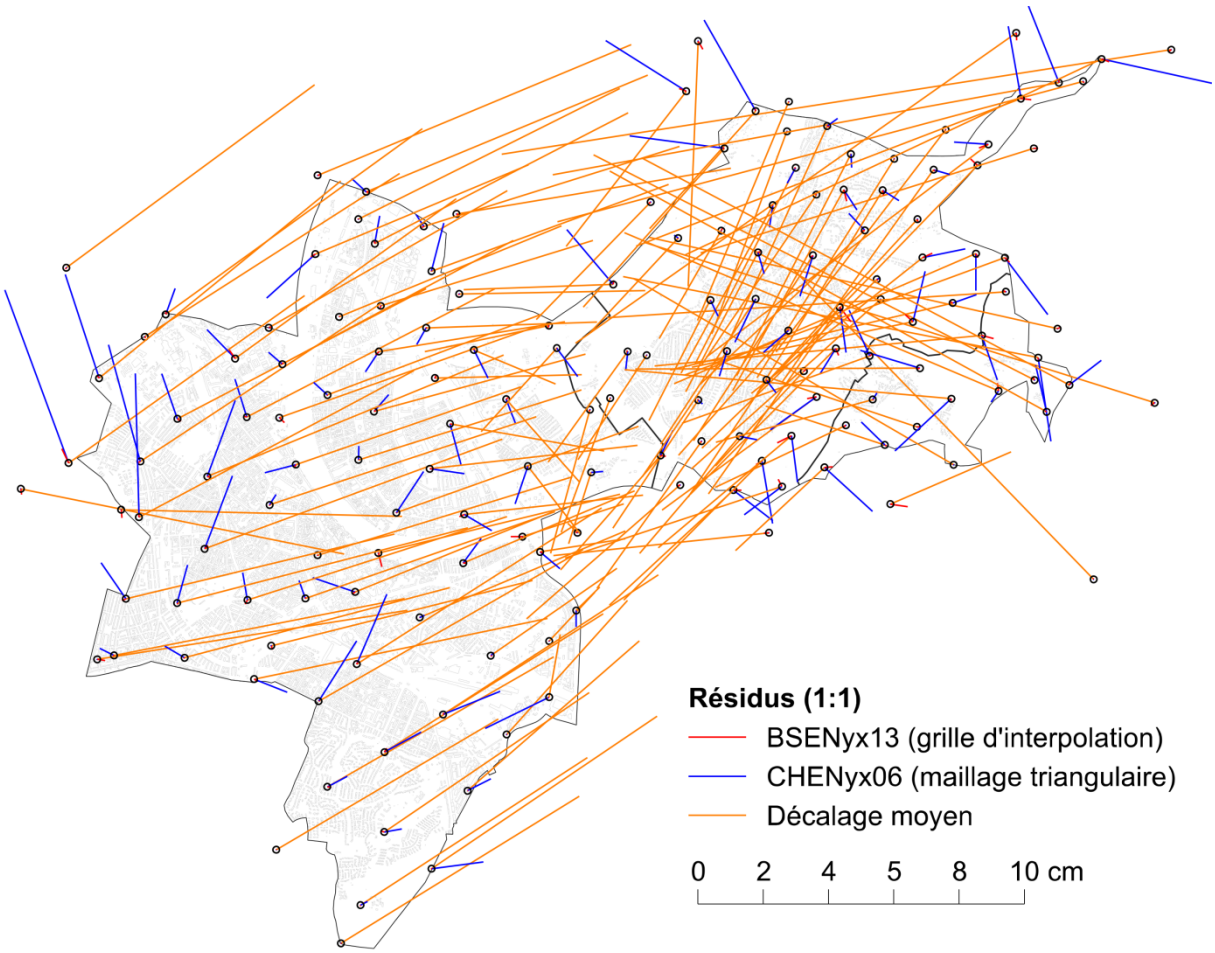


Figure 66: Comparaison des résidus des différentes méthodes de transformation)

Des isolignes équidistantes de 1 cm ont été calculées pour visualiser les déformations locales entre MN03 et MN95. Les valeurs numériques qui leur sont associées correspondent au décalage local en centimètres entre MN03 et MN95 pour les coordonnées concernées. En d'autres termes, la distance entre deux isolignes consécutives est rallongée ou réduite d'un centimètre en MN95 par rapport à MN03 (Figure 67).

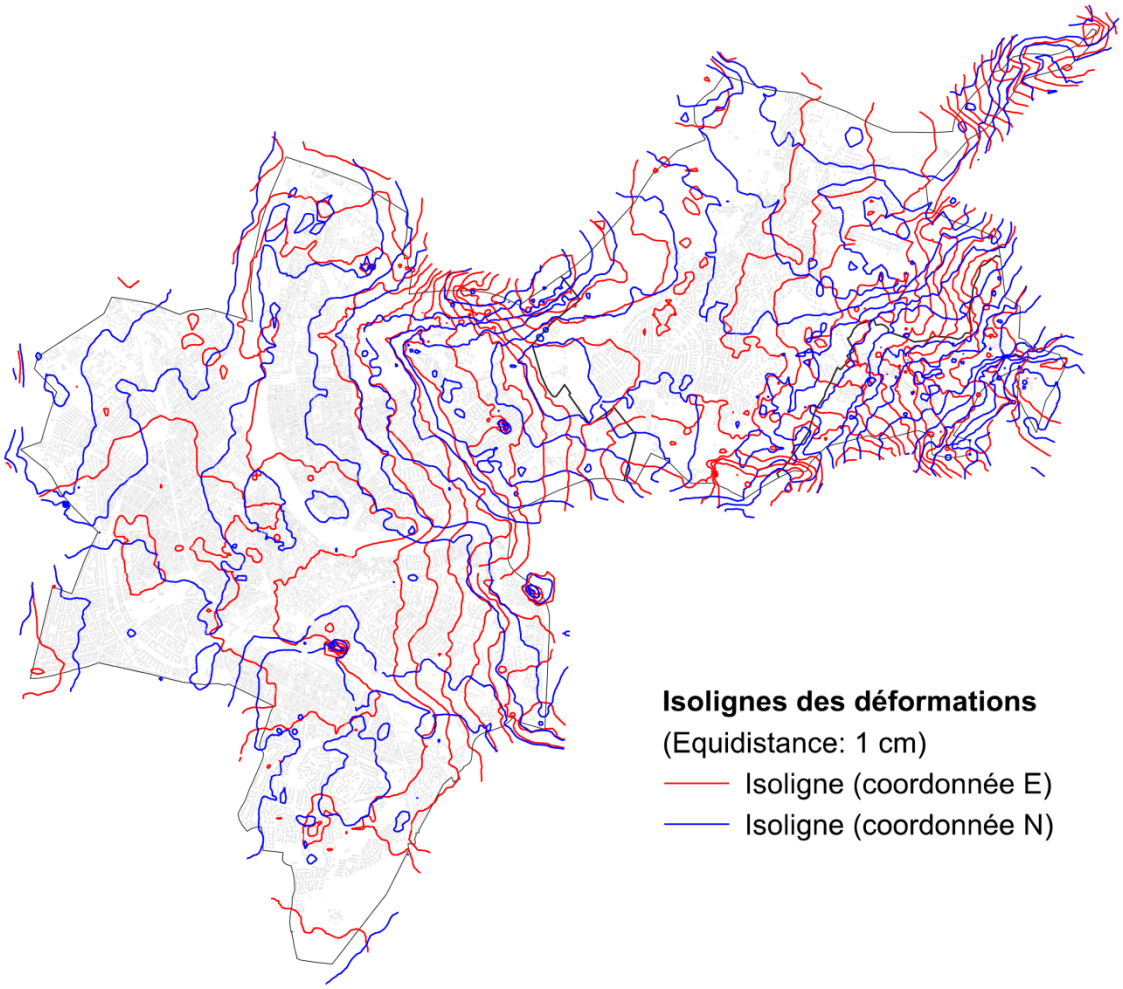


Figure 67: Visualisation des déformations locales entre MN03 et MN95 au moyen d'isolignes

7.4.5.3 Harmonisation des limites territoriales

Pour garantir la parfaite coïncidence des données à la limite du canton et au niveau de la frontière nationale, il a d'abord fallu harmoniser les coordonnées de tous les points limites territoriaux en MN95. Si ce processus n'a pris que quelques mois avec le canton de Bâle-Campagne (tout étant réglé en 2010), il s'est étalé sur une période de dix ans dans le cas de la frontière avec l'Allemagne, puisque la déclaration technique d'intention en vue de l'utilisation de coordonnées communes UTM / MN95 n'a été signée que le 7 août 2013. Le traité intergouvernemental nécessaire est susceptible de prendre encore plus de temps.

7.4.5.4 Outils logiciels pour le changement de cadre

Outre le progiciel GeoSuite-TRANSINT, d'autres outils développés par swisstopo ont servi à effectuer le changement de cadre de référence avec élimination simultanée des tensions locales à l'aide de la grille d'interpolation BSENyx13 : il s'agit d'une part d'une DLL à intégrer dans les logiciels des fournisseurs de systèmes et d'autre part d'un plugin FME pour la transformation de jeux de données SIG. Un service web, structuré de la même manière que le service en ligne REFRAME de swisstopo (Figure 68), a par ailleurs été mis à disposition en ligne pour permettre la transformation de fichiers à l'unité.

Figure 68: Service web pour la transformation avec la grille d'interpolation BSENyx13

7.4.5.5 Expériences tirées des projets pilotes

Différents projets pilotes ont été conduits au sein de l'administration cantonale et en dehors d'elle pour tester les méthodes et les outils, mais aussi pour clarifier les besoins des services spécialisés. Ils ont permis de valider la méthode envisagée. Si les niveaux de connaissance des divers acteurs impliqués étaient très variables, la gamme des outils proposés était suffisamment large pour que chacun trouve celui qui lui convienne. Les problèmes les plus épineux se sont posés au niveau des données DXF, des définitions d'arcs et des banques de données complexes. Il a par ailleurs été observé que les jeux de données numériques étaient très volumineux et qu'il était rare qu'ils soient documentés soigneusement. La grille d'interpolation a été retenue comme méthode standard pour procéder au changement de cadre de référence dans le cas de données vectorielles et la translation moyenne l'a été dans celui des données raster (les orthophotos par exemple). Il s'est également avéré que le nombre de cas particuliers, impossibles à traiter de manière automatisée, était très élevé.

7.4.5.6 Changement de cadre de référence des données de la mensuration officielle

Les données de la mensuration officielle ont été transformées, cinq semaines avant la date prévue pour la conversion, au sein du système Geonis (servant à la mise à jour), à l'aide de la DLL intégrée. Cette opération ainsi que les corrections apportées par la même occasion ont pris environ un jour et demi. Pourquoi avoir ainsi anticipé la conversion ? Tout simplement pour pouvoir adapter le parcellaire aux nouvelles limites territoriales après avoir redéfini la limite cantonale et la frontière nationale en MN95. D'autres jeux de données s'appuyant sur le parcellaire, tel que le plan de zones, ont aussi dû faire l'objet d'adaptations. Ensuite, la mise à jour ne s'est plus effectuée qu'en MN95.

7.4.5.7 Changement de cadre de référence pour le cadastre des conduites

Le changement de cadre de référence des données du cadastre des conduites a été réalisé en deux jours, une semaine avant la date fixée pour la conversion. A cette fin, 1683 fichiers ont été convertis de DWG en DXF (en mode de traitement par lots) pour que les données qu'ils contiennent puissent être transformées via GeoSuite. La conversion retour de DXF en DWG a eu lieu ensuite et divers travaux (mise au net et constitution de surfaces) ont encore été entrepris. A partir de ce moment, la mise à jour n'a plus été effectuée qu'en MN95.

7.4.5.8 Modification des surfaces du registre foncier

Les nouvelles surfaces ont été importées dans le logiciel Capitastra, gérant le registre foncier, via une interface spécialement développée à cet effet (une réquisition d'inscription portée au journal). La mention « Lagebezugsrahmen LV95 » (cadre de référence planimétrique MN95) a été associée à toutes les nouvelles surfaces et apparaît également sur tous les extraits du registre foncier. Les immeubles pour lesquels des opérations étaient en cours le 1er novembre 2013 ont dû être traités séparément, si bien que 123 réquisitions supplémentaires ont été portées au journal. Différents canaux ont été utilisés pour informer les propriétaires fonciers des modifications de surfaces. Des informations d'ordre général concernant MN95 ont d'abord été diffusées, par le biais d'un communiqué transmis aux médias et d'une publication dans la feuille cantonale. Un article comportant des informations détaillées a

ensuite été publié dans la revue « Der Hausbesitzer ». Enfin, près de 250 courriers individuels ont été envoyés lorsque les modifications des surfaces dépassaient un mètre carré.

7.4.5.9 Changement de cadre de l'infrastructure cantonale de géodonnées

L'infrastructure cantonale de géodonnées a été intégralement transformée en MN95 en interne. Les jeux de données qui ne sont pas encore disponibles en MN95 sont pour leur part transformés au besoin lors de leur importation. A cette fin, REFRAME et TRANSINT ont été directement intégrés sur la plateforme dédiée aux géodonnées. Les services de téléchargement (boutique des géodonnées, services WMS) sont disponibles aussi bien en MN95 qu'en MN03, les services cartographiques (Mapserver, Geoviewer) ne l'étant plus qu'en MN95. Pour la diffusion des données, la transformation retour en MN03 ne peut s'effectuer qu'avec la grille d'interpolation bâloise BSENyx13, afin d'éviter tout problème lors de la combinaison avec des données MN03 existantes.

7.4.5.10 Relations publiques

Une grande importance a été accordée aux relations publiques et la campagne menée a été aussi complète que possible. Diverses manifestations ont ainsi été organisées à l'intention des professionnels qui ont par ailleurs été tenus au courant de l'avancement du projet dans une lettre d'information. Durant la phase pilote, les principaux détenteurs de données de l'administration ont été intégrés à la procédure de tests. Les notaires ont quant à eux bénéficié d'une lettre d'information spécifique consacrée aux modifications de surfaces. Et un dépliant a été produit pour informer l'ensemble de la population.

7.5 Passage projection de Bonne ⇔ projection cylindrique

7.5.1 Bière (Vaud)

Lors du test de numérisation de la commune de Bière, des relevés modernes ont permis de déterminer les coordonnées nationales de divers points connus sur les plans anciens en système de Bonne. L'écart constaté est en moyenne de 8.08 m en Y et 0.92 m en X.

Les valeurs retrouvées sur les plaques ALU du plan d'ensemble indiquent également des écarts de 8.00 m et 1.00 m pour la même région.

Le calcul par VEKTRA donne quant à lui des valeurs de -2.11 m et 0.35 m.

Le graphique « Bolliger » donne -2.00 m en Y et +0.33 m en X.

On voit bien que les calculs théoriques correspondent. Par contre, la réalité des plans du 19e siècle est autre.

Il faut donc, lors de telles transpositions, déterminer des points de calage pour savoir si la mensuration ancienne a bien été mesurée de manière cohérente dans le système de Bonne.

7.5.2 Viège (Valais). Application de TRANSINT dans une rénovation et transformation de PFP3

A Viège, plus de 160 points de polygone connus dans le système de Bonne ont été levés par GNSS dans MN03 en préalable à une transformation des points fixes et une numérisation des plans cadastraux.

L'écart brut entre les 2 systèmes (Bonne et MN03) est de l'ordre de 12 m, soit +10 m en Y et -7 m en X (en moyenne sur les points levés).

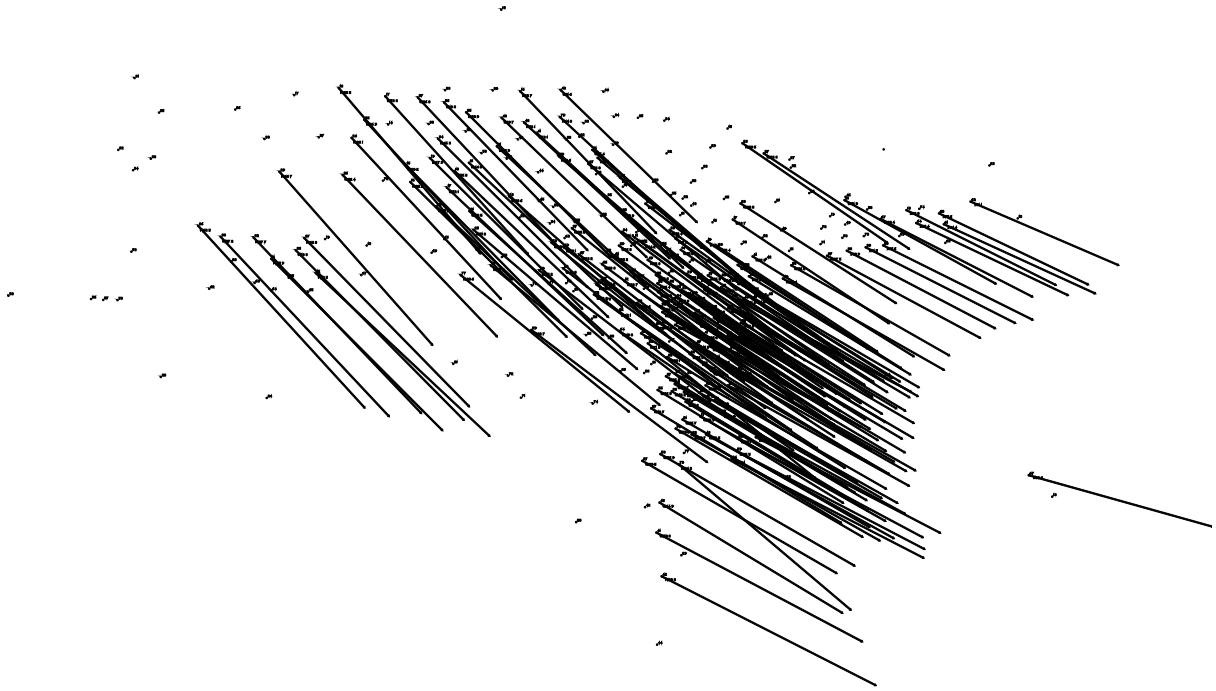


Figure 69: Ecarts bruts (Viège)

Par « Bolliger » (graphique), on obtient Y = +2.1 m et X = -1.5 m

Par Vektra Y = +2.23 m et X = -1.58 m

Les valeurs théoriques entre les deux systèmes ne s'appliquent donc pas et le recours à des points de calage est donc bien nécessaire.

Application TRANSINT

Dans un premier essai, on calcule une transformation par compensation robuste pour que les points entachés d'erreurs grossières n'influencent pas la transformation.

Paramètres de la transformation calculés par TRANSINT (facteur robuste K=3.5):

Translation Y	Translation X	Rotation	Echelle
9.850 m	-6.878 m	-0.0968306 gons	-188.1069 mm/km

Figure 70: Schéma des écarts résiduels (Viège)

Cinq points ont été éliminés par la compensation robuste (écarts de plus de 1 m).

Vingt points dont l'écart résiduel était supérieur à 20 cm (limite fixée a priori) ont été éliminés sauf lorsque des points proches confirmaient une tendance locale allant dans le même sens. Quelques points dont l'écart résiduel est inférieur à 20 cm ont quand même été éliminés lorsqu'ils étaient atypiques par rapport aux points proches.

Le report des écarts résiduels fait ressortir une grave anomalie, 6 points dont l'écart résiduel est supérieur à 20 cm (max. 72 cm) mais localement cohérents.

Correction du secteur avec anomalie

Les 6 points appartiennent à la même polygonale de mise à jour. Une erreur de 10 ^{c} a été trouvée dans le calcul de la polygonale dans l'ancien système (Bonne). Suite à cette correction, les coordonnées Bonne ont été recalculées. La méthode de la compensation classique d'une polygonale a été abandonnée au profit d'un calcul LTOP englobant les diverses générations de données disponibles pour ce secteur.

Dans une deuxième étape, les coordonnées des points de détail touchés par cette correction ont été transformées du système « Bonne avant correction » vers « Bonne après correction ». Par chance on a pu établir la liste exacte des points de détail concernés, tous connus numériquement.

Les coordonnées corrigées dans le système de Bonne sont utilisées pour la transformation finale (sur toute la commune).

Transformation finale

La transformation finale est une transformation de Helmert suivie d'une interpolation qui est appliquée aux points de détail connus numériquement et aux points de quadrillage d'une grille de maille 100 m. Les coordonnées transformées et interpolées des points de quadrillage permettent de caler aisément dans le nouveau système des détails complémentaires des plans semi-numériques, qui n'ont pas pu être calculés et doivent être digitalisés.

Paramètres de la transformation et de l'interpolation définitive :

Translation Y	Translation X	Rotation	Echelle	Rayon
+9.868 m	-6.882 m	-0.0964644 gons	-183.2561 mm/km	40 m

Figure 71: Schéma des écarts résiduels de la transformation définitive (Viège)

Contrôles

La moyenne des écarts entre les coordonnées levées de manière indépendante par GNSS et les coordonnées transformées de 140 points de contrôles est de **8.1 cm**.

Les écarts constatés sur 137 points sont **inférieurs à 20 cm** et donc conformes aux prévisions. Il ne reste que trois points dont l'écart est compris entre 20 et 30 cm, soit 2% de l'ensemble des points de contrôle.

7.6 Exemple d'intégration de coordonnées obtenues par GNSS

Huit points nouveaux doivent être intégrés dans le système de coordonnées national concrétisé par quatre points de rattachement (voir Figure 72).

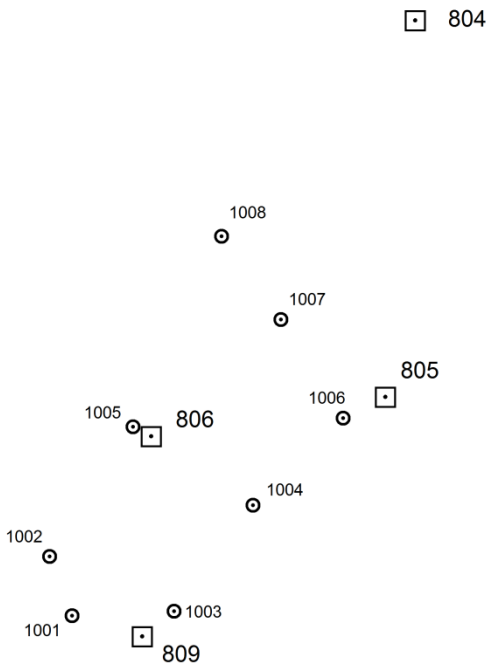


Figure 72: intégration de huit points

Les coordonnées des points de calage sont:

804	532427.180	157853.180	497.640
805	532331.640	156606.040	502.060
806	531565.180	156475.660	452.100
809	531537.820	155810.700	410.530

Une première « session » GNSS statique rapide a été effectuée en plaçant la station de référence sur le point de calage 804.

Les coordonnées « GNSS », plus précisément, les coordonnées mesurées se référant au système WGS84 sont:

804	4364281.86510	501665.46959	4609318.62246
805	4365194.64779	501688.34312	4608463.58974
806	4365348.14658	500935.94944	4608331.66044
809	4365801.79774	500968.08741	4607843.97885
1001	4365766.23371	500733.02724	4607878.13816
1002	4365642.20563	500642.47992	4608020.98031
1003	4365727.83621	501063.63821	4607905.03263
1004	4365468.27418	501287.59921	4608174.56919
1005	4365333.26694	500909.09164	4608341.85676
1006	4365245.30536	501554.81256	4608398.54444
1007	4365026.74195	501321.84005	4608613.30112
1008	4364856.78514	501102.40868	4608801.75819

En effectuant la transformation telle que décrite au chapitre 6, on obtient la série de coordonnées suivantes, exprimées sous forme de coordonnées nationales:

804	532427.1800	157853.1800	497.6400	MI -1.4055	98
805	532331.6310	156606.0020	502.0690	MI -1.4464	98
806	531565.1500	156475.5720	452.1120	MI -1.4534	98
809	531537.7830	155810.6320	410.5100	MI -1.4753	98
1001	531309.1150	155881.8370	392.5830	MI -1.4731	98
1002	531235.5300	156077.8640	404.4490	MI -1.4668	98
1003	531642.1280	155896.8690	411.7930	MI -1.4724	98
1004	531898.2250	156247.9930	447.7080	MI -1.4601	98
1005	531540.3940	156495.8220	447.2440	MI -1.4528	98
1006	532192.4150	156537.3730	478.9660	MI -1.4493	98
1007	531989.6020	156864.3020	467.3020	MI -1.4395	98
1008	531794.0800	157136.8800	470.8290	MI -1.4313	98

Remarques

Les coordonnées ont été transformées à l'aide du programme GPSREF en utilisant les paramètres « MN95 ».

Les cotes du géoïde ont été calculées à l'aide du programme CHGEO98 et les altitudes corrigées en conséquence.

A l'issue de la transformation, les coordonnées du point 804 sont rigoureusement identiques aux coordonnées « doit ». En fait, sur le terrain, les coordonnées « doit » ont été utilisées pour situer la station de référence (transformation inverse).

En examinant les résidus sur les quatre points de calage, il ressort très clairement un systématisme. Les coordonnées obtenues à l'issue de la transformation et se référant à la station de référence uniquement, ne sont donc que « partiellement » intégrées dans le système (national) défini par les quatre points de calage.

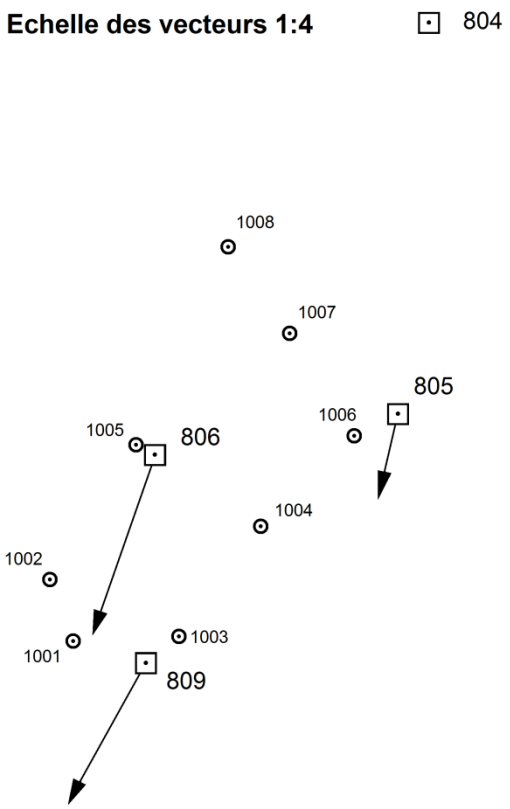


Figure 73: écarts sur les points de calage à l'issue de la transformation des coordonnées WGS84 en coordonnées nationales

En effectuant une transformation de Helmert 2D sur les quatre points de calage, on constate que les écarts obtenus se répartissent et se réduisent considérablement. On constate également la présence d'un facteur d'échelle de -36 ppm.

```
NOMBRE            :         4

Y0 [M]            :      19.013       (MF [MM]  :    6069.51)
X0 [M]            :       7.847       (MF [MM]  :    6069.68)
ROTATION [GON]    :      0.0002428    (MF [CC]  :       6.97)
ECHELLE [MM/KM]   :    -36.8285       (MF [MM/KM]:      10.94)

          YLOC        XLOC        YGL         XGL        VY      VX
           [M]         [M]        [M]         [M]       [MM]    [MM]

 804    532427.180  157853.180  532427.180  157853.180     6.4     3.8
 805    532331.631  156606.002  532331.640  156606.040    -3.8    12.1
 806    531565.150  156475.572  531565.180  156475.660     2.9   -30.2
 809    531537.783  155810.632  531537.820  155810.700    -5.6    14.4

          YLOC         XLOC        YTRA       XTRA
           [M]          [M]         [M]        [M]

 804    532427.180  157853.180  532427.186  157853.184  *PP*
 805    532331.631  156606.002  532331.636  156606.052  *PP*
 806    531565.150  156475.572  531565.183  156475.630  *PP*
 809    531537.783  155810.632  531537.814  155810.714  *PP*
```

1001	531309.115	155881.837	531309.155	155881.918
1002	531235.530	156077.864	531235.574	156077.938
1003	531642.128	155896.869	531642.156	155896.948
1004	531898.225	156247.993	531898.245	156248.058
1005	531540.394	156495.822	531540.428	156495.879
1006	532192.415	156537.373	532192.425	156537.426
1007	531989.602	156864.302	531989.621	156864.344
1008	531794.080	157136.880	531794.107	157136.913

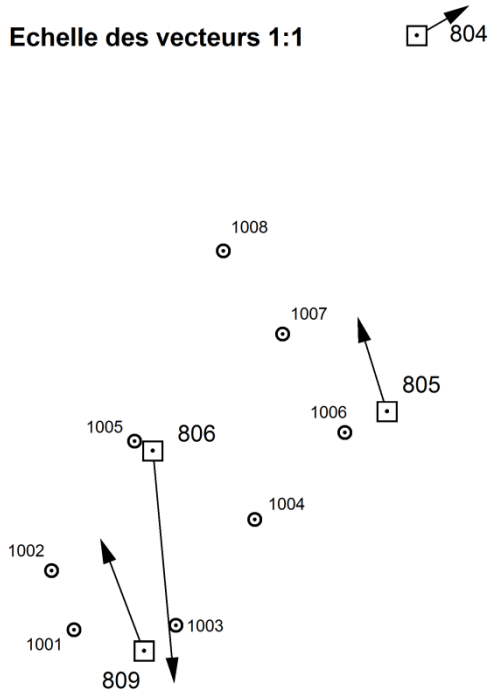


Figure 74: résidus sur les points de calage à l'issue de la transformation de Helmert

Le graphique de la Figure 75 montre que le point 1005 est proche du point de calage 806 sur lequel on enregistre un résidu de 30 mm en X. Si cet écart ne peut être toléré (relation de voisinage) une interpolation doit être effectuée.

POINT	YLOC	XLOC	YINT	XINT	DY	DX	
	[M]	[M]	[M]	[M]	[MM]	[MM]	
804	532427.186	157853.184	532427.180	157853.180	-6.4	-3.8	*PP*
805	532331.636	156606.052	532331.640	156606.040	3.8	-12.1	*PP*
806	531565.183	156475.630	531565.180	156475.660	-2.9	30.2	*PP*
809	531537.814	155810.714	531537.820	155810.700	5.6	-14.4	*PP*
1001	531309.155	155881.918	531309.161	155881.903	5.4	-14.2	
1002	531235.574	156077.938	531235.577	156077.935	3.0	-2.6	
1003	531642.156	155896.948	531642.161	155896.933	5.5	-14.3	
1004	531898.245	156248.058	531898.245	156248.068	0.2	10.3	
1005	531540.428	156495.879	531540.425	156495.909	-2.9	30.2	
1006	532192.425	156537.426	532192.429	156537.414	3.8	-12.0	
1007	531989.621	156864.344	531989.622	156864.343	1.2	-1.1	
1008	531794.107	157136.913	531794.106	157136.919	-1.5	6.5	

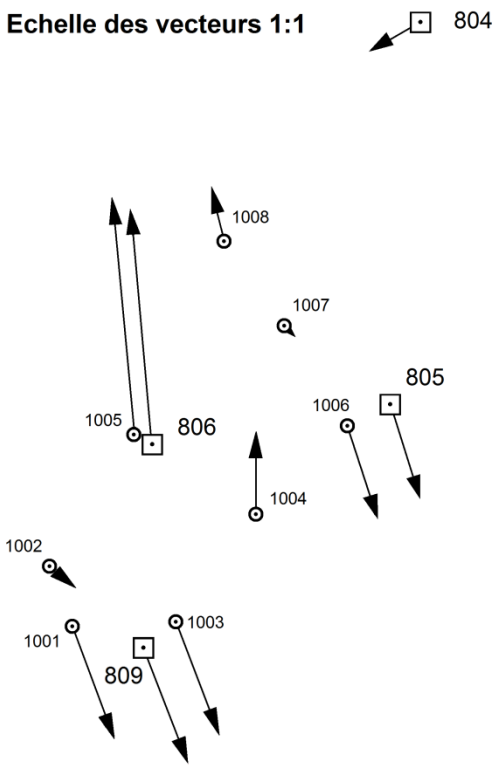


Figure 75: interpolation des résidus enregistrés sur les points de calage

Remarques

Pour des questions de fiabilité, on effectue dans la règle une deuxième session permettant d'obtenir une nouvelle série de coordonnées, indépendante de la première. Une compensation des deux séries est alors opérée dans LTOP avant transformation et interpolation.

7.7 Transformation de Helmert avec collocation

(Résultats de plusieurs travaux de diplômes FHBB/FHNW – de 2002 à 2007)

La distribution normale des résidus constitue l'une des hypothèses principales sur lesquelles se fonde une compensation par la méthode des moindres carrés. Si des résidus systématiques sont mis en évidence après une transformation de Helmert, cette hypothèse n'est plus remplie, les écarts résiduels ne se répartissent plus selon une distribution aléatoire.

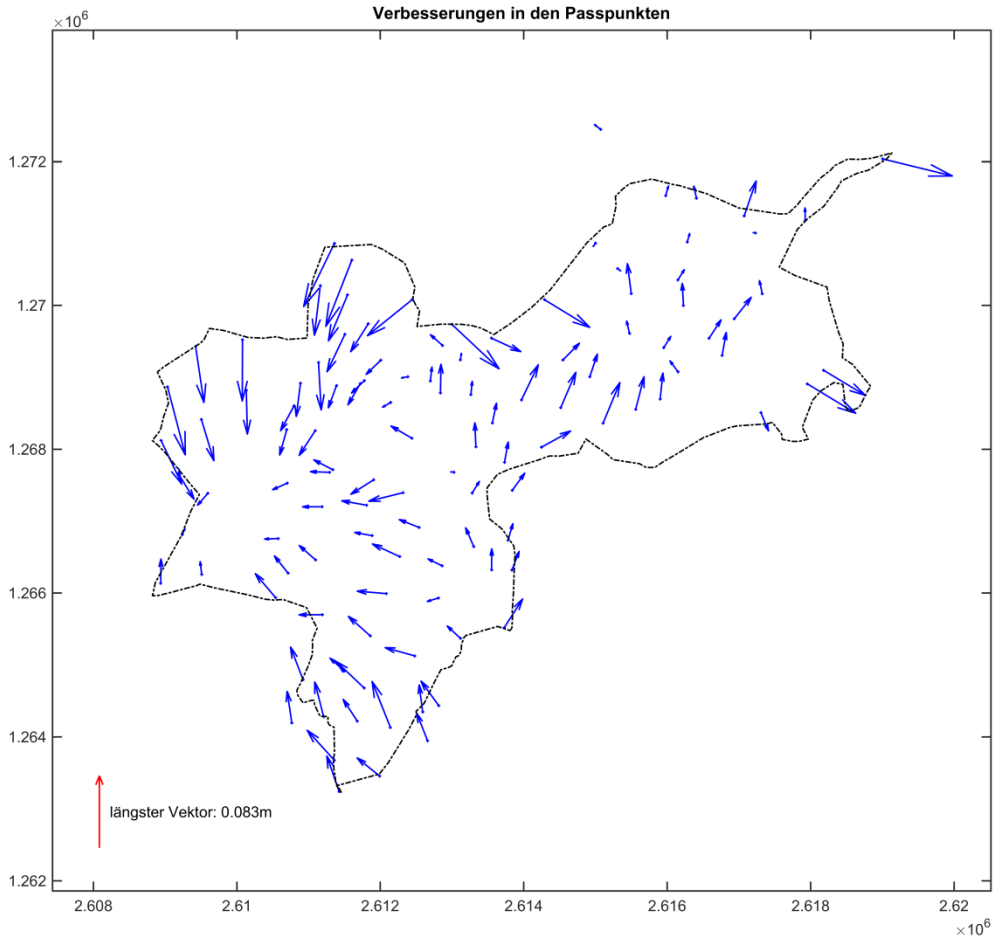


Figure 76: Canton de Bâle Ville : les écarts résiduels sur les coordonnées de 114 points de calage après une transformation de Helmert MN03 ⇔ MN95 montrent des systématismes et ne se répartissent pas de manière aléatoire. Unité de mesure [m].

L'introduction d'une régression non paramétrique complète le modèle fonctionnel $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$ par une composante **s**(t). t tient compte de la dépendance géographique de **l**, **A** ou **s** :

$$\mathbf{l}(t) = \underbrace{\mathbf{A}(t) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{s}(t)}_{\text{Modèle fonctionnel}} + \mathbf{n}$$

La **composante non paramétrique** s(t) est dénommée **signal.** Comme le type de fonction du signal n'est pas connu, on pose :

$$s(t) = \frac{1}{\alpha} \sum_i k_i \cdot b(|t - t_i|),$$

où α est un paramètre de régularisation, k un facteur de lissage, b une fonction de base ou nodale.

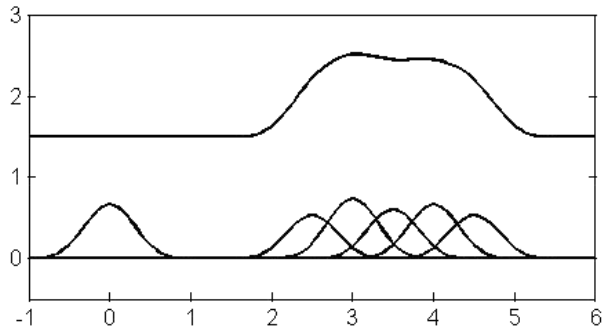


Figure 77: en bas à gauche une fonction de base B-spline b(t),
en bas à droite : fonctions B-Splines décalées et étendues $k_i/\alpha \cdot b(t-t_i)$ avec i= 1, …, 5,
en haut : $1.5+\sum k_i/\alpha \cdot b(t-t_i)$. 1.5 est défini pour éviter des recouvrements.

s(t) est ici une combinaison linéaire de fonctions B-Splines décalées et étendues. Le signal ne sera donc pas traité comme une grandeur stochastique, cela au contraire de la collocation et du filtrage, où le signal appartient au modèle stochastique (voir le chapitre 4.6).

La **part aléatoire** n est dénommée bruit et correspond à la part aléatoire de l'erreur de la compensation par les moindres carrés.

Le problème principal consiste ici dans la détermination du rapport entre le bruit et le signal. Dans ce but, on a développé, dans les années 1980, diverses **méthodes de régularisation** relativement simples à réaliser, comme par exemple la validation en croisée.

A la place de l'exigence liée aux moindres carrés $\mathbf{n}^T\mathbf{P}\mathbf{n}$ = [pnn] = minimum on introduit :

$$\alpha \cdot \mathbf{s}^T\mathbf{R}\mathbf{s} + \mathbf{n}^T\mathbf{P}\mathbf{n} = \min,$$

avec des matrices positives **R** et $\mathbf{R}^{-1}$, où $\mathbf{R}^{-1}$ est donnée par :

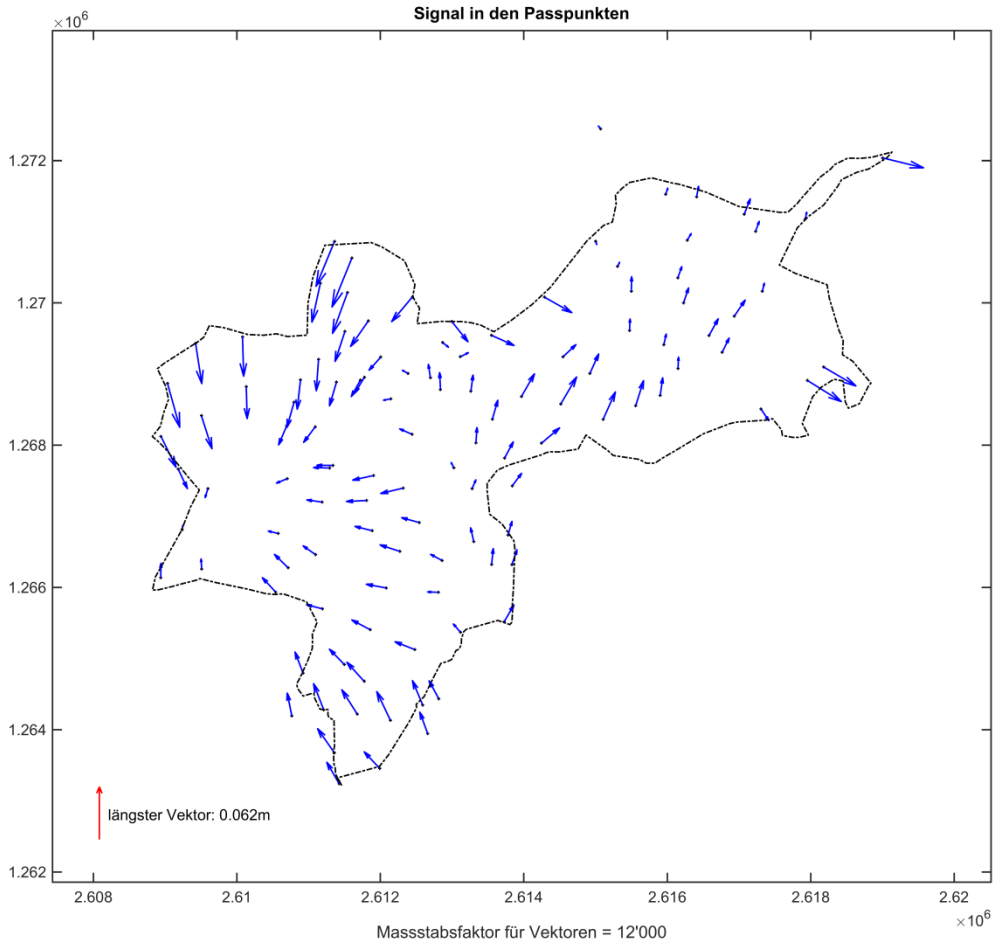
$$R_{ij}^{-1} = b\left(\left|t_i - t_j\right|\right)$$

Le paramètre de régularisation α est choisi lors de la validation en croix de telle manière que la valeur espérée de la variance soit minimale pour l'observation la plus proche.

Cette application de la régression non paramétrique a été concrétisée lors de plusieurs travaux de diplôme dans un programme MATLAB permettant d'appliquer les aspects fonctionnels de la transformation de Helmert. Plusieurs recherches sur des données réelles ont été menées à l'aide de ce programme (PFP2-/réseau diagnostique de Bâle- Ville réseau PFP2/3 de Gelfingen). Une variante pour les zones en glissement avec introduction du modèle

Nouvelle coordonnées = anciennes coord. + déplacement moyen + signal + bruit

a aussi été implémentée.


Signal in den Passpunkten
×10^6
1.272
1.27
1.268
1.266
1.264
1.262
2.608
2.61
2.612
2.614
2.616
2.618
2.62
×10^6
längster Vektor: 0.062m
Massstabsfaktor für Vektoren = 12'000

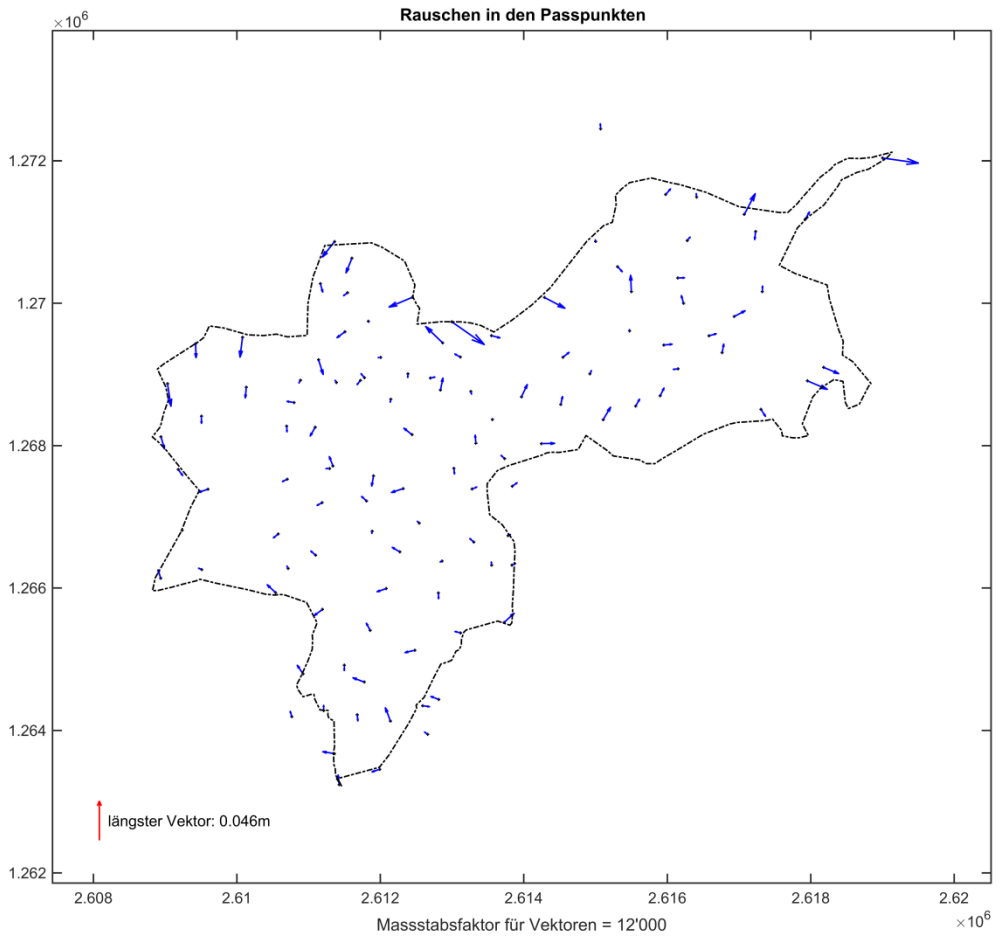


Figure 78: Canton de Bâle - Ville : 114 points de calage de la Figure 76, transformation de Helmert avec régression non paramétrique et validation en croix. En haut vecteurs des signaux, en bas vecteurs du bruit, qui sont répartis de manière aléatoire.

La caractéristique de cette méthode est que seule la part fonctionnelle A(t)·x+s(t) est transmise pour l'interpolation des points nouveaux. La part aléatoire (bruit) est éliminée après calcul et n'est pas transmise aux points à transformer.

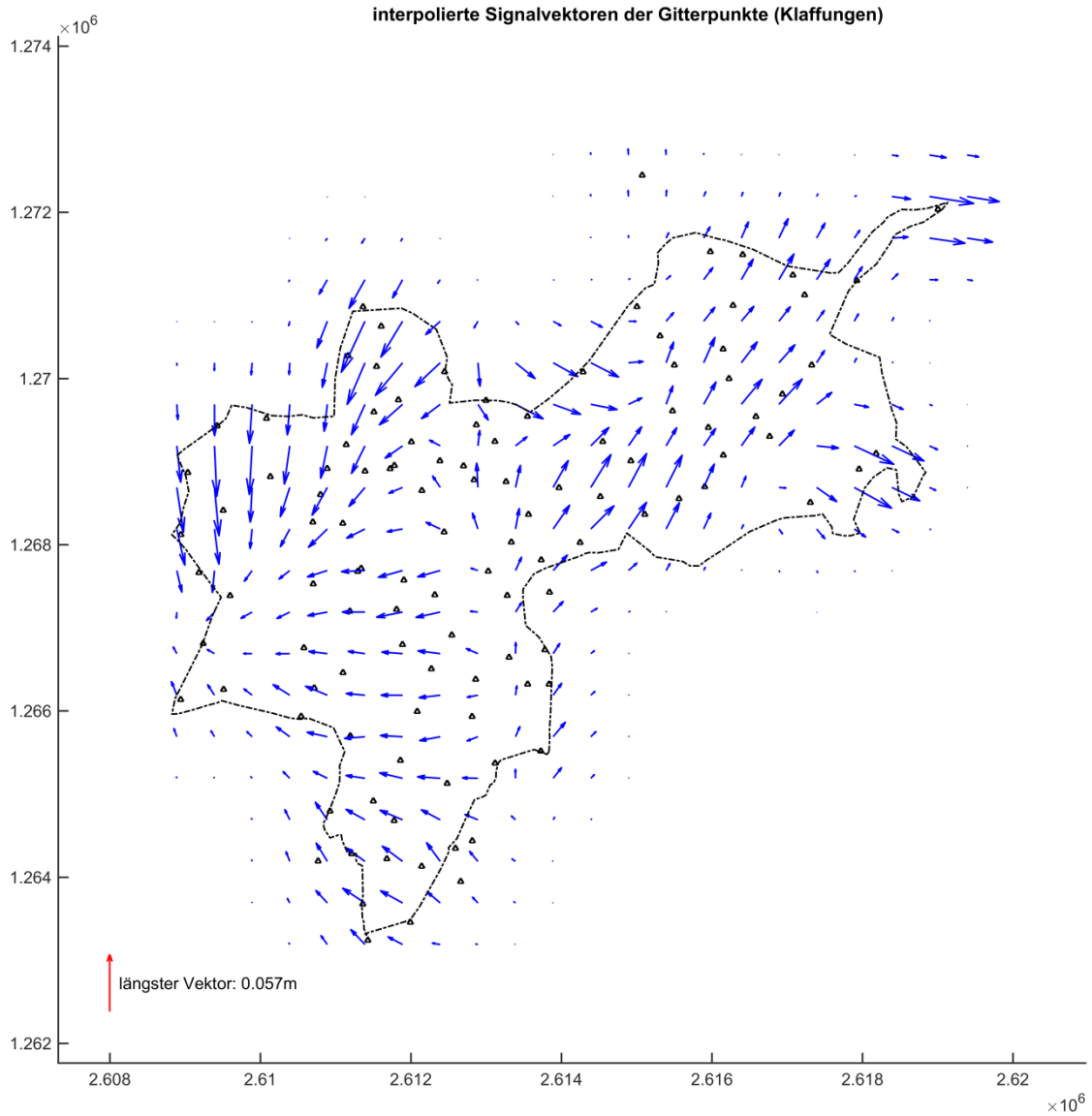


Figure 79: Canton de Bâle - Ville : signal interpolé sur le quadrillage

Les écarts systématiques sur le réseau de points fixes peuvent être très bien appréciés sur la base des « vecteurs » signaux interpolés. Ceci est particulièrement intéressant pour déterminer des régions avec des écarts systématiques équivalents (zones homogènes).

La variation du signal s(t) est donnée par la dérivée $s'(t) = \frac{\partial s(t)}{\partial t}$, en cas de transformation de Helmert par

$$\sqrt{\text{Gradient}(s_x)^2 + \text{Gradient}(s_y)^2}\,.$$

Si l'on définit cette grandeur comme une surface spatiale, on peut représenter les zones homogènes et les zones de modification forte du signal comme sur la Figure 80. Cette caractéristique s'avère utile comme moyen de diagnostic pour la fixation des mailles de triangles MN03 ⇔ MN95 du canton de Bâle – Ville.

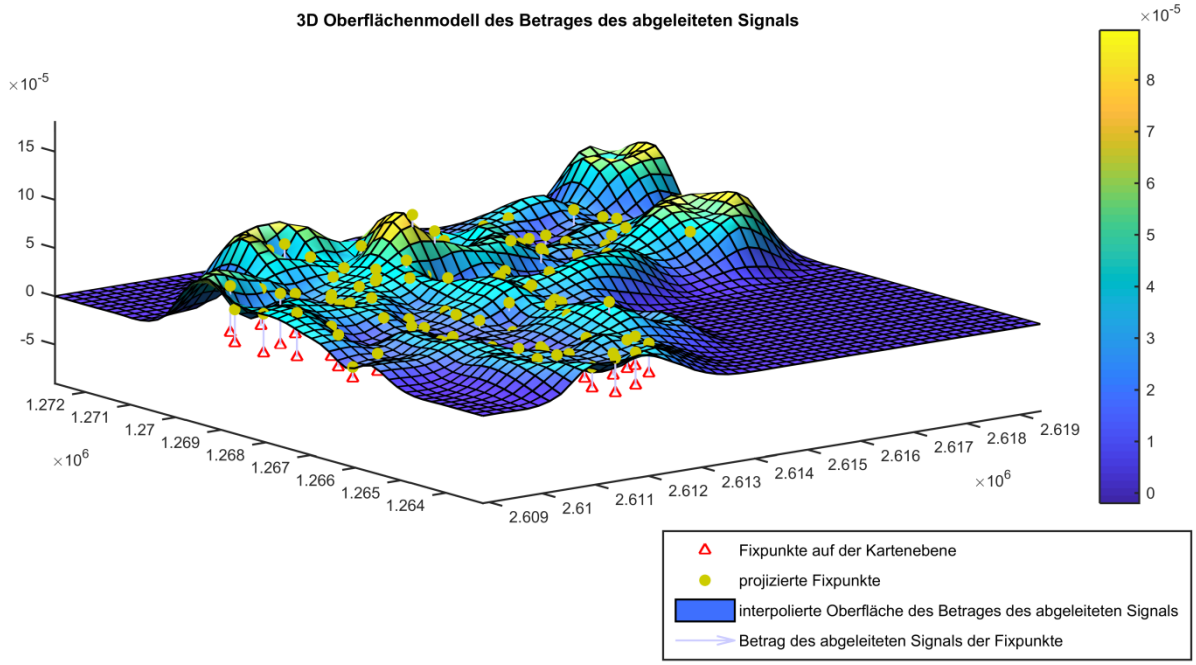


Figure 80: Dérivée du signal de la transformation de Helmert MN03 ⇨ MN95. Les points de calage sont représentés en jaune. Les zones à fortes variations de signal ont d'abrupts « flancs de montagne ». Les zones homogènes avec écarts systématiques sont représentées comme planes.

Pour plus de détails, voir sous : https://www.fhnw.ch/de/studium/architektur-bau-geomatik/bachelor-studiengang-geomatik → Bachelor Thesis, tout comme (Fischer, Hegland, 1999), (Fischer el al., 2003), (Fischer, Brühlmann, 2006)

7.8 Nouvelle compensation des PFP3 de la Commune de Châtonnaye en MN95

Lors de la densification des triangles de transformation de MN03 vers MN95, le Service du cadastre et de la géomatique du canton de Fribourg (SCG FR) a opéré une nouvelle compensation en MN95 de la commune de Châtonnaye afin de vérifier la transposition des PFP3 par contrôle des différences avec une transformation par FINELTRA à l'aide des triangles cantonaux définis et mettre en évidence les difficultés techniques à résoudre, donner les solutions techniques, en mesurer le travail nécessaire et les coûts pour une éventuelle correction locale.

Les relevés nécessaires ont été effectués en octobre 2006 par GNSS RTK (GPS + GLONASS avec 8 satellites en moyenne, service de correction swiss@t)) et calés sur les points supérieurs de la région. Les mesures brutes ont dénoté d'un écart systématique de – 1.25 cm en E et + 1.4 cm en N en moyenne par rapport aux coordonnées officielles MN95 des points de rattachement, écart qui a pu être mis en évidence grâce à une orientation systématique du rover au Nord et a par la suite été corrigé exactement par transformation de Helmert des sessions.

Il est à noter que la commune de Châtonnaye est en frontière avec le canton de Vaud dans une « zone de transition » de triangulation dans le cadre de référence MN03 et que des points vaudois comme fribourgeois ont été utilisés dans le cadre de cette campagne.

Six points prévus ont dû être abandonnés (soit détruits, soit inutilisables) et ont été remplacés par des PFP2 ou PFP3 proches. Pour le surplus, les points retrouvés étaient en état suffisamment bon pour être utilisés.

La nouvelle compensation, en planimétrie uniquement, a nécessité la récupération des fichiers LTOP de l'adjudicataire avec certaines difficultés liées au fait que les PFP3 livrés ne correspondaient pas exactement aux fichiers de mesures (changement de numéros, corrections pas documentées, etc.).

Un recalcul de contrôle en MN03 a permis de constater quelques minimes différences avec les coordonnées en main du canton. Les coordonnées transformées par FINELTRA des points du réseau ont été utilisées comme coordonnées provisoires pour les nouveaux points et comme coordonnées définitives pour les orientations lointaines. Ainsi, dans LTOP, les accroissements calculés représentent exactement l'écart entre les coordonnées FINELTRA et les coordonnées compensées.

Seuls le PFP1 Forel (1184/300), cinq PAT : Trey VD (1204/511), Sédeilles VD (1204/525), Rossens VD (1204/536), Marnand VD (1204/4192) et Villarimboud FR (1204/6282) et sept PC : 1204/516, 1204/518, 1204/620, 1204/622 (Châtonnaye), 1204/630, 1204/718 (Villarimboud), 1204/6101 (Middes) sont considérés comme points de rattachement avec leurs coordonnées déterminées dans MN95. Les orientations **lointaines**, ont été introduites avec leurs coordonnées **transformées** par FINELTRA de MN03 vers MN95. Les deux nouvelles sessions ont été ajoutées aux mesures. Ainsi les PFP3 mesurés en MN95 ne servent pas de points de rattachement en tant que tel, mais ont deux mesures en MN95.

Les quotients lors des calculs libre (0.59) et forcé (0.63) confirment la haute qualité des coordonnées officielles et la bonne qualité des mesures en MN95.

Pour les points connus en MN95 seulement par transformation par FINELTRA les valeurs vis-à-vis des mesures compensées étaient les suivantes :

Ecart entre les mesures swiss@t compensées et les coordonnées MN95 transformées par FINELTRA des PFP2/3			
Numéro	Delta E (cm)	Delta N (cm)	Remarques
680470005	+3.9	+4.3	Village En moyenne +3.8 cm et +4.2 cm
680470013	+3.7	+4.6	
680470045	+3.9	+3.7	
680470048	+3.6	+4.2	
680470141	-0.4	+4.2	Nord de la commune
1204 418	-3.7	+1.1	Ouest de la commune
680470161	-2.0	+2.8	Centre ouest de la commune
680470178	+4.4	+6.6	Est de la commune En moyenne +4.7 cm et +6.1 cm
680470189	+5.0	+5.6	
680470230	+1.9	+4.8	Centre de la commune
1204 629	-1.1	+2.2	Sud-est de la commune, point légèrement penché, tel qu'utilisé dans la mensuration
1204 629	3.8	+7.0	Sud-est de la commune, point légèrement penché selon coordonnées officielles avant mensuration

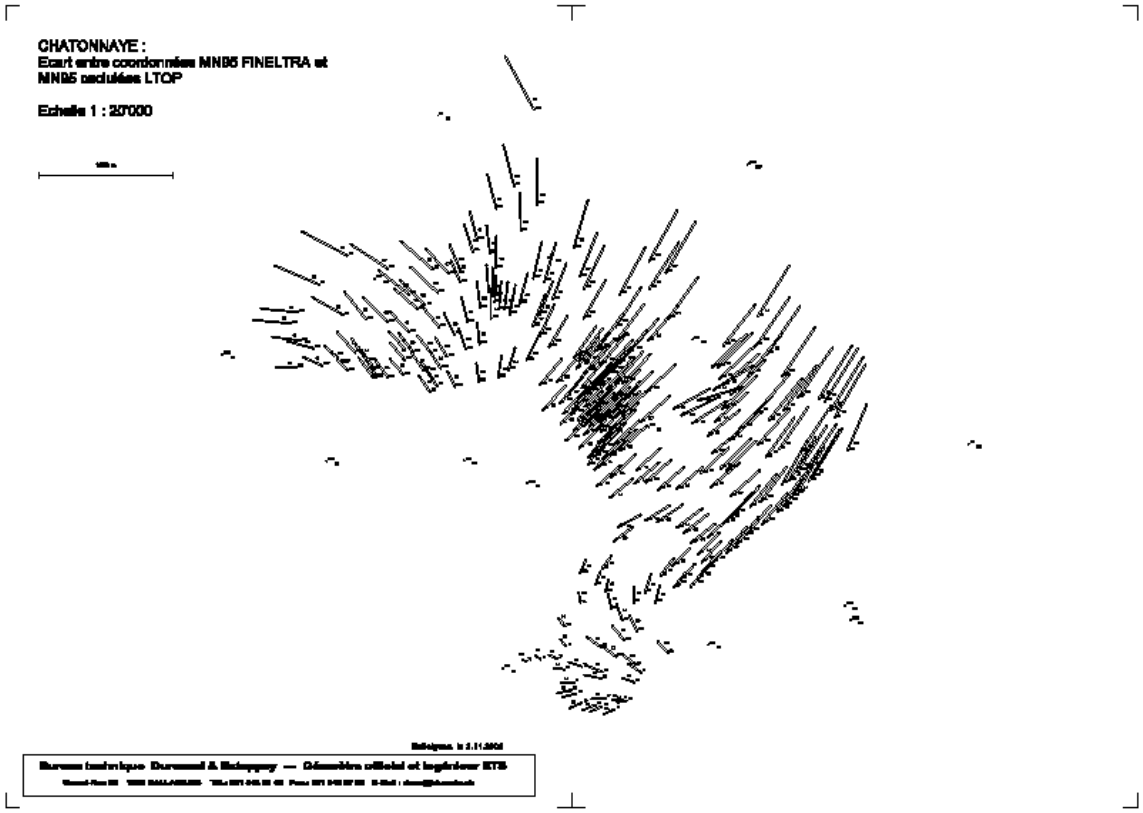


Figure 81: Ecarts résiduels entre coordonnées transformées par FINELTRA et issues de la compensation LTOP

En comparant les coordonnées transformées et recalculées, des systématismes locaux apparaissent de manière remarquable en fonction des triangles, avec des écarts homogènes localement. Autour du PAT de Rossens qui a été utilisé comme point de rattachement aussi bien dans MN03 que dans MN95 les écarts tendent vers zéro. Les PAT de Marnand et Sédeilles exercent encore une influence positive sur les écarts. Dans les zones éloignées des PAT les écarts avec MN95 atteignent facilement 6 à 9 cm sans toutefois dépasser 10 cm. L'introduction d'un PAT supplémentaire au centre de Châtonnaye aurait probablement divisé par deux les écarts pour la zone village. A l'Ouest et à l'Est par contre, une amélioration de la transformation n'était, avec les PC connus lors de la densification, impossible à faire.

L'amélioration de la qualité par nouvelle compensation est donc considérable puisqu'elle permet de passer d'un écart moyen de l'ordre de 4 à 5 cm à des valeurs nulles pour les PFP3 et à des valeurs de 1 à 3 cm pour les points de détail si on les interpolait sur la base des écarts constatés sur les PFP3.

Les travaux de mesure, de compensation et d'analyse sont revenus à environ 10'000.- en partie dus à la gestion des fichiers de mesures anciens pas livrés au canton. Par contre, les mesures MN95 nécessaires à la nouvelle compensation ont pu être réalisées de manière très rapide et sans grands problèmes. La compensation en MN95 n'a en elle-même pas posé de problèmes importants.

Le test confirme la qualité « absolue » de MN95 aussi entre deux cantons et dans une zone de transition en MN03, aussi bien pour le PFP1, les PAT que les PC. Les mesures brutes GNSS sont déjà extrêmement proches des valeurs officielles des coordonnées MN95 des points supérieurs. Par contre, il montre des écarts significatifs, expression d'une transformation FINELTRA de la qualité correcte, pour les PC (4 à 8 cm sur les PFP2) et d'une qualité légèrement inférieure pour les PFP3 (jusqu'à 0 à 9 cm), à cause d'un PFP2 médiocre non contrôlé dans une zone forestière.

Suite à ce test, le fichier des paramètres du canton de Fribourg a pu encore être corrigé avant la publication de CHENyx06 et ainsi tenir compte d'écarts mis en évidence et éviter par la suite une opération de renouvellement.

Il faut noter enfin que la commune choisie était considérée comme ayant un réseau PFP3 « à problèmes », ce que la nouvelle compensation a confirmé et corrigé. Le résultat de la transposition CHENyx06 devrait en général être meilleur et ne nécessiter aucune nouvelle compensation.

8 Bibliographie

8.1 Organisation

La liste alphabétique ci-dessous contient une série de publications utiles. Elle n'est pas complète et contient également des contributions sur des méthodes de transformation peu utilisées dans notre pays. On trouvera d'autres documents dans les bibliographies des ouvrages cités.

Chaque ouvrage est présenté dans la règle selon le schéma suivant:

Nom de l'auteur ou de l'éditeur, (année de publication) : titre, nom de la revue, le magazine (numéro de l'année), lieu de publication, maison d'édition, pages, peut-être DOI ou ISBN.

8.2 Bibliographie

Ahrens, Burckhardt (2004): «Ein Algorithmus zur Restklaffenverteilung mit der Natural Neighbour Interpolation». Dans: *Der Vermessungsingenieur*. 55 (4), p. 286–290.

Albertz, Jörg; Wiggenhagen, Manfred (2009): *Taschenbuch zur Photogrammetrie und Fernerkundung*. 5., völlig neu bearbeitete und erweiterte Aufl. Heidelberg: Wichmann. — ISBN: 978-3-87907-384-9

ALGLIB IDW-Interpolation (2012): *inverse distance weighting interpolation/fitting*. (ALGLIB numerical analysis and data processing library).

Bolliger, Jakob (1967): *Die Projektionen der schweizerischen Plan- und Kartenwerke*. Winterthur: Druckerei Winterthur.

Buhmann, Martin D. (2003): *Radial Basis Functions: Theory and Implementations*. Cambridge, UK: Cambridge University Press (Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics). — ISBN: 0-521-63338-9

Carosio, Alessandro (1980): «Anwendung von Interpolationsverfahren in der Landestriangulation». Dans: *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik*. 78 (10), p. 405–407.

Carosio, Alessandro; Marti, Urs (2002): *Manuel TRANSINT*. Wabern: Office fédéral de topographie *swi*sstopo.

Dupraz, Hubert (1979): *Formules pour la transformation de coordonnées géographiques en coordonnées planes et la transformation inverse dans la Projection Suisse*. (Publication Nr. 10) Lausanne: IGM-EPFL.

Dupraz, Hubert; Stahl, Martin (1994): *Théorie des erreurs 3*. (Notes de cours) Lausanne: École Polytechnique Fédérale.

Egger, Dieter; Marti, Urs (1999): *Systèmes géodésiques de référence et transformations de coordonnées pour l'utilisateur du GPS*. (Rapport technique *99–20) Wabern:* Office fédéral de topographie *swi*sstopo.

Emery, Pauline; Ray, Jérôme; Ulrich, David (2013): *Manuel GeoSuite, Module TRANSINT, Module REFRAME*. Wabern: Office fédéral de topographie swisstopo.

Fischer, Beat; Brühlmann, Philipp (2006): «On the Application of Nonparametric Regression Methods to Geodetic Data». Dans: *XXIII FIG Congress, TS 63 – Geodetic Infrastructure and Theory*. München.

Fischer, Beat; Hegland, Markus (1999): «Collocation, Filtering and Nonparametric Regression». Dans: *Zeitschrift für Vermessungswesen*. 124 (1 et 2), p. 17-24 et 46-52.

Fischer, Beat; Sievers, Beat; Schwaninger, Michael (2003): «Nichtparametrische Regression am Beispiel der Helmerttransformation». Dans: *Geomatik Schweiz: Geoinformation und Landmanagement*. 101 (6), p. 346–347.

Fröhlich, Hans; Bröcker, Georg (2006): «Zum Verständnis der multiquadratischen Interpolation». Dans: *VDVmagazin*. 57 (1), p. 6–8.

Furrer, Michael; Sievers, Beat (2009): «Qualitätsindikatoren für den Bezugsrahmenwechsel LV03-LV95». Dans: *Geomatik Schweiz: Geoinformation und Landmanagement*. 107 (01), p. 20–24.

Göpfert, Wolfgang (1977): «Interpolationsergebnisse mit der Multiquadratischen Methode». Dans: *Zeitschrift für Vermessungswesen*. 102 (10), p. 457–460.

Haffner, Paul (2014) : « L'introduction réussie de MN95 dans le canton de Bâle-Ville ».Dans: *cadastre No. 15*, p. 4–7.

Hardy, Rolland L. (1972): «Geodetic applications of multiquadric analysis». Dans: *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*. 79 (10), p. 398–406.

Hettwer, Jochen; Benning, Wilhelm (2003): «Restklaffenverteilung mit der Natural-Neighbour-Interpolation». Dans: *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (AVN)*. 110 (4), p. 122–129.

Huguenin, Laurent; Merminod, Bertrand (2001a): *Estimation avancée: Transformation 2D*. (Notes de cours) Lausanne: École Polytechnique Fédérale.

Huguenin, Laurent; Merminod, Bertrand (2001b): *Estimation avancée: Transformation 3D*. (Notes de cours) Lausanne: École Polytechnique Fédérale.

Huguenin, Laurent; Merminod, Bertrand (2001c): *Estimation avancée: Transformation affine*. (Notes de cours) Lausanne: École Polytechnique Fédérale.

Kraus, Karl (2000): *Topographische Informationssysteme*. Köln: Dümmler (Photogrammetrie Band 3). — ISBN: 3-427-78751-6

Kuntz, Eugen (1990): *Kartennetzentwurfslehre*. 2. Aufl. Karlsruhe: Wichmann Herbert.

Lösler, Michael (2009): «Bestimmung der 7 Parameter einer Helmerttransformation mit Quaternionen». *Die Geodäten*. Accès le 24.10.2017 de http://diegeodaeten.de/quaternionentransformation.html.

Marti, Urs; Nocera, Rossella (2003): *Manuel FINELTRA Transformation affine de cordonnées planimétriques avec des éléments finis et conversion de MNO3 en MN95 et réciproquement*. Wabern: Office fédéral de topographie swisstopo.

Nebiker, Stephan; Sievers-Frey, Beat; Bleisch, Susanne (2002): *Transformation von Rasterdaten mit finiten Elementen. Schlussbericht zum Studienauftrag im Auftrag des CC RD/LV95 der swisstopo*. (Studie) Muttenz: FHBB Fachhochschule beider Basel.

Niemeier, W. (2008): *Ausgleichungsrechnung. Statistische Auswertemethoden*. 2. Aufl. Berlin: Walter de Gruyter. — ISBN: 978-3-11-019055-7

Ray, Jérôme; Marti, Urs (2009): *Manuel REFRAME*. Wabern: Office fédéral de topographie swisstopo.

Renka, Robert J (1988): «Multivariate Interpolation of Large Sets of Scattered Data». Dans: *ACM Transactions on Mathematical Software*. 14 (2), p. 139–148, DOI: 10.1145/45054.45055.

Schlatter, Andreas (2007): *Das neue Landeshöhennetz der Schweiz LHN95*. (Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz Nr. 72) Zürich: Schweizerische Geodätische Kommission.

Schlatter, Andreas; Marti, Urs (2007): *Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz «LV95». Teil 12: Landeshöhennetz «LHN95»*. (swisstopo Doku 20) Wabern: Office fédéral de topographie.

Schneider, Dieter; Gubler, Erich; Marti, Urs; Gurtner, Werner (2001): *Définition de la nouvelle mensuration nationale de la Suisse 'MN95'; 3e partie: Systèmes et cadres de référence terrestres»*. (Rapport 8) Wabern: Office fédéral de topographie swisstopo.

Shen, Y. -Z.; Chen, Y.; Zheng, D. -H. (2006): «A quaternion-based geodetic datum transformation algorithm». Dans: *Journal of Geodesy*. 80 (5), p. 233–239, DOI: 10.1007/s00190-006-0054-8.

Shepard, Donald (1968): «A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data». Dans: *Proceedings of the 1968 23rd ACM national conference*. New York, NY, USA: ACM (ACM '68), p. 517–524, DOI: 10.1145/800186.810616.

Thacker, William I. et al. (2010): «Algorithm 905: SHEPPACK: Modified Shepard Algorithm for Interpolation of Scattered Multivariate Data». Dans: *ACM Transactions on Mathematical Software - TOMS*. 37 (3), p. 1–20, DOI: 10.1145/1824801.1824812.

Vogel, Bruno et al. (2009): *Définition de la nouvelle mensuration nationale de la Suisse 'MN95'. 13ème partie* (Rapport 21) Wabern: Office fédéral de topographie swisstopo.

Wirth, Bruno (1990): «Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveauflächen, systematische Untersuchungen zur zukünftigen terrestrischen und GPS-gestützten Höhenbestimmung in der Schweiz». Zürich: ETH Zürich.

Wolf, Helmut (1981): «Multiquadratische Methode und Kollokation». Dans: *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (AVN)*. 88 (3), p. 89–95.

9 Liste des abréviations

() ancien nom

AGNES	Réseau GNSS automatique de la Suisse (Automatisches GNSS-Netz Schweiz)
AVN	Allgemeine Vermessungsnachrichten, D-Heidelberg
CHENyx06	Jeu de données officiel de la transformation pour le changement de cadre de référence planimétrique de MN03 vers MN95 et réciproquement
DGK	Deutsche Geodätische Kommission, D-München
DGW	Departement Geodätische Wissenschaften, EPFZ
EPFL	Ecole polytechnique fédérale de Lausanne
ETHZ / EPFZ	Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
FHNW (FHBB)	Fachhochschule Nordwestschweiz (Fachhochschule beider Basel), Muttenz
GNSS	Global Navigation Satellite System : expression générique qui rassemble les systèmes de radionavigation par satellites existants et à venir
Géomatique Suisse MPG	Revue de géoinformation et gestion du territoire (Mensuration, Photogrammétrie, Génie rural)
géosuisse (SSMAF)	Société suisse de géomatique et de gestion du territoire
IGM	Institut de géodésie et mensuration, EPFL
IGP	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, EPFZ
IGSO (SVIGGR)	Ingénieurs géomètres de Suisse Occidentale (Société vaudoise des ingénieurs géomètre et du génie rural)
MN03	Mensuration nationale 1903 (cadre de référence)
MN95	Mensuration nationale 1995 (cadre de référence)
OIT (SIT)	Office de l'Information sur le Territoire (Service de l'information sur le territoire), Etat de Vaud
OMO	Ordonnance du 18 novembre 1992 sur la mensuration officielle
OTEMO	Ordonnance technique du 10 juin 1994 sur la mensuration officielle
PAT	Point d'appui de la transformation, point mesuré dans les deux cadres de référence planimétrique (MN03 et MN95), servant de point d'ajustage dans le jeu de données ->CHENyx06
swisstopo	Office fédéral de topographie, Wabern
VDV	Der Vermessungsingenieur, Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation, D-Wiesbaden
VR	Zeitschrift Vermessungswesen und Raumordnung, D-Bonn
ZfV	Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, D-Augsburg