Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für Verteidigung,
Bevölkerungsschutz und Sport VBS

Bundesamt für Landestopografie swisstopo

Empfehlung für die Anwendung geometrischer Transformationsmethoden in der amtlichen Vermessung

vom 14. November 2017

Herausgeber
Geodäsie und Eidgenössische Vermessungsdirektion
Bundesamt für Landestopografie swisstopo
Seftigenstrasse 264, Postfach
CH-3084 Wabern

Tel. +41 58 469 01 11
Fax +41 58 469 04 59
infovd@swisstopo.ch
www.swisstopo.ch / www.cadastre.ch

Vorwort

Der technische Wandel führt in manchen Lebensbereichen zu sich verändernden Ansprüchen und Bedürfnissen. Die amtliche Vermessung mit einer über 100-jährigen Tradition nimmt sich davon nicht aus. Seit der Einführung des Schweizerischen Zivilgesetzbuches (ZGB) haben sich die Arbeitsmethoden in sich laufend beschleunigendem Tempo entwickelt. Als Folge davon wurden die technischen und rechtlichen Vorschriften laufend angepasst, tendenziell meist verschärft. Mit der laufenden Verbesserung des Angebotes stellt sich eine zunehmende gesellschaftliche Erwartungshaltung ein: Neben immer aktuelleren Geodaten werden vermehrt immer präzisere Georeferenzdaten gefordert.

Die amtliche Vermessung stellt neben dem Landeskartenwerk einen der wichtigsten Georeferenzdatensätze des Bundesrechts dar. Sie beruht in zahlreichen Gebieten auf Grundlagen, die nicht selten bis in die erste Hälfte des 20. Jahrhunderts zurückreichen. Die heutige Berufsgeneration sieht sich häufig mit der Aufgabe konfrontiert, Vermessungswerke, welche auf Jahrzehnte altem Beobachtungsmaterial und teilweise noch älteren Messtechniken beruhen, in moderne, den gegenwärtigen Ansprüchen genügende Geodatensätze zu überführen. Dort, wo aufgrund der technischen oder topografischen Verhältnisse keine direkte Beziehung messbar war, kann heute beispielweise mit GNSS-Empfängern eine solche direkt bestimmt werden. In vielen Fällen stören die Differenzen, die sich zwischen indirekter und direkter Beobachtung ergeben. Um ältere Vermessungswerke ohne kostenintensive Neuvermessung bzw. Zweitvermessung in die moderne Umgebung einzupassen, wurden verschiedene Methoden entwickelt, welche in Fachkreisen als Methoden der lokalen Entzerrung anerkannt werden.

Die vorliegende Empfehlung ist ein Hilfsmittel, das die Fachstelle «Eidgenössische Vermessungsdirektion» den Vermessungsfachleuten zur Verfügung stellt, damit sie im Umgang mit numerischen Daten kompetent und zielgerichtet ihre Aufgaben erfüllen können. Sie richtet sich vornehmlich an leitende Angestellte und Projektverantwortliche, welche mit der Umsetzung von geometrischen Entzerrungen betraut sind.

Aufgrund des rasanten technologischen Wandels, aber auch der grossen Nachfrage wegen, haben Sie, verehrte Leserin, verehrter Leser, bereits schon die 3. Auflage der «Empfehlung für die Anwendung geometrischer Transformationsmethoden in der amtlichen Vermessung» vor sich. Die vorhergehenden Auflagen wurden 2003 und 2008 veröffentlicht, damals noch als «Leitfaden».

Die vorliegende 3. Auflage ist, wie bereits schon die zweite, wiederum nur über Internet zugänglich, kann jedoch kostenlos als PDF heruntergeladen werden.

Marc Nicodet
Leiter des Bereichs «Geodäsie und Eidgenössische Vermessungsdirektion»

Wabern, im November 2017

Inhaltsverzeichnis

1 Benutzerhinweise[Text] ... 7
2 Einleitung ... 9
2.1 Eine lange Geschichte ... 9
2.2 Die Komplexität der Transformationsprobleme ... 10
2.3 Der Nutzen eines regelmässig nachgeführten Nachschlagewerkes ... 12
3 Typologie der Fälle ... 13
3.1 Übergang von einem geodätischen Bezugssystem zu einem anderen ... 14
3.1.1 Lokale Projektion ins moderne kartesische System ... 14
3.1.2 Übergang von der Bonne'schen Projektion zur Zylinderprojektion ... 14
3.2 Übergang von einem Bezugsrahmen zu einem anderen ... 15
3.3 Höhentransformationen ... 16
3.3.1 Einleitende Bemerkungen ... 16
3.3.2 Höhenarten ... 17
3.3.3 Unterschied zwischen Gebrauchshöhen LN02 und orthometrischen Höhen LHN95 ... 19
3.3.4 Ausgangslage und Konsequenzen für die Höhenbestimmung ... 20
3.3.5 Höhentransformation HTRANS ... 20
3.3.6 Höhentransformation LV95 (ell.) ⇔ LHN95 ⇔ LN02: Anwendung und Grenzen ... 21
3.4 Erneuerung von Festpunktnetzen ... 22
3.4.1 Umgang mit den Folgen der Neubestimmung einer Triangulation höherer Ordnung auf eine Triangulation niederer Ordnung ... 23
3.5 Abänderung eines lokalen LFP Netzes und der Detailpunkte als Folge einer Neubestimmung höherer Ordnung ... 24
3.5.1 Teilweise oder vollständige Neubestimmungen ... 25
3.5.2 Transformationen und Interpolationen ... 25
3.5.3 Neuberechnungen ... 26
3.5.4 Notwendige Kontrollen ... 27
3.6 Integration von GNSS-Messungen in das Koordinatensystem der amtlichen Vermessung ... 27
3.7 Integration «photogrammetrischer» Aufnahmen in das Koordinatensystem der amtlichen Vermessung ... 28
3.8 Integration digitalisierter Pläne in das Koordinatensystem der amtlichen Vermessung ... 29
3.8.1 Ursprünglich verwendete Aufnahmemethoden ... 30
3.8.2 Beschaffenheit der zu transformierenden Pläne ... 30
3.8.3 Bezugssysteme der Pläne ... 31
3.8.4 Anfänglicher Numerisierungsstand ... 32
3.8.5 Numerisierungsmethoden ... 32
3.8.6 Zu betrachtende Koordinatenarten ... 33
3.9 Vervollständigung durch Numerisierung einer klassischen numerischen Vermessung ... 33
4 Aufzählung der Methoden ... 35
4.1 Einleitung ... 35
4.2 Transformationen ... 35
4.2.1 Allgemeines ... 35
4.2.2 Allgemeiner Ausdruck einer Transformation ... 36
4.3 Die Projektionen ... 37
4.3.1 Die Schweizer Projektion (aktuelle) ... 37
4.3.2 Die Bonne'sche Projektion ... 40
4.4 Die Polynom-Transformationen ... 41
4.4.1 Allgemeines zu den Polynom-Transformationen ... 41
4.4.2 Direkte Transformation geografischer Landeskoordinaten ... 42
4.4.3 Direkter Übergang von der Bonne'schen zur Zylinderprojektion ... 43
4.4.4 Lineare 2D Transformationen, Allgemeines ... 43
4.4.5 Affine Transformation ... 44
4.4.6 Ähnlichkeitstransformation genannt Helmert-Transformation ... 47
4.4.7 Lineare 3D Transformation ... 51
4.4.8 7-Parameter-Transformation ... 52
4.4.9 Transformation von WGS84- (GNSS-) Koordinaten in Landeskoordinaten ... 56
4.4.10 Direkte Transformation von WGS84- in beliebige lokale kartesische Koordinaten ... 57
4.5 Interpolationen ... 57
4.5.1 Allgemeines ... 57
4.5.2 Sektorweise Interpolation (Dreiecksaffinität) ... 58

4.5.3 Interpolation nach gewogenem Mittel ... 63
4.5.4 TRANSINT ... 64
4.5.5 Shepard Methode und modifizierte Shepard Methode ... 66
4.5.6 Die CDL-Methode ... 70
4.5.7 Polynom-Interpolation ... 72
4.5.8 Interpolation nach kleinsten Quadraten (Einfaches Interpolationsmodell) ... 73
4.5.9 Multiquadratische Analyse (Interpolation mittels Flächensummation) ... 75
4.6 Allgemeines Transformations-Interpolations-Modell ... 77
4.7 Schätzmethoden ... 81
4.7.1 Maximum-Likelihood-Methode ... 81
4.7.2 Methode der kleinsten Quadrate ... 82
4.7.3 Die «robuste» Methode ... 82
4.7.4 Die Methode «divide et impera» ... 84
5 Aufzählung der Systeme und Programme ... 85
5.1 Einleitung ... 85
5.2 Einige verfügbare Systeme ... 85
5.3 Verfügbare Programme ... 87
5.3.1 Geodätische Software von swisstopo ... 87
6 Fallweise unterschiedliche Bearbeitung ... 91
6.1 Allgemeines ... 91
6.1.1 Lösungsansätze ... 91
6.1.2 Qualität «a priori» der Passpunkte ... 91
6.1.3 Allgemeines Entscheidungsschema ... 94
6.2 Analysemethoden und Werkzeuge ... 97
6.2.1 Komponenten der Abweichungen ... 97
6.2.2 Analyse der ursprünglichen Abweichungen ... 98
6.2.3 Darstellung der Abweichungen ... 100
6.2.4 Verwaltung der Passpunkte ... 102
6.2.5 Kriterien für die Bildung von Affinitätsdreiecken (Lineare Transformation durch finite Elemente) ... 105
6.3 Übergänge von einem Referenzsystem zu einem anderen ... 113
6.4 Änderung eines Bezugsrahmens ... 114
6.5 Erneuerung von Festpunktnetzen ... 116
6.5.1 Reine Koordinatentransformation ... 116
6.5.2 Teilweise Neubestimmung und Transformation ... 117
6.5.3 Teilweise Neubestimmung und Neuberechnung ... 117
6.5.4 Vollständige Neubestimmung ... 117
6.6 Integration von GNSS-Messungen ... 118
6.6.1 GNSS-Messungen im DGNSS-Modus oder im Navigations-Modus ... 119
6.6.2 Programme ... 119
6.7 Integration von Koordinaten aus photogrammetrischer Aufnahmen ... 119
6.8 Vollständige Digitalisierung von Plänen ... 120
6.8.1 Endgültig anerkannte halbgrafische Vermessungen ... 120
6.8.2 Provisorisch anerkannte grafische Vermessungen ... 121
6.8.3 Integration von örtlich sehr begrenzten Elementen in einen numerischen Bezugsrahmen ... 124
6.9 Transformation von gescannten Bildern (Rasterdaten) ... 125
6.10 Transformation von komplexen Daten der Informationssysteme ... 127
6.11 Erneuerung und Integration der Vermessungen in LV95 ... 128
6.12 Transformation von Geodaten in Folge von Fixpunktnetzerneuerungen ... 129
7 Konkrete Beispiele und Erfahrungen ... 133
7.1 Allgemeines ... 133
7.2 Anpassung bestehender Vermessungen an die neue Triangulation im Kanton Waadt ... 133
7.2.1 Transformation der numerischen Vermessungsoperate im Kanton Waadt ... 133
7.2.2 Numerisierung der halbgrafischen Grundbuchpläne des Kantons Waadt ... 134
7.3 Digitalisierung grafischer Vermessungen ... 142
7.4 Übergang von LV03 zu LV95 ... 142
7.4.1 IGP/ETHZ-Test im Tessin ... 142
7.4.2 Test Stadt Zug ... 144
7.4.3 Grenze Waadt - Genf ... 147
7.4.4 Homogenisierung von Festpunktnetzen ... 148

7.4.5 Einführung von LV95 im Kanton Basel-Stadt 149
7.5 Übergang Bonne-Projektion ⇔ Zylinderprojektion 154
7.5.1 Bière (Waadt) 154
7.5.2 Visp (Wallis): Einsatz von TRANSINT für eine Erneuerung und Transformation von LFP3 154
7.6 Beispiel für die Integration mit GNSS ermittelter Koordinaten 158
7.7 Helmert-Transformation mit nichtparametrischer Regression 163
7.8 Neuausgleichung der LFP3 der Gemeinde Châtonnaye in LV95 168
8 Literaturverzeichnis 173
8.1 Organisation 173
8.2 Literaturverzeichnis 173
9 Abkürzungen 177

1 Benutzerhinweise[Text]

Die vorliegende Empfehlung ist so strukturiert, dass der Benutzer direkt an der für die Lösung seines Problems relevanten Stelle einsteigen kann. Beachten Sie deshalb die Vorschläge auf der nachfolgenden Liste, um die Transformationsprobleme gezielt angehen zu können:

Sich mit dem Thema vertraut machen **Kapitel 2, Seite 9**

Sie möchten die bei der Transformation geometrischer Grössen in numerische Form auftretenden Probleme näher kennen lernen. Im Kapitel 2 finden Sie hierzu einen kurzen historischen Abriss sowie einige generelle Betrachtungen zum Thema.

Die Art des Problems bestimmen **Kapitel 3, Seite 13**

Sie haben ein Transformationsproblem, wissen aber nicht, in welche typische Kategorie von Problemen es gehört. Im Kapitel 3 finden Sie daher ein Verzeichnis der verschiedenen, bereits aufgetretenen Fälle. Versuchen Sie, Ihre konkrete Problematik einem dieser bereits bekannten Fälle zuzuordnen.

Evaluation der theoretischen Lösungen **Kapitel 4, Seite 35**

Sie möchten die bestehenden Algorithmen kennen lernen, um Ihren Transformationsfall zu lösen. Im Kapitel 4 werden sowohl eine Reihe von Transformationen und Interpolationen einschliesslich der mathematischen Formeln als auch die Auswirkungen und Grenzen der betrachteten Methoden beschrieben.

Betrachtung der bereits bestehenden Programme **Kapitel 5, Seite 85**

Sie haben die Methode gefunden, die Sie interessiert und möchten nun die in der Schweiz verfügbaren, auf dieser Methode beruhenden Programme kennen lernen. Im Kapitel 5 werden daher die swisstopo-Produkte und einige Angaben über Systeme und Programme mit ihren jeweiligen Eigenschaften beschrieben.

Abschätzung des Arbeitsumfangs **Kapitel 6, Seite 91**

Sie möchten wissen, ob die von Ihnen in Betracht gezogene Lösung den Mitteln entspricht, die Sie zur Lösung Ihres Problems investieren können. Im Kapitel 6 finden Sie eine Abschätzung zum Kosten/Nutzen-Verhältnis der verschiedenen Methoden.

Die endgültige Wahl der Lösung **Kapitel 6, Seite 91**

Ebenfalls im Kapitel 6 finden Sie eine Abschätzung zur Tauglichkeit der einzelnen Lösungen.

Die Suche nach konkreten Quellenangaben **Kapitel 7, Seite 133**

Sie sind interessiert, konkrete Erfahrungen kennen zu lernen; Im Kapitel 7 werden einige bereits realisierte Beispiele erläutert.

Die Suche nach theoretischen Grundlagen **Kapitel 8, Seite 173**

Sie suchen Quellenangaben über Arbeiten zum Thema. Kapitel 8 verweist auf eine Reihe von Arbeiten und Artikeln, in denen Sie nachschlagen können.

2 Einleitung

2.1 Eine lange Geschichte

Seit Jahrhunderten haben die Vermesser für die Abbildungen der Erdkugel Modelle erschaffen, die zunehmend komplexer wurden. Die Realität liess sich nicht ohne ein Abstraktionsvermögen abbilden: In der Tat erfordert die dreidimensionale Darstellung der Realität in Geoinformationssystemen bzw. auf Plänen oder als bestimmte Gegenstände die Beherrschung des Massstabs (um die Grösse der Objekte umrechnen zu können), der Projektion auf eine ebene Fläche, der verschiedenen Abbildungsarten je nach Blickwinkel usw.

Die Berechnung des Umfangs oder der Fläche der dargestellten Objekte, die Bestimmung ihrer Position durch Distanzmessungen und Koordinaten haben durch den Gebrauch von Zahlen, die mittels algebraischer Formeln umgewandelt werden, zu einem noch höheren Ausmass an Abstraktion geführt.

Vom Grafischen zum Numerischen

Der Plan und die Karte sowie die Art ihrer Entstehung – durch Handzeichnung von direkt im Gelände erfassten Elementen – wurden in zunehmendem Mass durch Aufnahmemethoden ergänzt, die mehr und mehr auf numerische Lösungen zurückgriffen. Der visuelle Vergleich und die visuelle Einpassung von Plänen durch Überlagerung oder Durchstechen sind dem Vergleich von Zahlen und durch Berechnen der Koordinaten bestimmter Positionen gewichen. Die Aufgabe wurde immer wichtiger, mathematische Zusammenhänge zwischen verschiedenen Koordinatensystemen aufzudecken. Elementare Geometrie, Trigonometrie sowie Ausgleichungsmethoden gewannen stetig an Bedeutung.

Der Beitrag der Photogrammeter

Sind die wesentlichen Methoden seit langem durch die Mathematiker und ihre gefestigten Algorithmen beschrieben, so sind es zweifellos die Photogrammeter und Triangulationsspezialisten, denen wir den grossen Sprung nach vorn in der Praxis der geometrischen Transformationen verdanken.

Tatsächlich hatte sich nämlich die Mehrheit der Vermessungsingenieure lange Zeit damit begnügt, mit möglichst wenig Rechenaufwand und unkomplizierten numerischen Elementen zu rechnen (Polygonierung, polare und kartesische Koordinaten usw.), um sogleich auf den Plänen zu arbeiten, wo der Einbezug der verschiedenen Datenquellen vor allem durch die Kunst des Zeichners bestimmt wurde.

Um ihre Fotos auszuwerten und Pläne zu produzieren, mussten die Photogrammeter die globalen Beziehungen und Faktoren bestimmen und sich möglichst vollständig von den grafischen Lösungen und – sofern möglich – auch von den Detailelementen lösen.

Andererseits waren den Geometern, welche die Triangulation berechnet hatten, die Probleme seit Jahren bekannt, die bei der Verwaltung der Messungen, der Ausgleichung und der Transformation auftreten. Die numerische Auswertung ihrer Daten und die numerische Beschaffenheit der gewonnenen Ergebnisse (Koordinaten der Triangulationspunkte) veranlassten sie dazu, sich für die numerische Erfassung ihrer Daten zu interessieren.

Von der Handrechnung zur Informatik

Es ist kein Zufall, dass andere Geometer lange Zeit die geometrischen Transformationen «vernachlässigt» haben, weil die auszuführenden Rechnungen immer sehr mühsam waren: die Suche und Ausgleichung der Parameter und die Berechnung der Detailpunkte waren deshalb notwendige Operationen, die eine intensive und mühsame Benutzung der trigonometrischen Wertetabellen erforderten. Die Präzisionsberechnungen erfolgten immer mit Hilfe der Logarithmentafeln.

Die mechanischen und später die elektromechanischen Rechenmaschinen erlaubten eine zunehmende Beschleunigung elementarer Berechnungen, aber die komplexen Formeln wurden systematisch linearisiert und vereinfacht, um aus arithmetischen Grundoperationen hervorgehende komplexe Berechnungen zu vermeiden.

Die Einführung der elektronischen Rechner und der Computer beeinflusste die Dinge entscheidend:

- Einerseits gehörten die Berechnungen von immer komplizierter werdenden Funktionen dank den immer leistungsfähigeren Rechnern zum Standard: verknüpfte Funktionen, ausreichende Anzahl signifikanter Ziffern, Reduktion von Grössen, sehr hohe Geschwindigkeit und ein erschwinglicher Preis.
- Andererseits wurden strenge Ausgleichungen für zunehmend komplexere Ausgleichungssysteme möglich, die immer mehr Daten – dank immer leistungsfähigerer und schnellerer Computer und Programme – mit einer immer benutzerfreundlicheren Datenverwaltung verbinden konnten.

Das Bedürfnis nach Informationssystemen

Die Bereitstellung integrierter Geoinformationssysteme, in denen verschiedene bodenbezogene Daten in kohärenten Systemen miteinander verknüpft werden, führt zwangsläufig zu der Notwendigkeit:

- einerseits die Daten zu numerisieren und computergestützt zu verarbeiten,
- und diese Daten andererseits mit Algorithmen zu bearbeiten, um sie mittels einen gemeinsamen Referenzsystem kohärent zu machen.

Das Nebeneinander von untereinander nicht kohärenten und in unabhängigen Systemen gespeicherten Daten gehört somit der Vergangenheit an, so dass zunehmend gezielte Homogenisierungen nötig sein werden, um die Daten bestmöglich zu integrieren.

Der neue Bezugsrahmen LV95

Die Bestimmung eines neuen Bezugsrahmens für die Landesvermessung durch GNSS-Messungen führte zur Einrichtung einer Transformationsstrategie für die amtliche Vermessung und die Benutzerdaten. Eine vollständige Umformung der Gesamtheit der amtlichen Koordinaten und der darauf aufbauenden Datenbestände ist somit zwingend. Diese Umformung kann allerdings nur in einem absolut strikten und kohärenten technischen und administrativen Rahmen geschehen.

2.2 Die Komplexität der Transformationsprobleme

Keine «Wunderlösung»

Soviel sei schon vorausgeschickt: Diese Arbeit will und kann kein «Wunderrezept» enthalten. Auf dem Gebiet der Transformation gibt es keine vollkommene Lösung; daher muss jedes Transformationsproblem analysiert werden. Dabei muss es hinsichtlich seiner spezifischen Charakteristika, der zur Verfügung stehenden technischen und finanziellen Mittel wie auch in Abhängigkeit der zu verfolgenden Ziele eingehend betrachtet werden. Eine rasch erzielte Lösung mag zwar für Daten von geringer Qualität (z.B. für Bachläufe, die mit geringer Genauigkeit bestimmt wurden) akzeptabel sein, ist jedoch keineswegs als Datenmaterial für ein städtisches Kataster geeignet, wo die Qualität, die Bedeutung, die Vermischung, die Dichte und die Nachbarschaftsbeziehungen der Informationen sehr hoch sind.

Zu unterstreichen ist ausserdem die Tatsache, dass «mustergültige» mathematische Ansätze zu völlig enttäuschenden Ergebnissen führen können, wenn das Modell, auf dem sie beruhen, nicht mit der Art der zu bearbeitenden Daten übereinstimmt. So kann die Anwendung einer affinen Transformation oder eine unüberlegte Interpolation auf Daten, die als winkeltreu gelten, ebenso unheilvoll sein (Zerstörung der Winkelqualität), wie die Anwendung einer Helmert-Transformation, die genaue systematische Eigenschaften (Massstab, Rotation, Translation) voraussetzt, auf total zufällig verteilte Klaffungen.

Zudem darf man nicht hoffen, eine endgültige Lösung «auf Anhieb» zu erhalten. Nur schon die Wahl der Passpunkte erfordert Versuche und qualifizierte Auswahlverfahren. Ebenso die Beurteilung, ob das verwendete Transformationsmodell geeignet ist.

Also, noch ein letztes Mal:

Auf dem Gebiet der Transformationen gibt es weder «Wunderlösungen» noch sofortige Endergebnisse.

Ausrichtung auf allgemeingültige oder auf besondere Fälle?

Seit Jahren bearbeiten die Geometer ihre numerischen Daten mit den althergebrachten Mitteln. Nur zögerlich und mit einer grossen Portion Skepsis wagten sie sich an die Lösung ihrer Probleme mit immer ausgeklügelteren Transformationen.

Das Anliegen dieser Empfehlung besteht darin, die Probleme in grosse Kategorien einzuordnen, um die isolierte Lösung von Spezialfällen hinter sich zu lassen. Dieses Bestreben kann jedoch nur unter Mitwirkung einer berufspraktisch denkenden, «kritischen» Leserschaft zum Erfolg führen, welche ihre Erfahrungen an die Fachstelle «Eidgenössische Vermessungsdirektion» weiterleitet und somit zur Berichtigung und Ergänzung dieses Dokuments beiträgt. Auf dem Gebiet der Transformationen ist es heute nicht mehr haltbar, nach dem «Schritt für Schritt»-Prinzip vorzugehen oder im stillen Kämmerlein zu versuchen, seine Probleme «auf gut Glück» zu lösen.

Einige funktionale Einschränkungen der Transformationen und Interpolationen müssen noch festgelegt werden:

Globale Lösungen sind mathematisch immer schwerfällig. Sie erlauben zwar einerseits, Millionen von Daten ohne manuelle Eingriffe effizient zu behandeln, übergehen jedoch andererseits eher undifferenziert die allfälligen Spezialfälle und riskieren, lokale Besonderheiten auszuebnen, die in ihrem Modell schlecht integriert sind.

Im Gegensatz dazu bringt eine **ausgeklügelte Behandlung** Eigenheiten oder die Berücksichtigung lokaler Trends einen erheblichen manuellen Bearbeitungsaufwand mit sich, was sich in der Notwendigkeit spitzfindiger Zerlegungen und einer schwerfälligen und kostspieligen Datenverwaltung äussert.

Hilfe bei der Entscheidung

Das angestrebte Ziel der vorliegenden Empfehlung besteht darin, den Anwendern bei der richtigen Wahl im Bereich der Transformationen und Interpolationen zu helfen.

Die getroffene Entscheidung sollte auf einer genauen Kenntnis der Datenart und auf den verfolgten Zielen beruhen. Der globale Blickwinkel des Ingenieurs während der Bearbeitung ist also auch weiterhin gefordert.

Die folgenden Ausführungen entheben den Ingenieur keinesfalls von der Verantwortung für die von ihm vorgenommenen Operationen. Erst zusätzliches Nachdenken in der gemäss den Regeln der Ingenieurkunst gebotenen Schärfe verleiht der vorliegenden Empfehlung sein volles Potenzial.

Die Gefahr von «Blackbox» Lösungen

Der Ingenieur, der verschiedene Datenquellen integriert ist gefordert, Lösungen mit Informatiksystemen anzubieten, die Geodaten verwalten. Solche «schlüsselfertigen» Lösungen haben in der Regel eine passable Qualität, dürfen aber nicht unüberlegt verwendet werden. Welche Methode verbirgt sich in der Software? Ist die Genauigkeit der Arbeit dokumentiert? usw. Ein Versprechen des Verkäufers von der Art «Seien Sie unbesorgt, diese Lösung befriedigt genau Ihre Bedürfnisse» ist in allen Fällen ungenügend.

Interpolationen und grobe Fehler

Einer weiteren Fehleinschätzung soll hier ebenfalls vorgebeugt werden:

Transformationen und Interpolationen für sich führen weder zur Korrektur von «versteckten» groben Fehlern noch zur automatischen und systematischen Verbesserung der Gesamtheit der Daten.

Eine Vermessung von generell schlechter Qualität kann nur teilweise verbessert werden:

- Die **groben Fehler**, die in den zu behandelnden Originaldaten versteckt sind, sollen aufgedeckt werden und können nur bei Daten abgeschätzt werden, die Gegenstand neuer strenger Ausgleichungen, Ergänzungsaufnahmen oder neuer Kontrollen sind.
- **Systematische Abweichungen** der Originaldaten, wie die Massstabsungenauigkeiten, können nur auf globale Art behoben werden, ohne jedoch den verschiedenen (lokalen) Abweichungen Rechnung zu tragen.
- **Restklaffungen** in den Passpunkten können interpoliert werden, wenn sie eine genügende Systematik aufweisen und nicht nur partiell vorliegen. Dies jedoch nur in begrenzten Gebieten und nur unter Beachtung der allgemeinen Normen, die a priori festgesetzt wurden.
- **Bedienungs- und Übertragungsfehler** der mit Hilfe der Originaldaten bestimmten Werte können nur mittels neuer Berechnungen oder eines entsprechenden Kontrollverfahrens (z.B. durch Neubestimmung und Flächenvergleich) aufgespürt werden.
- die **globale Unsicherheit** der Originaldaten kann zwar durch die Standardabweichungen (mittlere Fehler) der Transformationen abgeschätzt aber nicht grundlegend verbessert werden.

2.3 Der Nutzen eines regelmässig nachgeführten Nachschlagewerkes

Eine erste Zusammenstellung der gesammelten Erfahrungen

Dieses Dokument liegt nun schon in seiner dritten Version vor und nimmt nicht für sich in Anspruch, das Thema der Transformationen erschöpfend zu behandeln. Es zeigt lediglich die Möglichkeiten in diesem Bereich auf, soweit sie den Autoren bei Redaktionsschluss bekannt waren.

Die aktuelle Entwicklung der Georeferenzierung in allen Bereichen erfordert es auch, sich für Datenmengen über unsern Lebensraum zu interessieren, die vollständig von Dritten erarbeitet worden sind, denen die amtliche Vermessung und deren Anforderungen vollständig fremd sind. Besonders eine 3D Referenzierung ist in vielen Bereichen üblich geworden.

Die von den Lesern in der Praxis gesammelten Erfahrungen werden diese Arbeit gewiss rasch weiter bereichern, wenn sie konkrete Beispiele und neue Erkenntnisse beitragen.

Künftige Forschungen über Methoden, neu entwickelte Programmsysteme sowie neu hinzugewonnene Erkenntnisse werden die Arbeit im Laufe der Jahre ergänzen und aktuell erhalten.

3 Typologie der Fälle

Im Rahmen der amtlichen Vermessung sind die im Bereiche von Transformationen zu bearbeitenden Fälle von zwei Arten:

- Einerseits die Probleme der Integration endogener Daten der amtlichen Vermessung, deren Form (analog) oder Bezugsrahmen (Bonne, LV03) nicht dem aktuellen Standard entsprechen. Diese Daten entstanden während der Geschichte der AV. Sie sind heute manchmal schwer neu zu erheben und erfordern verschiedene Behandlungen im aktuellen Informationssystem der AV, um wieder hergestellt und integriert zu werden. In der Regel handelt es sich um Transformationsarbeiten, die nur auf dem Niveau der planimetrischen Daten auszuführen sind.
- Anderseits die Probleme der Integration mit exogenen Daten in die amtliche Vermessung. Sie hängen zusammen mit der Entwicklung der allgemeinen Numerisierung der verschiedenen Sektoren der menschlichen Tätigkeit im Hoheitsgebiet. 3D Geländemodell, Leitungskataster, aus Punkthaufen zusammengesetzte Bilder, Architekturdossiers in Form von BIM usw. Es geht auch in einem gewissen Sinne einer Anpassung darum, AV-Daten in exotische Referenzsysteme zu überführen und in einem anderen Sinne um eine Wiederverwertung von Daten aus solchen Systemen, um bestimmte Aspekte der AV zu verbessern, wie beispielsweise der ÖREB Kataster oder das Stockwerkeigentum. Ein Merkmal dieser Behandlungen ist die Notwendigkeit, die dritte Dimension zu meistern, entweder direkt durch Transformation von 3D Daten, oder durch Aufteilung der Bearbeitung in 2D+1 Dimensionen.

Die verschiedenen Kapitel behandeln die endogenen Daten, mit Ausnahme von Kapitel 3.7, das sich mit exogenen Daten befasst. Schliesslich ist festzustellen, dass ein Teil der Erfahrungen mit alten AV Daten allmählich ihre Bedeutung verliert, da diese Daten bald alle integriert oder ersetzt worden sind.

Feststellungen

Die fortschreitende Einführung numerischer Methoden im 20. Jahrhundert hat Schwächen in der Referenzierung und in der Genauigkeit der bestehenden Vermessungen sichtbar gemacht:

- eine oft sehr **unterschiedliche Qualität der Triangulation 4. Ordnung in LV03,** die aus einem «punktweisen Aneinanderreihen» bei der Bearbeitung resultierte. Dies erzeugte Spannungen zwischen relativ nahe beieinander liegenden Punkten, hervorgerufen durch verschiedene schlecht koordinierte Koordinatenberechnungen,
- **Berechnungslücken sowie Schwächen in der Ausgleichung**, insbesondere in bestimmten Polygonnetzen, die auf vereinfachte Weise ausgeglichen wurden, einzig strukturiert mit Hilfe von Knotenpunkten und einer einfachen Hierarchie von Haupt- und Nebenzügen,
- **beträchtliche Massstabsfaktoren**, grob korrigiert, ja sogar mehr oder weniger ignoriert bei halbgrafischen Vermessungen mittels optischer Distanzmessung,
- **Unzulänglichkeiten** bei den in der Vergangenheit ausgeführten **Überbestimmungen und Kontrollen** der Messungen,
- **Schwachpunkte** in der Genauigkeit der **Nachführungsmethoden** (z.B. näherungsweise Rekonstruktion der Festpunkte),
- **Inkohärenzen**, die im Zuge der **Nachführung** entstanden sind (z.B. schlechte Einpassung neuer Daten in alte vorhandene).

Die Numerisierungen brachten noch weitere Probleme zum Vorschein:

- physischer **Verzug** der Kartonpläne, auf die die Daten übertragen wurden,
- Koordinatenachsen, die später auf bestehende Pläne aufgetragen wurden; diese Achsen waren gegenüber dem offiziellen System verschoben,
- **inhaltliche Inkohärenzen** an den **Plangrenzen** sowie in öffentlichen Grundstücken, hervorgerufen von unvollständigen Nachführungen (fehlende Daten, unterschiedliche Gewässerläufe, usw.)
- **Lücken** in der Nachführung der **übrigen** Daten (ausser dem Grundeigentum; vom Bearbeiter ignoriert).

Die Erfahrungen dieser letzten Jahre im Bereich der geometrischen Transformationen von AV Daten erlauben heute, klassische Fälle zu unterscheiden und bei der Problemanalyse nicht bei null zu beginnen sondern von Analysehilfen und Lösungen zu profitieren.

Mit der Einführung der AV93 werden im Bereich der numerischen Datenverwaltung neue zusammenhängende Grundlagen festgelegt, mit denen die Vorgänge systematisiert und die verschiedenen Probleme in ihrem jeweiligen Zusammenhang angepackt werden können, um schliesslich zu Lösungen zu gelangen, die jedem Einzelfall Rechnung tragen. Insbesondere sind die Beurteilungskriterien bestehender Daten klar festgelegt in den «Richtlinien zur Bestimmung von Fixpunkten der Amtlichen Vermessung» (November 2005, aktualisiert Dezember 2009 und Dezember 2010) einerseits und in den «Richtlinien für die Beurteilung und die Überführung von bestehenden Grenzpunktinformationen» (September 1994) anderseits. Die jüngsten Anpassungen der Verordnungen für die in den verschiedenen Toleranzstufen zu beachtenden Standardabweichungen führten die Bezeichnung **absolute Lagegenauigkeit** ein (TVAV Art. 28 und folgende) während die früheren Anforderungen nur die relativen lokalen Standardabweichungen betrafen. Der Begriff der lokalen Spannungen und die Definition von **vernachlässigbaren Spannungszonen** haben die Anforderungen punktuell ergänzt. (Empfehlungen «Beurteilung von Vermessungswerken bezüglich lokaler Spannungen und Ausscheidung spannungsarmer Gebiete», Februar 2011)

Komplizierte Transformationen sollten nur dann in Angriff genommen werden, wenn sich vorab mit wenig Aufwand abschätzen lässt, dass es sich wegen der Unersetzlichkeit der Daten oder der Schwierigkeit ihrer Wiederherstellung tatsächlich lohnt, sie zu transformieren. In allen Fällen, in denen die Bearbeitung der bestehenden Daten einen zum Ertrag unverhältnismässigen Aufwand erfordert, wird man eher solche Wege einschlagen, die eine Neubestimmung im Zielsystem mittels neuer Messungen in der gewünschten Qualität beinhalten.

Die Praxis zeigt jedoch, dass die Daten von den Benutzern meist sehr kurzfristig benötigt werden, die Genauigkeit dabei aber nur ein Kriterium unter anderen ist. Bestehende unvollkommene Daten herauszugeben ist daher oft die bevorzugte Lösung, um eine billige Dienstleistung zu erbringen. Neuvermessungen hingegen rechtfertigen sich unter zeitlichen wie auch unter Kostenaspekten nur mittel- und langfristig und nur als Lösungsvariante für einen Teil des Gesamtterritorium, in dem sie ihr wirtschaftlicher Wert rechtfertigt.

Ausserdem haben die Geometer in den letzten Jahren eine Menge mehr oder weniger gut verwalteter und nachgeführter numerischer Daten angehäuft. Diese Daten, deren Qualität und Genauigkeit den heutigen Standards genügen, müssen ebenfalls häufig überarbeitet und transformiert werden, um möglichst gut in die Informationssysteme mit einem einheitlichen Koordinatensystem integriert werden zu können. Es wurden deshalb die folgenden allgemeinen Fälle unterschieden.

3.1 Übergang von einem geodätischen Bezugssystem zu einem anderen

3.1.1 Lokale Projektion ins moderne kartesische System

Die Unkenntnis der Parameter der alten Projektion, wie auch ihre Beziehung zum gültigen Projektionssystem sowie die Lücken in den Messungen und die Ausgleichungen der alten Netze haben im Allgemeinen zur Folge, dass die Suche nach den Projektionsformeln und den Formeln für mathematische Umrechnungen zwischen Projektionen sowie deren Benutzung zum Scheitern verurteilt sind. Deshalb begnügt man sich mit lokalen Einpassungsmethoden (Helmert und affine) mit Hilfe von Passpunkten, die nötigenfalls durch Interpolationen ergänzt werden.

3.1.2 Übergang von der Bonne’schen Projektion zur Zylinderprojektion

Historisch gesehen ist dies in der Schweiz der häufigste Fall. Viele Messungen vor 1912 wurden somit Gegenstand einer Projektion im alten flächentreuen Kegelsystem von Bonne.

Der theoretische Bezug zwischen dem Bonne’schen Projektionssystem und dem aktuellen nationalen Projektionssystem ist bekannt und entsprechend dokumentiert.

Leider führen selbst in diesem wohlbekannten Fall die Versuche des Systemübergangs unter Nutzung der theoretischen Formeln recht häufig zu abweichenden Werten. Mit Hilfe des Koordinatennetzes aus alten Plänen digitalisierte Daten lassen sich mittels theoretischer Berechnungen oft nur mit schwacher Näherung ins Landessystem einpassen. Grund dafür ist der manchmal recht freizügige Umgang der Autoren der alten Pläne mit den verschiedenen Projektionssystemen. Lediglich lokale (Plan um Plan oder Gruppen von Plänen) Integrationen, affine oder Helmert-Transformationen, wenn nötig vervollständigt mit Interpolationen, erlauben mit Hilfe von Passpunkten diese Daten geschickt ins aktuelle System einzupassen.

3.2 Übergang von einem Bezugsrahmen zu einem anderen

Die Schweiz befindet sich momentan (2017) am Ende eines Prozesses des Bezugsrahmenwechsels. Die Neubestimmung des Bezugsrahmens der Landesvermessung der Schweiz 1995 (LV95) und seine Einführung als Bezugsrahmen der amtlichen Vermessung als Ersatz für LV03 führt zu einem Konzept für die Überführung der in LV03 vorhandenen Daten (alte Triangulation, Polygonierung, numerische und numerisierte Detailvermessungen). Dieser schwierige Prozess wird von swisstopo geleitet.

Zusammenfassend kann hier gesagt werden, dass die Übertragung der alten Daten in den neuen Bezugsrahmen zu Schwierigkeiten bei der Transformations- und Interpolationsstrategie führt. Folgende Probleme sind hierbei zu lösen:

- Eine für die gesamte Schweiz gültige Transformation ist einschliesslich der Verzerrungskorrekturen auf der Ebene der Landesvermessung relativ einfach zu bestimmen; hingegen bleibt die Transformation lokaler Daten, die in ihren Eigenschaften von niedrigeren Triangulationsordnungen, von Polygonierungen und von Detailaufnahmen beeinflusst sind, ein Problem, das sich nur mit sehr aufwändigen lokalen Eingriffen (Interpolationen, neue Ausgleichungen, ja sogar vollständige Neubestimmungen) bewältigen lässt. Diese sollen also Bestandteile von Erneuerungen sein.
- Die gewählte Transformationsmethode LV03 ⇔ LV95 muss dauerhaft stabil und umkehrbar sein; die Probleme an den Rändern dürfen nicht vernachlässigt werden. Nach einer ersten Periode (1995–2006) mit nur einer **provisorischen** affinen Transformation über 468 Dreiecke (sie wurden aus 263 Transformationsstützpunkten **TSP** gebildet und mit 100 Kontrollpunkten **KP** überprüft) wurde im Frühjahr 2007 eine langfristig stabile Lösung eingeführt: **CHENyx2006** (mit 11'731 Dreiecken über 5'925 TSP und kontrolliert durch 46'601 KP). Für diese sind die Restklaffungen der LFP1 und LFP2 aufgelöst. Diese schöne Einheitlichkeit dauerte nicht lange. Mehrere Kantone erkannten, dass diese übernommene Lösung unvollkommen war und erstellten ihrerseits in der Folge eine feinere kantonale Lösung für diesen Bezugsrahmenübergang: BSENyx13 in Basel-Stadt, BEENyx15 in Bern, NEENyx16 in Neuenburg, FRENyx17 in Freiburg, …
- Die kantonalen Vermehrungen mittels feinerer Lösungen als CHENyx06 behandelt das Problem im Allgemeinen leider nicht erschöpfend, lokale Spannungen durch vollständige Mängelbeseitigung von Bereichen mit erheblichen Spannungen auszumerzen. In den schlimmsten Fällen ist in der Tat eine grundlegende Wiederholung der Detailvermessung notwendig, um anfänglich schon mittelmässige Vermessungen zu sanieren, die im Laufe der Zeit durch inkonsequente Nachführungen noch abgenutzt wurden.
- Die unvermeidbare und sichere Koexistenz beider Bezugsrahmen über Jahre hinweg (bis 2016 für die amtliche Vermessung, 2020 für die anderen Bundesdatensätze, vielleicht noch später für Datensätze privater Nutzer) bringt eine Reihe von Identifikations- und Glaubwürdigkeitsproblemen gegenüber den Benutzern mit sich. Es ist deshalb angebracht, die Umstellung streng zu organisieren und zu verwalten, damit sie den Festlegungen entspricht und vollständig unter Kontrolle bleibt.

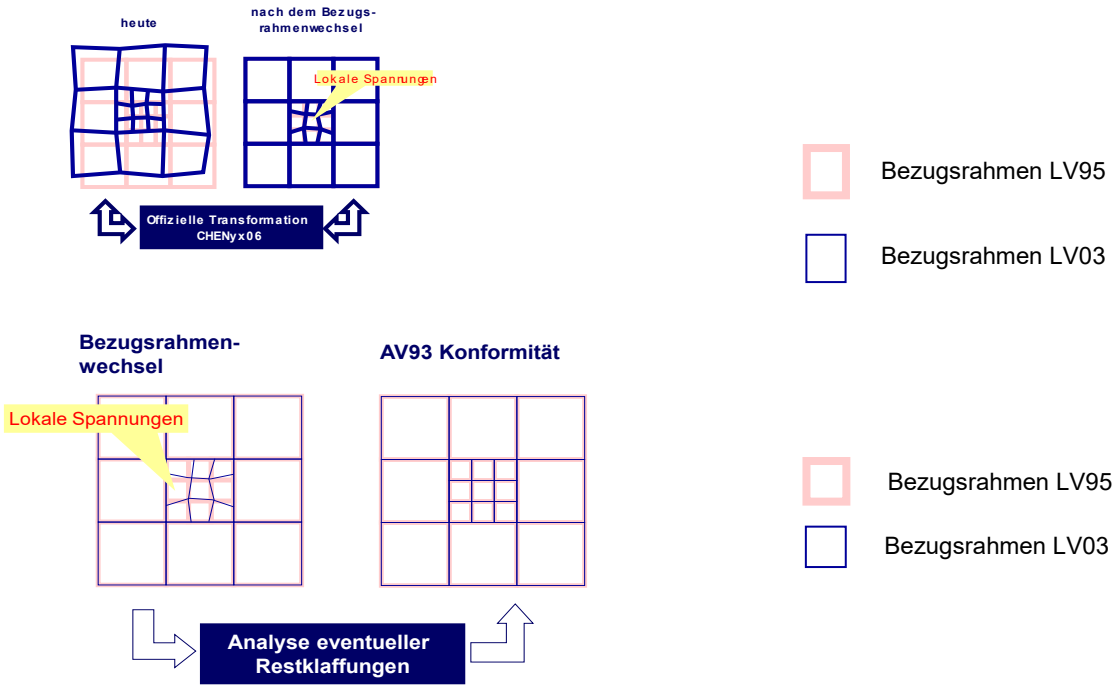


Abb. 1: Transformation LV03 ⇨ LV95, anschliessend Entzerrung lokaler Spannungen

3.3 Höhentransformationen

3.3.1 Einleitende Bemerkungen

Mit dem Etablieren der satellitengestützten Messverfahren in den allgemeinen Vermessungsanwendungen werden die Benutzer mit Fragestellungen und Begriffen konfrontiert, welche lange Zeit als alleinige Probleme der höheren Geodäsie betrachtet wurden. Insbesondere für die Höhenmessungen haben Fachausdrücke wie «ellipsoidische Höhen», «Geoidmodell» resp. «Geoidundulationen», in etwas geringerem Masse auch Begriffe wie «Lotabweichungen» oder «Gebrauchshöhen» Eingang ins Vokabular der Vermesser gefunden. Was steckt jedoch dahinter? Was müssen die Benutzer beachten, wenn sie in der Schweiz korrekte Höhen bestimmen wollen? Nachfolgendes Kapitel soll Hinweise und Empfehlungen geben, welche Besonderheiten bei der Bestimmung offizieller Höhen in der Schweiz beachtet werden müssen.

Als Bestandteil der neuen Landesvermessung LV95 und als Ergänzung der bisherigen Gebrauchshöhen LN02 hat swisstopo das neue Landeshöhennetz LHN95 in der geodätischen Landesvermessung eingeführt. Das Konzept und die Realisierung von LHN95 ist im swisstopo Doku Nr. 20 (Schlatter, Marti, 2007) sowie in (Schlatter, 2007) dokumentiert. Diesen beiden Berichten sind auch ausführliche Angaben zu den Höhensystemen und -arten, zur Entstehung der Gebrauchshöhen LN02 und zur Realisierung des Übergangs zwischen den in der Schweiz verwendeten Höhenrahmen LHN95 und LN02 zu entnehmen. Das vorliegende Kapitel beinhaltet nur die wesentlichen Aspekte, welche die Höhenbestimmung für die amtliche Vermessung betreffen und ist eine gekürzte Version der 'Behandlung der Höhen' in der swisstopo Doku Nr. 21 (Vogel et. al., 2009).

3.3.2 Höhenarten

Streng genommen ist die «Höhenart» eine der zwei Voraussetzungen zur Definition eines strengen physikalischen Höhenreferenzsystems. Dazu genügen nämlich zwei Angaben: eine zu definierende Ausgangshöhe sowie die «Art» der verwendeten Höhen. Im vorliegenden Fall verwenden wir die Höhenarten als Sammelbegriff für die möglichen, unterschiedlichen Höhenrealisierungen, mit welchen ein Anwender in der Schweiz konfrontiert werden kann.

3.3.2.1 Gebrauchshöhen LN02

Der in der Gesetzgebung (GeoIG) vorgegebene Höhenrahmen wird durch die sog. «Gebrauchshöhen LN02» festgelegt. Nahezu alle in der Schweiz verwendeten Höheninformationen in Karten, Plänen und Datenbeständen der amtlichen Vermessung etc. sind Gebrauchshöhen resp. Höhen im Referenzrahmen LN02. Sie sind entstanden, indem die reinen Landesnivellementmessungen (ab Anfang des 20. Jahrhunderts bis zum heutigen Zeitpunkt) in die Höhen des «Nivellement de Précision» der Schweizerischen Geodätischen Kommission (1864 - 1891) eingezwängt wurden. Die Bezeichnung «LN02» hat sich ergeben, weil die Ausgangshöhe (Repère Pierre du Niton im Hafenbecken von Genève) im Jahre 1902 mit dem Wert 373.6 m definiert wurde. Schwerereduktionen, wie sie bspw. unsere Nachbarländer Frankreich und Deutschland für die Berechnung von strengen Höhen kennen, wurden für die offiziellen Höhen in der Schweiz nie berücksichtigt. Kantonale und kommunale Höhenfixpunktnetze (HFP2 und HFP3), die Triangulation IV. Ordnung (heute LFP2-Netze) und die Fixpunkte für die Parzellarvermessungen (LFP3) bilden seit Beginn des 20. Jahrhunderts die Verdichtung des Gebrauchshöhenrahmens LN02 für die amtliche Vermessung (AV) und weitere Werke mit Höhenbezug (Leitungskataster, Nutzungspläne etc.).

3.3.2.2 Ellipsoidische Höhen (WGS84 / LV95)

Mit dem Aufkommen der GPS- und später der GNSS-Messmethoden in der Navigation und der alltäglichen Vermessung kamen die Benutzer direkt oder indirekt mit «ellipsoidischen Höhen» in Berührung, also mit Höhen, welche der Länge der Normalen über dem verwendeten Referenzellipsoid entsprechen (s. Abb. 3). Anfänglich waren dies hauptsächlich die ellipsoidischen Höhen im WGS84-System (oder ETRS89).

Die meisten GNSS-Sensoren lassen jedoch zu, im offiziellen Schweizer Bezugssystem CH1903+ zu arbeiten (siehe Kapitel 4.2.1). Die daraus resultierenden ellipsoidischen Höhen basieren auf dem Bessel-Ellipsoid 1841, welches den Schweizer Gegebenheiten angepasst gelagert wurde. Man nennt sie deshalb ellipsoidische Höhen LV95.

Die Unterschiede zwischen den ellipsoidischen WGS84- und den ellipsoidischen LV95-Höhen sind sehr gross (46 - 53 m), wie die nachfolgende Abb. 2 zeigt. Bis auf wenige Meter Abweichung entspricht dies auch dem Unterschied zwischen WGS84-Höhen und den offiziellen Gebrauchshöhen. Es besteht deshalb in der Regel keine grosse Verwechslungsgefahr (hingegen könnten Verwechslungen in der Navigation grosse Gefahren in sich bergen).

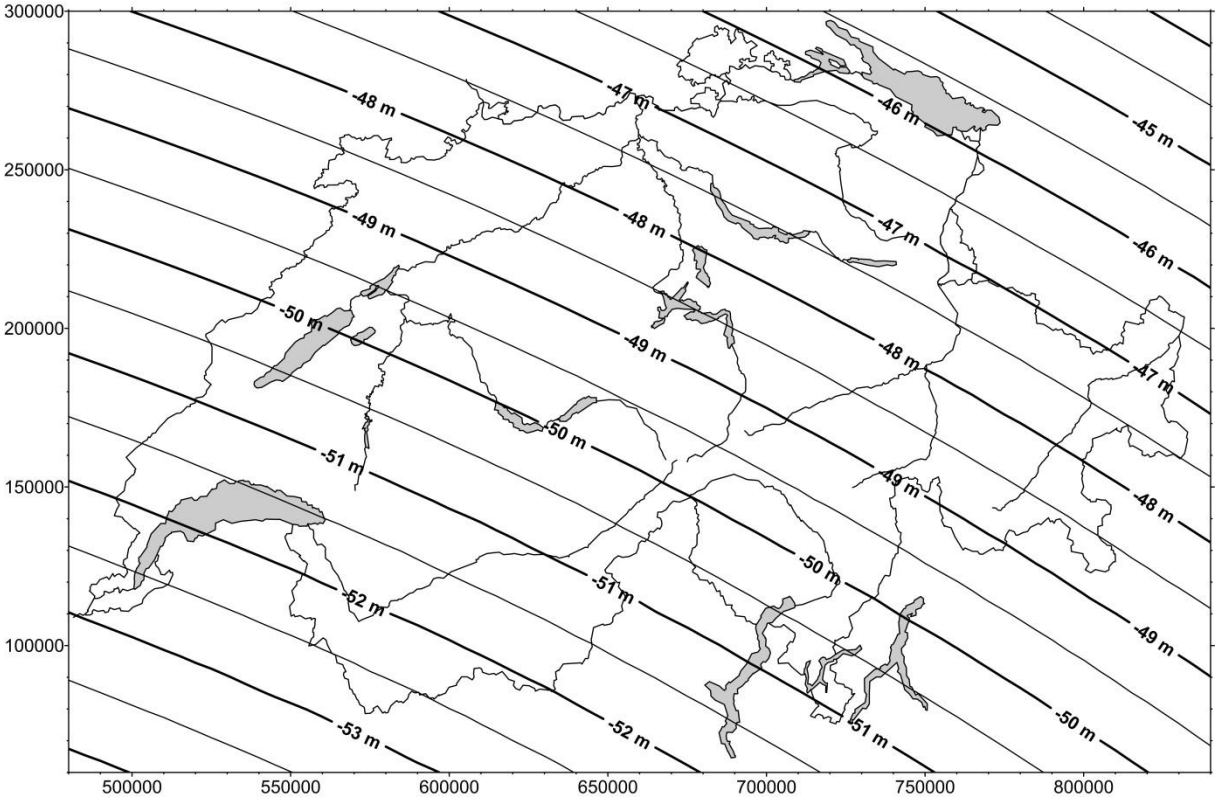


Abb. 2: Höhenunterschiede ellipsoidische Höhen LV95 – WGS84

3.3.2.3 Orthometrische Höhen LHN95 und das Geoidmodell CHGeo2004

Die LHN95-Höhen sind als orthometrische Höhen definiert und entsprechen somit der Länge der Lotlinien über dem Geoid. Das Geoid entspricht der (Äquipotential-) Fläche, welche als Fortsetzung der Meere unter der Erdoberfläche gedacht werden kann. Zwischen den orthometrischen Höhen H, den ellipsoidischen Höhen h und den Undulationen N besteht die einfache Beziehung $H_{orth} = h_{ell} - N$ (vgl. Abb. 3). Korrigiert man also ellipsoidische Höhen um die Geoidundulationen, so resultieren orthometrische Höhen. Die ellipsoidischen Höhen LV95, das Geoidmodell CHGeo2004 und die orthometrischen Höhen LHN95 sind deshalb als untrennbare Einheiten des Bezugssystems CH1903+ zu betrachten.

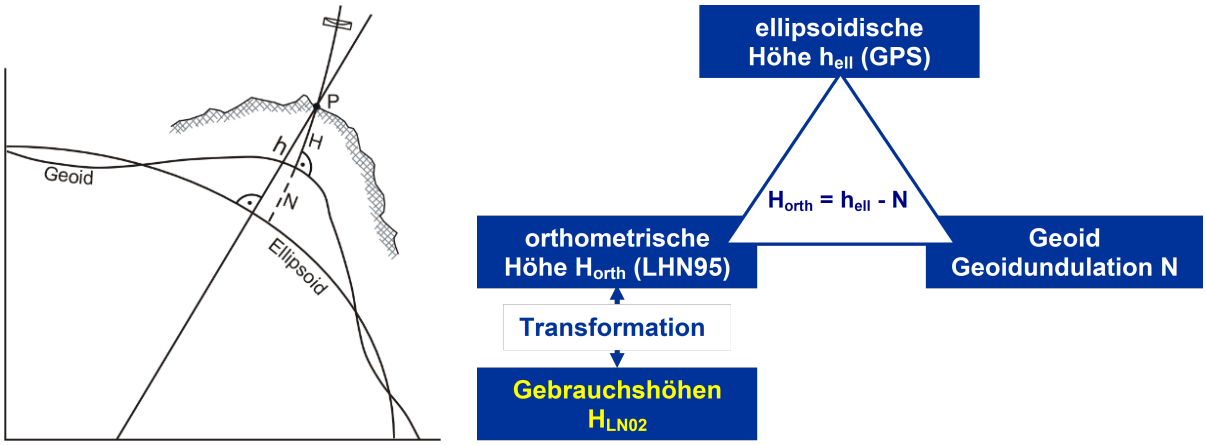


Abb. 3: Zusammenhang zwischen den ellipsoidischen Höhen, den orthometrischen Höhen LHN95, dem Geoidmodell und den Gebrauchshöhen LN02

Mit GNSS-Systemen und dem entsprechenden Geoidmodell (CHGeo2004) können LHN95-Höhen direkt und streng aus den gemessenen ellipsoidischen Höhen berechnet werden. Deren Qualität setzt

sich im Wesentlichen aus den Genauigkeiten der GNSS-Messungen und des Geoidmodells zusammen. Diese einfache und absolute Höhenbestimmung mittels satelliten-geodätischer Methoden wäre der grosse Vorteil des neuen Landeshöhennetzes LHN95 für die Benutzer.

Wie die Karte der Geoidundulationen CHGeo2004 zeigt (vgl. Abb. 4), bewegen sich die Unterschiede zu den ellipsoidischen Höhen in der Grössenordnung von ± 5m, liegen aber im Mittelland in weiten Teilen unter einem Meter. LHN95-Höhen, die ellipsoidischen LV95-Höhen und wie später noch dargelegt die Gebrauchshöhen LN02 können leicht miteinander verwechselt werden und sind somit eine reale Gefahr für Verwirrungen und unwillentliche Vermischungen.

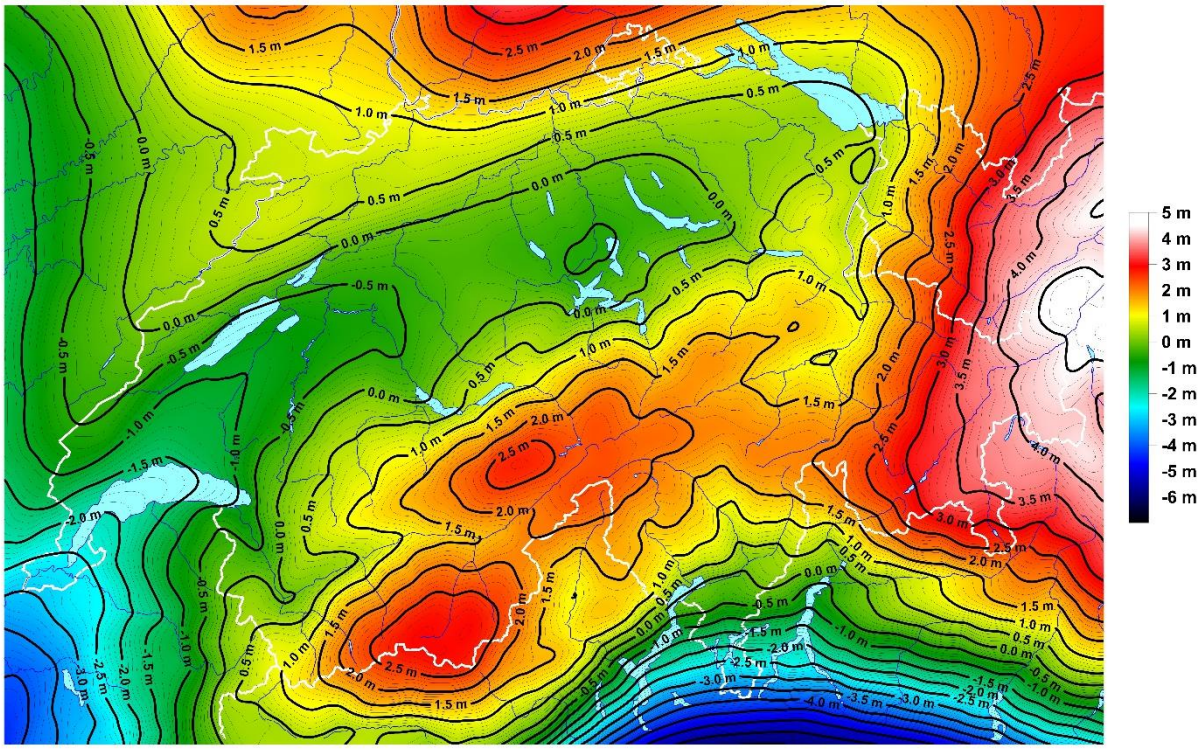


Abb. 4: Geoidmodell der Schweiz CHGeo2004

3.3.3 Unterschied zwischen Gebrauchshöhen LN02 und orthometrischen Höhen LHN95

Abb. 5 zeigt diskrete Differenzen zwischen LHN95 und LN02 entlang dem Landeshöhennetz (LHN) und einigen wenigen kantonalen Ergänzungslinien. Grob zusammengefasst liegen diese Differenzen zwischen -20 cm und 40 cm, in der nördlichen Schweiz eher negativ, in den Alpen vorwiegend positiv. Eine genauere Betrachtung legt offen, dass die Differenzen neben einem lageabhängigen Anteil auch eine höhenabhängige Komponente aufweisen (siehe bspw. Sustenpass-Linie). Die Differenzen werden durch drei grundsätzlich verschiedene Aspekte verursacht:

- den Verzerrungen (Zwängen) in den Gebrauchshöhen LN02, resp. den Unzulänglichkeiten im zugrundeliegenden Nivellement de Précision aus den Jahren 1864-1891
- dem Einfluss der vertikalen Höhenänderungen in der Schweiz:
  die bekannte Alpenhebung von bis zu 1.5 mm/a (relativ zum Mittelland) führt bspw. in 100 Jahren zu realen Höhenänderungen von 15 cm
- einem systematischen Anteil aufgrund des Einflusses des Schwerefeldes:
  die unterschiedlichen Höhenarten Nivellementhöhen / orthometrischen Höhen führen bspw. im Alpenraum entlang Passstrassen zu systembedingten Höhenänderungen von ca. 1 cm pro 100 Höhenmeter resp. einem Massstab von ca. 100 ppm

Eine Analyse der einzelnen Anteile ist in der swisstopo Doku Nr. 20 (Schlatter, Marti, 2007) ersichtlich. Ähnlich den Unterschieden zwischen den beiden Lagebezugsrahmen LV03 und LV95 bestehen auch bei den Höhenunterschieden lokale Verzerrungen, welche mit den Daten des Landesnivellements nicht aufgedeckt werden können.

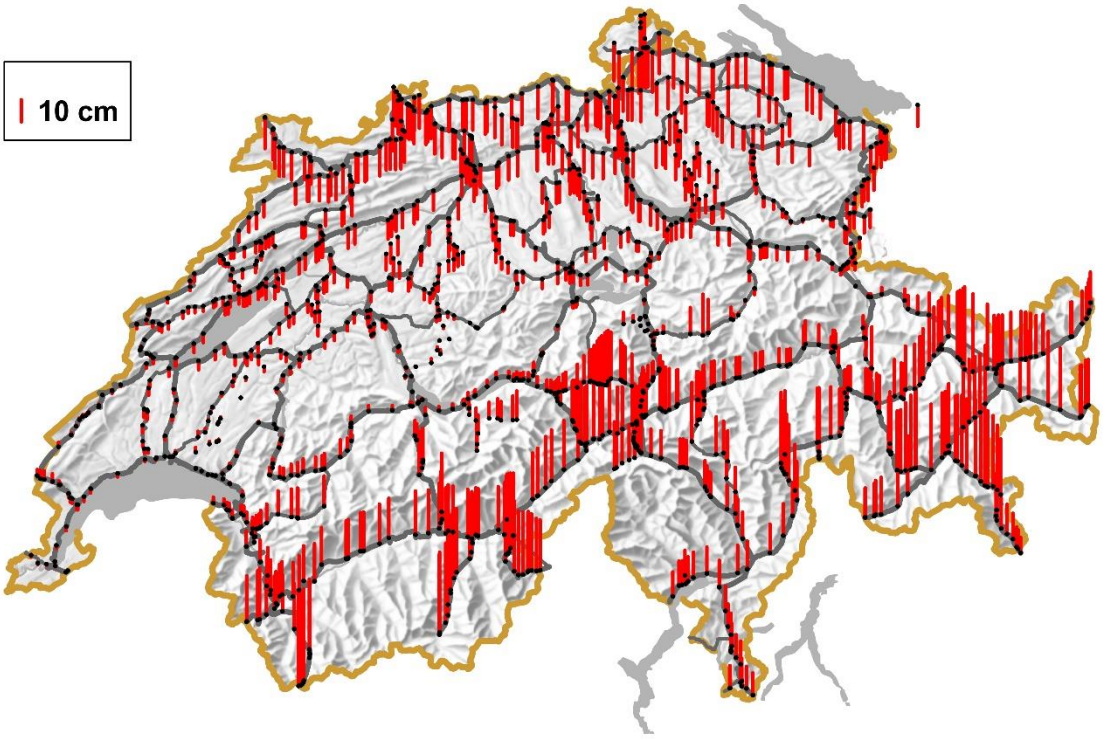


Abb. 5: Differenzen zwischen den orthometrischen Höhen LHN95 und den Gebrauchshöhen LN02 auf ausgewählten HFP1

3.3.4 Ausgangslage und Konsequenzen für die Höhenbestimmung

Die ursprüngliche Idee des Projektes LV95 war, die LHN95-Höhen als Ersatz von LN02 in der AV einzuführen. Trotz des gewichtigen Vorteils des neuen Landeshöhennetzes LHN95 (Höhenbestimmung mit GNSS) wurde 2002 entschieden, dass LN02 der Höhenreferenzrahmen für die amtliche Vermessung bleibt und auf einen Wechsel auf LHN95 verzichtet wird. Dieser Beschluss wurde später in die Geoinformationsverordnung (GeoIV, Art. 5) aufgenommen. Die Mehrheit der in den Entscheid einbezogenen Fachleute war damals der Meinung, dass absolute Höhenangaben in der Praxis von untergeordneter Bedeutung und die Inhomogenitäten im heutigen Höhenbezugsrahmen LN02, im Gegensatz zur Lage, weniger störend seien. Demgegenüber wird die relative Nachbargenauigkeit zwischen den Höhenpunkten als umso wichtiger betrachtet. Diese werde durch die Höhenbestimmung mit GPS (noch) nicht erreicht.
Diese Grundüberlegungen führten dazu, dass viele Benutzer in LHN95 kaum Vorteile sahen. Im Weiteren sprachen Aspekte dagegen wie die Verwechslungsgefahr (die Differenzen sind teilweise sehr klein und neue Höhenwerte können nicht wie in der Lage durch eine künstlichen Shift unterscheidbar gemacht werden) sowie die Tatsache, dass eine Vielzahl der bestehenden Höhen in einer Form vorliegen, welche eine Transformation verunmöglichen (analoge Daten, Höhen mit fehlenden Lagekoordinaten, Zeitreihen etc.).

Der Entscheid hatte zur Folge, dass sämtliche bestehenden Höhen in der Schweiz vom Bezugsrahmenwechsel LV03 ⇔ LV95 nicht tangiert waren. Er hatte aber auch zur Konsequenz, dass bei der Verwendung von GNSS für die Gebrauchshöhenbestimmung die ursprüngliche Genauigkeit des Systems und die einfache Methode eingeschränkt werden. Unabhängig davon war swisstopo gefordert, eine Transformation zu entwickeln, welche sowohl online (in GNSS-Empfängern resp. Korrekturdiensten) wie auch im Postprocessing eingesetzt werden kann.

3.3.5 Höhentransformation HTRANS

Basierend auf den Daten des Landesnivellements resp. auf dem Unterschied zwischen den orthometrischen Höhen LHN95 und den Gebrauchshöhen LN02 von ca. 1'400 Höhenfixpunkten der Kategorie

1 (HFP1) wurden die Transformationssoftware HTRANS entwickelt. Die Differenzen zwischen den orthometrischen Höhen von LHN95 und LN02 (-20 cm im Norden des Landes und +40 cm auf den höchsten Alpenpässen) zeigen eine hohe Korrelation mit der Meereshöhe. Sie können wegen der unterschiedlichen Berücksichtigung des Schwerefeldes, der Berücksichtigung der Vertikalbewegungen in LHN95 und der in LN02 eingeführten gezwängten Lagerung nur mit reduzierter Genauigkeit durch einen einfachen Offset in einem Gitter modelliert werden. Grob zusammengefasst werden für die Transformation mit HTRANS zwischen diesen beiden Höhenrahmen die Differenzen in zwei Teile separiert: Der erste Teil besteht aus den Differenzen zwischen LN02 und den Normalhöhen[1], während der zweite Teil einen lokalen Höhenmassstab beschreibt, welcher die Differenzen zwischen Normalhöhen und orthometrischen Höhen modelliert. Abb. 6 zeigt die mit HTRANS modellierten Unterschiede als Fläche über die gesamte Schweiz.

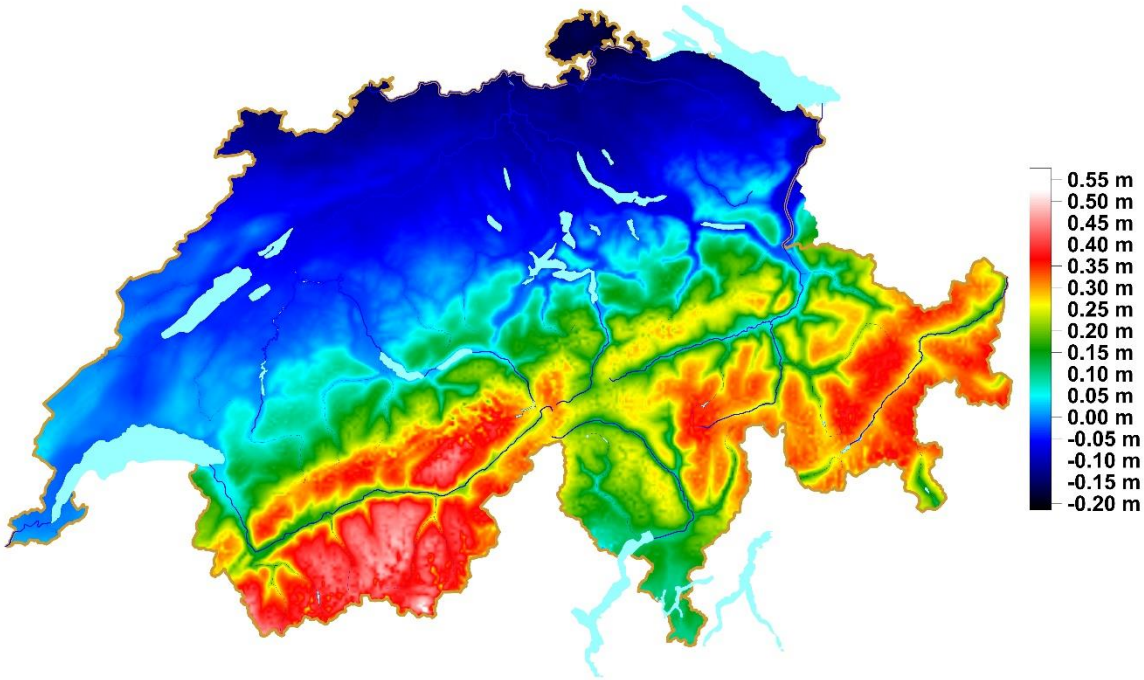


Abb. 6: Übersicht der aus HTRANS gerechneten Gesamtdifferenz zwischen LHN95 und LN02

Die HTRANS-Routinen sind Teile des Moduls REFRAME innerhalb des Programmpaketes GeoSuite, welches die relevanten Lage- und Höhentransformationen für die amtliche Vermessung abdeckt (vgl. Kapitel 5). Zudem bietet swipos-GIS/GEO (GNSS-Positionierungsdienst der swisstopo) wahlweise einen Real-Time HTRANS-Dienst für die automatische Bestimmung von LN02-Höhen an.

3.3.6 Höhentransformation LV95 (ell.) ⇔ LHN95 ⇔ LN02: Anwendung und Grenzen

Um mit GNSS Gebrauchshöhen LN02 im rechtsgültigen amtlichen Höhenbezugsrahmen zu erhalten, muss man sich zuerst korrekt im Dreieck gemäss der Abb. 3 bewegen, d. h. mit dem richtig konfigurierten Sensor ellipsoidische Höhen im Rahmen LV95 erzeugen und diese mit dem Geoidmodell CHGeo2004 (im Empfänger integriert oder Postprocessing) in orthometrische Höhen umwandeln. Danach müssen diese mittels HTRANS korrigiert werden, um näherungsweise Gebrauchshöhen LN02 zu erhalten. In der Regel wird somit folgendes Vorgehen angewendet:

1. Schritt: Umrechnung der ellipsoidischen Höhen LV95 in orthometrische Höhen LHN95 mit dem offiziellen Geoidmodell der Schweiz CHGeo2004 (Korrekturen bis zu ±5 m). Dieses Modell liegt für die biquadratische Interpolation in einem 1-km-Raster vor und kann direkt in GNSS-Empfängern, Auswerte-Software und Positionierungsdiensten integriert werden.

[1] Ausgangswerte für die Berechnung der strengen Höhenarten sind die geopotentiellen Koten. Diese entstehen als Summation des Produktes von Nivellement-Höhendifferenzen und beobachteten Schwerewerten. Orthometrische Höhen werden daraus gebildet, indem die geopotentiellen Koten durch die mittleren (wahren) Schweren entlang der Lotlinien dividiert werden. Für die Berechnung von Normalhöhen hingegen werden mittlere Normalschwerewerte verwendet, welche aufgrund mathematischer Formeln einfach und hypothesenfrei berechnet werden können.

2. Schritt: Umrechnung der orthometrischen Höhen LHN95 in Gebrauchshöhen LN02. Diese Differenzen können in der Schweiz -20 cm bis 60 cm betragen und sind stark mit der Meereshöhe korreliert. Der spezielle Ansatz für die Höhentransformation durch HTRANS mit einem lokalen Höhenmassstab erschwert die direkte Integration in GNSS-Empfänger. Näherungslösungen als 1km-Gitter (kombiniert mit dem Geoidmodell) weisen eine merkliche Reduktion der Genauigkeit auf. HTRANS liegt als Auswerte-Software vor, ist bspw. als Modul in GeoSuite-REFRAME integriert und kann auch in Positionierungsdienste eingebunden werden.

3. Schritt: Lokale Einpassung: HTRANS ist in vielen Gebieten der Schweiz nur als Näherungslösung zu betrachten, so dass eine Einpassung an die LN02-Höhen der umliegenden Fixpunkte in den meisten Arbeiten nötig ist. Insbesondere abseits des Landeshöhennetzes und in gebirgigen Gegenden ist mit Abweichungen von bis zu 10 – 15 cm zu rechnen. HTRANS und kombinierte Gitter «HTRANS+Geoid» dürfen bspw. nicht direkt im Feld für die Bestimmung von LFP-Netzen angewendet werden (unabhängig von der GNSS-Messmethode). Dieser Grundsatz und das genaue Vorgehen sind in den Richtlinien zur Bestimmung von Fixpunkten in der amtlichen Vermessung festgehalten und sind für die Bestimmung der Fixpunkte der Kategorie 2 (LFP2) verbindlich. Es sei jedoch erwähnt, dass in begrenzten Zonen (einige 100 Meter um geeignete Anschlusspunkte, geringe Höhendifferenzen) Anpassungen durch einfache Translationen erfolgen können.

Ob auf diese Art und Weise der Gebrauchshöhenrahmen LN02 längerfristig korrekt und im «Sinne des Erfinders» aufrechterhalten werden kann, ist mehr als fraglich. Vermischungen und Verwechslungen aufgrund von GNSS-Höhenbestimmungen sind zu erwarten oder bereits (bewusst oder unbewusst) in die Fixpunktnetze der amtlichen Vermessung eingeführt worden. Eine lokale Einpassung ist mit Zusatzaufwand verbunden und wird durch die stark ausgedünnten Fixpunktnetze ausserhalb der Baugebiete erschwert.

Das Bundesamt für Landestopografie behält sich zudem das Recht vor, sowohl das Geoidmodell wie auch HTRANS aufgrund von neuen Ergebnissen aus der Landesvermessung zugunsten einer gesteigerten Höhengenauigkeit und Aktualität zu verbessern.

3.4 Erneuerung von Festpunktnetzen

Mit Beendigung der Triangulation 4. Ordnung in den 50er Jahren glaubte man, eine nationale Aufgabe für immer abgeschlossen zu haben. Die ersten Schritte in der numerischen Photogrammetrie sowie die elektronische Distanzmessung deckten dann seit den 60er Jahren Spannungen von mehreren Dezimetern zwischen benachbarten Punkten auf. Sie führten zum Schluss, dass es die Triangulation mitunter nicht erlaubte, langfristig eine kohärente Verwaltung der Vermessungen in Gebietsaufteilungen ins Auge zu fassen (Triangulationsseminar ETHZ 1976).

Eine der Konsequenzen, welche die noch nicht betroffenen Geometer fortan beunruhigte, war die Notwendigkeit, ganze Sektoren von Triangulationsnetzen neu zu bestimmen. So sah etwa der an numerischen Vermessungen reiche Kanton Waadt seine Triangulation gänzlich in Frage gestellt durch Neubestimmungen zunächst höherer, später auch niederer Ordnung mit beträchtlichen Auswirkungen auf die Koordinaten der Polygon- und Detailpunkte der gültigen numerischen Katastervermessungen.

Die Folgen für die bestehende Triangulation und die dafür angewandten Methoden werden im Kapitel 3.4.1 erläutert.

Die Folgen für die bestehende Polygonierung und die Detailpunkte werden im Kapitel 3.5 behandelt.

Das vorgesehene Ziel ist, die untergeordneten Niveaus mit kohärenten Koordinaten auszustatten.

N.B. Die Einführung des neuen geodätischen Bezugsrahmens 1995 (LV95) als Ersatz für den aktuellen Bezugsrahmen LV03 ist bezüglich der früheren Festpunkte höherer Ordnung und der auf ihnen aufbauenden Detailaufnahmen mindestens ebenso problematisch. Dies selbst dann, wenn der Aufbau auf modernen Standards beruhte.

3.4.1 Umgang mit den Folgen der Neubestimmung einer Triangulation höherer Ordnung auf eine Triangulation niederer Ordnung

Die klassischen Triangulationen in LV03 waren streng hierarchisch aufgebaut, mit unantastbaren, jedoch in ihrer absoluten Lage manchmal zweifelhaften Punkten 1. Ordnung und Punkten 4. Ordnung, die auch lokalen Zwängen unterworfen waren. Die Folgen dieser Hierarchisierung werden im Bezugsrahmen LV95 ein wenig abgeschwächt.

Die Qualität der übergeordneter Punkte (LFP1 und TSP) ist in LV95 so, dass ihre Unantastbarkeit bei der Bestimmung von Punkten (LFP2, KP) in untergeordneten Ebenen auch mit neuen, qualitativ guten Messungen keine Zwänge erzeugt.

Jedoch wird eine Vermischung von in LV95 neu bestimmten Punkten mit alten Punkten, die mit CHENyx06 interpoliert worden sind, manchmal signifikante Klaffungen erzeugen.

Trotz der modernen Vermessungs- und Berechnungsmethoden gestaltet sich die vollständige Neubestimmung einer alten Triangulationsordnung für die bestehenden Punkte meist schwieriger, als dies bei der ursprünglichen Triangulation der Fall war (zerstörte Punkte, neue Bebauung, Ausweitung der Wälder, usw.). Demgegenüber gleicht die geforderte, drastische Verminderung der LFP2 diese Zwänge aus, indem eine kluge Auswahl der zu erhaltenden Punkte erlaubt ist.

Eine gewisse Anzahl **Neupunkte** ist trotzdem oft erforderlich, um neu eingetretenen Situationen Rechnung zu tragen, die im Gelände angetroffen werden (Horizontfreiheit für GNSS-Messungen, momentan möglich Visuren, Bauentwicklung um bestehende Punkte herum und auf Gipfeln).

Was die **bestehenden neu bestimmten Punkte** anbelangt, können die **festgestellten Klaffungen** verschiedenste Ursachen sowohl globaler als auch lokaler Art haben:

- Netzplan und Qualität der Messungen (andere Netzstruktur, andere Richtungen, mehr neu gemessene Distanzen von besserer Qualität, GNSS Sessionen),
- Ausgleichung der Messungen (Benutzung von globalen, nicht vereinfachten Methoden für grössere Mengen von Messungen),
- Beschädigung von Punkten oder zeitlich zurückliegende Wiederherstellungen von Punkten (nicht identische Punktlagen),
- ungewollte Verschiebungen von Punkten (Rutschungen, Einrammen usw.),
- Interpolation (als Kontrolle) mittels CHENyx06 weicht von einer Neubestimmung zwangsläufig leicht ab.

Die aus globalen Phänomenen hervorgegangenen **kohärenten Klaffungen** werden mit Hilfe einfacher Integrationsmethoden, wie geometrischen Transformationen (Translationen, affinen oder Ähnlichkeitstransformationen) und besonders CHENyx06 verringert, die allfälligen Restklaffungen durch lokale Interpolation beseitigt.

Sind die **Klaffungen inkohärent**, aber mit lokalen Systematiken, wird das Transformationsmodell zugunsten des Modells der lokalen Interpolation fallen gelassen.

Lässt sich keine Beziehung zwischen der ursprünglichen und der Neubestimmung mehr erkennen, sodass nur noch von einem **grossen Chaos** die Rede sein kann, so müssen sämtliche Punkte als Neupunkte betrachtet und alle neu bestimmt werden.

Die aus lokalen Phänomenen hervorgegangenen Einzelklaffungen, beispielsweise im Innern eines Dreiecks von CHENyx06, werden:

- entweder mit Hilfe begrenzter Interpolationen geglättet,
- oder beseitigt, indem der Punkt als Neupunkt und nicht mehr als neu zu bestimmender (Alt-) Punkt behandelt wird.

Die Anzahl an Punkten, die in beiden Systemen bekannt sind, sowie die Kohärenz der Klaffungen sind Ausschlag gebend für die weitere Vorgehensweise in den niederen Ordnungen. In Frage kommen hierfür:

- **eine Transformation und/oder Interpolation bei ausreichender Kohärenz und qualitativ guter Versicherung,**
- **eine Neuberechnung der Originalmessungen mit evtl. teilweisen Neubestimmungen, wenn die Versicherung ausreicht, die Messungen leicht aufzufinden und die Korrekturen unbedeutend sind,**
- **eine vollständige Neubestimmung bestehender Punkte oder durch notfalls neu gesetzte Punkte bei offenkundigen Inkohärenzen und ungenügender Versicherung.**

3.5 Abänderung eines lokalen LFP Netzes und der Detailpunkte als Folge einer Neubestimmung höherer Ordnung

Die Auswirkungen einer Erneuerung des Bezugssystems auf die Detailfestpunktnetze (LFP3) und auf die Detailpunkte, wie sie im Kapitel 3.4 erklärt werden, sind hier aufgeführt und beschrieben. Sie sind besonders aktuell beim Bezugsrahmenwechsel und gingen ein in Weisungen und Erfahrungen im Kanton Wallis (siehe Kapitel 7).

Es wird angenommen, dass von vornherein alle Informationen in numerischer Form vorliegen und computertechnisch bearbeitbar sind. Das Ziel besteht darin, bestehende Koordinaten mit annehmbaren Restklaffungen in ein übergeordnetes, erneuertes Bezugssystem zu überführen. Dabei sind folgende Schwierigkeiten zu lösen:

- die höheren Ordnungen, an welche die zwei Systeme angeschlossen werden, sind oft nicht identisch (z.B. neuer Bezugsrahmen LV95 und alter Bezugsrahmen LV03), gleiches gilt für die durchgeführten Messungen sowie ihre Ausgleichungsmethoden,
- die lokalen Festpunkte (Polygonpunkte) wurden in aufeinander folgenden Etappen (Vermessungslose und Nachführungsetappen) mit alten Messungen und einfachen Ausgleichungsmethoden bestimmt,
- die Versicherung im Gelände kann in jeder Hinsicht mehr oder weniger grosse Lücken (beschädigte, zerstörte oder verschwundene Punkte) und Veränderungen (Wiederherstellung und Wechsel der Beschaffenheit) angesichts von Geländebewegungen aufweisen.
- Die Lage gewisser bestehender Fixpunkte ist nicht mit aktuellen Bedingungen vereinbar (Bauten, Verkehr, GNSS-Messfähigkeit, usw.) und diese sollen aufgegeben werden.

Ziel ist es, ausgehend von den alten Bestimmungen mit den erneuerten Festpunkten höherer Ordnung eine lokale Anpassung der erneuerten Daten, <u>sogar in der Detailvermessung</u>, zu erreichen.

Die Strategien der

- **vollständigen Neuvermessung**
- **Transformation und Interpolation**
- **Neuberechnung mit einer neuen Ausgleichung der LFP**

müssen gemäss den besonderen Bedingungen jedes Falles verändert werden, also

- der **Art der Klaffungen** (zufällige oder systematische)
- der **Qualität der ursprünglichen Ausgleichungen**
- der **momentanen Qualität der Versicherung**
- der **angestrebten Qualität**
- der **zu verarbeitenden Datenmenge**
- der **verfügbaren Computertechnik**
- der **verfügbaren finanziellen Mittel**

Die Verarbeitung der **Festpunkte** und der **Detailpunkte** kann unterschiedlich sein. In der Tat kann die Ausgleichungsmethode für die Festpunkte verbessert werden. Zudem ist die Anzahl der Festpunkte im Allgemeinen 10- bis 20-mal kleiner als diejenige der Detailpunkte, was eine raffiniertere Vorgehensweise erlaubt.

3.5.1 Teilweise oder vollständige Neubestimmungen

Vielfach sind Neubestimmungen erforderlich. Dies geschieht dann entweder partiell, mit einem «weitmaschigen» Netz, vereinzelten GNSS-Punkten und Passpunkten, oder aber vollständig, mit kompletter Neubestimmung der lokalen Festpunkte.

Sowohl aus praktischen Erwägungen (mögliche Visuren, GNSS-Beobachtungsfenster, Zugänglichkeit der Punkte sowie ihre Tauglichkeit zum Aufstellen von Instrumenten, Verwendung leicht auffindbarer Punkte, Verwertung des Bestehenden), wie auch aus finanziellen Gründen ist die partielle Neubestimmung die plausibelste Lösung. Ausgehend vom «weitmaschigen» Netz oder mit GNSS nimmt man die notwendigen Pass- und Kontrollpunkte auf und verwendet dabei sowohl die bestehenden Festpunkte als auch die Detailpunkte.

Die vollständige Neubestimmung der Festpunkte ist aufwändiger, erweist sich jedoch als notwendig, wenn bestehende Festpunkte so zerstört wurden, dass der Anschluss alter Detaildaten problematisch wird.

Zu den Zielen einer Neubestimmung gehören eine **Zustandsdiagnose** der Vermessung im Feld, eine teilweise oder vollständige **Verbesserung** des lokalen Festpunktnetzes sowie eine **Kontrolle** der Eingliederung der verbleibenden alten Daten ins neue System.

3.5.2 Transformationen und Interpolationen

Ganz allgemein setzt die Durchführung von Transformationen die Existenz von in beiden Systemen bekannten Passpunkten voraus. Hierbei kann es sich um Punkte höherer Ordnung, um neu bestimmte oder auch um neu berechnete Punkte handeln. Die direkte Verwendung von Koordinatennetzen erfordert die genaue Kenntnis der Transformationsparameter und ihrer geografischen Variation.
Es ist wichtig, die Transformationsparameter sowohl der Originalpunkte als auch der aus der Nachführung stammenden Punkte zu kennen.

Eine genaue Auflösung der entdeckten Fehler ist unerlässlich, um eine zukünftige kohärente und «problemlose» Verwaltung zu ermöglichen. Diese betrifft u. a. folgende Fälle:

- **Verschiebung von Originalfestpunkten**: Stellt man fest, dass sich ein Punkt im Gelände verschoben hat, benutzt man die Ursprungsdaten für die Transformationen der mit dem alten Punkt verbundenen Originaldaten; hingegen übernimmt man die neuen, «verschobenen» Daten zur Verwaltung von Daten, die nach der Verschiebung entstanden sind, sowie für künftige Nachführungen.

- **Verschiebung von Grenzpunkten**: Stösst man auf einen schlecht wiederhergestellten Grenzpunkt, so muss dieser ggf. (bei zu grosser Klaffung) unter Beibehaltung der ursprünglichen Bestimmung im Gelände korrigiert werden.
- **Schlechte Einpassung mehrerer Punkte**: Wird eine schlechte Einpassung einer ganzen Gruppe von Punkten festgestellt, die beispielsweise aus derselben Mutation herrühren, so kann bei nicht tolerierbaren Klaffungen eine Korrektur erfolgen. An den betroffenen Daten wird eine lokale Interpolation der festgestellten Klaffungen vorgenommen. Die korrigierten Daten einschliesslich der aus ihnen abgeleiteten Daten (z.B. Gebäude) werden nach einer offiziellen Prozedur eingeführt.
- **Grober Fehler an einer einzigen Grösse**: Wird ein grober Fehler festgestellt, so muss genau analysiert werden, was falsch ist (die Versicherung oder die Koordinaten). Dann wird der Fehler korrigiert und die dadurch entstehenden Auswirkungen auf benachbarte Daten werden verifiziert.
- **Nicht korrigierbare Fehler**: Entdeckte Inkohärenzen ohne unmittelbare Korrekturmöglichkeiten müssen in einem Protokoll festgehalten und in den Objekt- und Punktattributen vermerkt werden, um den Benutzer vor den zweifelhaften Eigenschaften der betroffenen Grösse zu warnen.

Die Durchführung einer allfälligen Interpolation der Restklaffungen aus Transformationen hängt von verschiedenen allgemeinen Kriterien ab, wie z.B.:

- Verhältnis dieser Restklaffungen gegenüber der erhofften Genauigkeit; die Restklaffungen müssen mindestens so gross sein wie die Genauigkeitsanforderungen, damit man sie zu verkleinern versucht,
- zufälliger oder systematischer Charakter der Klaffungen; wesensmässige zufällige Klaffungen dürfen nicht interpoliert werden,
- verfügbare technische und finanzielle Mittel (vgl. Kapitel 6); provisorische Daten deren Ersatz trotzdem geplant ist, dürfen nicht Objekt kostspieliger Behandlungen sein,
- eventuelle Bedingungen bezüglich Winkel und Flächen (geometrische Ähnlichkeit); Daten deren geometrische Ähnlichkeit wichtig ist (Winkeltreue, Linientreue, Flächengleichheit) dürfen nicht Interpolationen unterworfen werden, die diese Eigenschaften zerstören.

Bezüglich der Festpunkte kann eine Einpassung durch reine Transformation nur dann ins Auge gefasst werden, wenn:

- die Klaffungen hinreichend systematisch und homogen sind,
- die Qualität der Originalausgleichung gut genug ist,
- der Zustand der Versicherung im Feld gut ist (neuere Vermessungen).

Bezüglich der Detailpunkte muss eine genügend systematische Einpassung per Transformation in Betracht gezogen werden, weil die Neuberechnung «historischer» Messungen heikel und kostspielig für die betroffenen Vermessungen ist und die Ergebnisse oft enttäuschen: sowohl quantitativ (viele Berechnungen mit wenig brauchbaren Ergebnissen) als auch qualitativ (aktuelle Toleranzen nicht eingehalten, ungenügende Überbestimmungen). Die vollständigen Neubestimmungen ziehen oft unverhältnismässig hohe Kosten nach sich, wenn sie nicht ganz einfach möglich sind.

Probleme, die nach der Transformation fortbestehen, hängen mit den Inkohärenzen der Ausgleichungen und der Nachführung zusammen. Die besten Transformationen und Interpolationen können dem nur mässig und in beschränktem Umfang Rechnung tragen.

3.5.3 Neuberechnungen

Eine **Neuberechnung** der ursprünglichen und der nachgeführten Aufnahmen ist dann gerechtfertigt, wenn die ursprüngliche Ausgleichungsmethode oder die Integration der einzelnen Nachführungsetappen zu wünschen übrig lassen. Es ist ökonomisch vorteilhaft, wenn die Messdaten ohne Neuerhebung ausgewertet werden können.

Eine reine Neuberechnung ohne jegliche Neubestimmung ist im Allgemeinen nicht möglich (Voraussetzung ist, dass sämtliche Anschlusspunkte höherer Ordnung in beiden Koordinatensystemen bekannt

sind). Ausserdem sind Gesamtausgleichungen nur teilweise geeignet, die Schwachstellen in den ursprünglichen Netzen zu korrigieren. Die Einführung einiger zusätzlicher (insbesondere mit GNSS bestimmter) Anschlusspunkte ist mitunter unerlässlich, um beispielsweise lange Polygonzüge ohne Zwischenkontrollen oder ein Gebiet ohne Anschlüsse als zuverlässig einstufen zu können.

Um jede Generation von Messungen analysieren zu können, wird ein direktes Vermischen von alten und neuen Messungen in der Regel vermieden. Vorzugsweise sind die neuen Messungen zunächst unter sich auszugleichen, dann die neuen Koordinaten zuerst als «Beobachtungen» und schliesslich als «fest» einzuführen.

Beim Kombinieren verschiedener alter Messungen in Gesamtausgleichungen sollte man grosse Vorsicht walten lassen (Bildung von klar getrennten Gruppen mit unabhängigen Genauigkeits- und Massstabsparametern), um einer Vermischung inkohärenter Messungen vorzubeugen.

Jede Berechnung muss durch interne Indizierung näher gekennzeichnet werden.

3.5.4 Notwendige Kontrollen

Die Auswirkungen der Manipulationen (Neuberechnungen; Transformationen und Interpolationen) auf die untergeordneten Daten und die abgeleiteten Produkte müssen unabhängig und systematisch kontrolliert werden.

Sie können in einer unabhängigen Bestimmung alter Punkte über die der Nachführung dienenden modernen Grundsätze bestehen. Um ihren unabhängigen Charakter zu bewahren, darf diese Bestimmung nicht an den Manipulationen (Ausgleichungen, Transformationen oder Interpolationen) der alten Daten teilhaben.

Ein Vergleich und eine Analyse der Transformationsresultate und der neuen Feldaufnahmen ermöglichen eine uneingeschränkte Bewertung der transformierten Daten.

Diese lassen die konkrete Qualität und die allfälligen Schwierigkeiten erkennen, denen die Vermessungsfachleute in Zukunft im Feld begegnen werden.

Die Erneuerung verschiedener Dokumente stellt ebenfalls eine Kontrollgelegenheit dar:

- Analyse der Punktkoordinatenunterschiede vor und nach der Behandlung,
- Überlagerung von Plänen vor und nach der Behandlung, um ihre Auswirkungen und möglichen Lücken hervorzuheben,
- Flächenberechnung mit Hilfe der neuen Koordinaten und Vergleich mit den offiziell bestehenden Flächen,
- ...

3.6 Integration von GNSS-Messungen in das Koordinatensystem der amtlichen Vermessung

Eine mit der Satellitengeodäsie verbundene Technologie ist in zunehmendem Masse geeignet, zur Standardausrüstung des Geometers zu werden: das Präzisions-GNSS (Globale Navigations Satelliten Systeme).

Das zu lösende Problem ist relativ komplex: die Bestimmung kartesischer Koordinaten im lokalen Projektionssystem anhand satellitengebundener Bestimmungen, die aus einem globalen System stammen. Es handelt sich um ein ziemlich ähnliches Problem, auch umgekehrt, wie die Integration von Koordinaten eines Digitalisiergerätes ins nationale Koordinatensystem.

Es soll im Voraus erwähnt werden, dass die vorliegende Arbeit dieses Thema nur beiläufig erwähnt, legen doch die GNSS Lieferanten ihren gelieferten Instrumenten im Allgemeinen eine komplette Software bei. Ausserdem finden regelmässig spezielle Fortbildungsseminare statt.

Es gilt jedoch, folgende Probleme zu erwähnen:

Bei der Koordinatenbestimmung mit Hilfe von Satelliten gilt es, sich zu vergewissern, dass die Beziehung zwischen dem Referenzellipsoid des Satellitensystems und demjenigen des kartesischen Koordinatensystems korrekt ist und dass das geodätische Datum des Ziel-Projektionssystems eingehalten wird.

Es handelt sich dabei um den Übergang vom dreidimensionalen geozentrisch-kartesischen Satellitensystem (X, Y, Z), das hauptsächlich auf dem Bezugssystem WGS84 basiert, zum Bezugsrahmen des schweizerischen Projektionssystem aktuell LV95 (E, N) und früher LV03 (y, x), welches auf dem Bessel'schen Ellipsoid basiert, mit den Gebrauchshöhen (H), basierend auf dem Ellipsoid von Bessel mit Gebrauchshöhen (H), basierend auf dem Geoid. Das Problem des Übergangs von ellipsoidischen Koordinaten (L, B, h_{Ell}) zu den metrischen kartesischen Koordinaten (y, x, h) kann sich ebenfalls stellen.

Die übliche Lösung besteht darin, die WGS84-Koordinaten mit dem Programm REFRAME in schweizerische Koordinaten zu transformieren. Dieses Programm wird von swisstopo angeboten.

Zudem bezweckt das automatische GNSS-Netz AGNES, den Bezugsrahmen LV95 mittels permanenter GNSS-Stationen zusammen mit Swisscom «aktiv» zur Verfügung zu stellen (Produkt swipos, das mit dem privates Konkurrenzprodukt swiss@t fusioniert wurde). Dieser Dienst integriert seit 2007 das amerikanische GPS und das russische GLONASS Satellitenpositionierungssystem; sobald verfügbar auch das europäische Galileo System.

Eine lokale Einpassung mittels GNSS gemessener lokaler Stützpunkte kann noch nötig sein, insbesondere für alte originale LV03 Netze und wenn solche mangelhaft in LV95 transformiert wurden.

Kontrollen

Auch wenn man sein GNSS Feldinstrumentarium gut beherrscht, empfiehlt es sich, regelmässig Messungen auf bekannten zuverlässigen Punkten durchzuführen, die nicht in die Bestimmung einbezogen werden.

Die Berechnung kann mit Hilfe der mitgelieferten Programme erfolgen, welche Näherungskoordinaten ergeben (z.B. LGO oder Infinity von Leica Geosystems AG). Endgültige hochgenaue Resultate erhält man durch eine neue nachträgliche Ausgleichung (z.B. Bernese GNSS Software, LTOP, GeoSuite-TRANSINT).

Es wird empfohlen, die Lage- und Höhenberechnung getrennt zu bearbeiten.

3.7 Integration «photogrammetrischer» Aufnahmen in das Koordinatensystem der amtlichen Vermessung

Achtung

Dieses Kapitel beschreibt die Transformationsprobleme in der Photogrammetrie nur sehr allgemein.

Geschichte

Die Photogrammetrie nutzende Organe (swisstopo, Privatfirmen, Hochschulen) haben über einen langen Zeitraum die Transformations- und Interpolationsmethoden entwickelt, um ihre Datenauswertungsprobleme lösen zu können.

Insbesondere wurden verschiedene Interpolationsmethoden ausgedacht, um die Restklaffungen nach der (inneren) Bildorientierung zu beseitigen und die terrestrischen und die Luftbilddaten bis in die lokale Situation hinein in Übereinstimmung zu bringen.

In der analogen Photogrammetrie waren die Möglichkeiten der Transformation und der Restklaffenbeseitigung beschränkt. Je nach Verteilung und Menge der Passpunkte konnten verschiedene Methoden verwendet werden (Helmert, affine, Interpolation nach der Methode der kleinsten Quadrate, bikubisch, usw.).

Die Einführung der analytischen Photogrammetrie ermöglichte den Verzicht auf Zusatzbehandlungen. Die Aerotriangulation durch Ausgleichung (z.B. Bündelmethode) ergibt ausgeglichene kohärente Resultate. Die Passpunkte selbst werden als Messungen mit entsprechender Gewichtung eingeführt.

So, mit Hilfe unabhängiger Modelle, interpoliert man die Restklaffungen nach der Methode der kleinsten Quadrate. So wurde jedes einzelne Modell durch eine Affintransformation mittels Passpunkten ins globale Bezugssystem integriert.

Die nachfolgenden Transformationen jedes Modells werden mit der Helmert- oder der affinen Methode vorgenommen. Die erforderlichen Transformationsmodule sind in den Ausgleichungsprogrammen enthalten.

Heute werden in die Auswertesoftware integrierte Ausgleichungsprogramme verwendet, die verschiedene Transformationsmodule beinhalten und eine Kombination von terrestrischen und Luftbilddaten erlauben. Die Algorithmen sind in der Regel Bestandteil des Lieferumfangs der Geräteausrüstung. Die abschliessenden Behandlungen gehen mit der Verarbeitung der Rasterbilder einher.

Die Verwendung grossflächiger Höhenpunktmuster im Rahmen digitaler Geländemodelle setzt die Benutzung von Interpolations- und Glättungsmethoden voraus, um verschiedene Darstellungen wie Höhenlinien, Profile usw. erzeugen zu können.

Das Foto ist in Wirklichkeit eine Zentralprojektion. Die Photogrammetrie verwandelt das projektive Original in ein orthometrisches Bild, wobei die Kenntnis gewisser Daten der betroffenen Objekte und Bilder vorausgesetzt wird (stereoskopische Photogrammetrie).

Die Transformation von Daten der digitalen Photogrammetrie (Raster) mit der Entzerrung von Orthofotos und ihrer Integration ins kartesische Koordinatensystem ist heute weit verbreitet.

Aktuelle Situation

Die Operateure haben zunehmend die Möglichkeiten, mit einer Mehrzahl von Feldaufnahmegeräten terrestrische Bilder zusammen mit Richtungs-, Distanz- oder GNSS Messwerten zu erfassen. Auch die generalisierende Fernerkundung mittels UAV (Drohnen) mit ihrer manchmal sehr einfachen Instrumentierung steht ihnen zur Verfügung. Diese Operateure sind keine Spezialisten mehr wie die klassischen Photogrammeter. Sie haben nun die Aufgabe, die so aufgenommenen Bilder in die bestehenden Datensätze einzupassen.

Die Entwicklungen sind stark im Fluss und werden laufend in der Fachliteratur publiziert.

3.8 Integration digitalisierter Pläne in das Koordinatensystem der amtlichen Vermessung

Die Koordinatentransformation (lokal ⇨ global) von Punkten, die aus digitalisierten Plänen stammen, ist ein klassisches Problem der Numerisierung.

Je nach den Eigenschaften der Daten, der Art der verfügbaren Pläne und der Numerisierungsmethode müssen verschiedene Gesichtspunkte beachtet werden.

3.8.1 Ursprünglich verwendete Aufnahmemethoden

Im Falle von **Messtischaufnahmen** mit grafischem Auftrag im Gelände (Aufnahme der **Richtungsmessungen mit Bussole** und der **Distanzen optisch oder mit Messband**) muss, abgesehen von einer schlechten Übereinstimmung zwischen den einzelnen Stationen und Plänen, mit sehr heterogenen Aufnahmen im steilen Gelände und mit Verwerfungen zwischen Aufnahmestationen desselben Planes gerechnet werden. Solche Daten können nur grob transformiert werden und die Restklaffungen haben lediglich eine sehr lokale Bedeutung. Die Feinbestimmung bestimmter Faktoren (Planverzug) bleibt problematisch. Selbst bei Plänen mit hinreichend grossem Massstab ist deshalb in der Regel nicht mit einer Genauigkeit von besser als einem halben Meter zwischen entfernten Objekten auf dem gleichen Plan zu rechnen.

Im Falle von **Orthogonalaufnahmen** (mit notierten Aufnahmemassen) im flachen Gelände können erfahrene und übergenaue Bearbeiter mit numerischem Planauftrag der Aufnahmen ausgezeichnete Resultate erzielen. Schlechtere Werte ergeben sich im geneigten Gelände und wenn die Nachführung durch nachfolgende Polaraufnahmen erfolgte (Massstabsinkohärenzen). Die Eigenschaften der Daten können gut bestimmt werden (im Dezimeterbereich), vor allem, wenn ein ursprüngliches Koordinatennetz auf dem Plan abgebildet ist und dieses einen hinreichend grossen Massstab aufweist.

Im Falle von **Polaraufnahmen** (mit **optischer Distanzmessung**) können bei kurzen Distanzen gute Resultate erwartet werden. Schlechtere Werte ergeben sich bei Aufnahmen mit längeren Distanzen. Die Möglichkeit eines schlecht bestimmten Massstabsfaktors bei der Messung und beim Planauftrag muss immer in Betracht gezogen werden. Die Struktur und die Ausgleichung des Polygonpunkt (PP)-Netzes sowie dessen Nachführung können die Qualität der zu transformierenden Daten massiv beeinträchtigen, vor allem, wenn das Polygonpunktnetz nicht entsprechend sorgfältig gepflegt wurde. Das Transformationsniveau bleibt dennoch oft erstaunlich gut. Zahlreiche Faktoren können berücksichtigt werden und die Daten lassen sich recht gut transformieren (im Dezimeterbereich). Auch können diverse Korrekturen durch Interpolation vorgenommen werden.

Im Falle von **Polaraufnahmen** (mit **elektro-optischer Distanzmessung**) ist die Kalibrierung der Distanzmessungen im Allgemeinen ausgezeichnet. Die Daten liegen zum grossen Teil bereits in Form kontrollierter kartesischer numerischer Koordinaten vor. Eventuelle Probleme können herrühren aus:

- der vereinfachten Ausgleichung der Festpunkte und aus Lücken der Nachführung, die zu Inkohärenzen zwischen Festpunkten führen,
- Messungen auf Punkten mit zweifelhafter Versicherung,
- Koordinatenkontrollen, die nicht wirkungsvoll genug sind und daher keine ausreichende Zuverlässigkeit gewährleisten usw.

Bestehende Koordinaten können durch Digitalisierung oder Berechnung ergänzt werden.

Im Falle von Plänen, die aus **photogrammetrischen Auswertungen** entstanden sind, existieren alle Arten von Produkten: von den grafischen Auswertungen kleiner Fotos, die zu weniger genauen Bestimmungen mit teils ungeklärten Interpretationsfehlern führen, bis hin zu den zuverlässigen (gemittelten und kontrollierten) numerischen Auswertungen. Im Falle schwacher Überbestimmungen kann die Zuverlässigkeit der verfügbaren Daten problematisch sein. Alte Auswertungen sind im Allgemeinen grafisch, neuere numerisch – mit mehr oder weniger gutem Ausgleichungsniveau je nach Längs- und Querüberdeckung der Aufnahmen.

3.8.2 Beschaffenheit der zu transformierenden Pläne

Im Falle von **Kartonplänen**, Originalplänen oder Kopien des 19. und vom Beginn des 20. Jahrhunderts (hauptsächlich in der Westschweiz) ist folgendes zu beachten:

- Papierverzug,
- verwendetes Projektionssystem,
- physischer Zustand des Planes,

- die Existenz eines Koordinatennetzes (Gitter, Kreuze alle 10 cm), das gleichzeitig mit den Feldaufnahmen auf dem Plan kartiert wurde,
- Entwicklung der Nachführungsmethoden seit Herstellungszeitraum des Plans.

Die Genauigkeit der auf dem Plan dargestellten Daten hängt, abgesehen von der Aufnahmeart, ab:
- vom Planmassstab,
- von der Feinheit des Planauftrags,
- von der Papierqualität,
- von der bei der Nachführung aufgewendeten Sorgfalt.

Selbst wenn die allgemeine Plausibilität der nachgeführten Daten gut ist, kann der Massstab unterschiedlich gewesen sein. Lokale Inkohärenzen sind häufig. Praktisch keine auf diesen Plänen aufgetragene Information ist koordinatenmässig bekannt.

Im Falle von Plänen, deren Zeichenpapier auf **Aluminiumplatten** geklebt ist – Originalplänen, die seit Beginn des 20. Jahrhunderts so angefertigt wurden und welche die wichtigste Grundlage des in einem Drittel der Schweiz geltenden halbgrafischen Katasters bilden – sind folgende Probleme zu beachten: die **Kohärenz** ihres Bezugssystems (Polygonpunkte, Koordinatennetz) mit den inhaltlichen Details sowie die praktische Schwierigkeit, sie mit Hilfe der gegenwärtig in den technischen Büros verbreiteten Einrichtungen (Tische **und** Scanner) zu digitalisieren. Die Daten sind in der Regel zuverlässig und von guter Massstabsqualität. Die Genauigkeitsprobleme sind in erster Linie auf die Rekonstruktion der Festpunkte, eine schlechte Integration der Nachführungselemente sowie auf Nachführungsinkohärenzen an den Planrändern zurückzuführen. Der Umweg über die fotografische Aufnahme dieser Platten für die Digitalisierung bringt einen leichten Qualitätsverlust mit sich, der jedoch akzeptabel ist. Bestimmte Elemente der enthaltenen Informationen sind oftmals bereits in Form von Koordinaten bekannt (hauptsächlich die Polygonpunkte, mitunter auch die Grenzpunkte), während sich andere mehr oder weniger leicht berechnen lassen.

Liegen Pläne als **verzugsfreie Folien**, Kopien, Photokopien oder kürzlich erstellte Originalpläne halbgrafischer oder numerischer Vermessungen vor, so liegt deren Hauptproblem in ihrem Zustand (diverse Deformationen, Risse oder Zerknitterung) und den eventuellen Inkohärenzen aus ihrer Nachführung. Oft ist ein wichtiger Teil ihres Informationsgehaltes bereits in numerischer Form bekannt oder leicht berechenbar. In diesem Fall wird man die Übernahme dieser Daten mittels Transformation und Berechnung bevorzugen.

3.8.3 Bezugssysteme der Pläne

Im Falle von **Plänen mit Koordinaten- und Festpunktnetzen** ist es wichtig zu wissen, ob diese ursprünglich vorhanden waren oder erst nachträglich aufgetragen wurden. Ausserdem muss bestimmt werden, auf welches Projektionssystem sie sich beziehen. Auf alten Plänen kann es eine Mischung von ursprünglichen (Bonne'sche Projektion) und neueren Festpunkten (aktuelle Projektion) geben, die auf die Schnelle aufgetragen worden sind. Die alten Koordinatennetze, deren Bezug zum modernen Projektionssystem noch nicht hergestellt wurde, bleiben dennoch wichtig für die Ermittlung des Planverzugs. Manche alten Pläne enthalten kein Koordinatennetz sondern ein Mittelkreuz in der Achse des Papiers. Dieses kann ebenfalls zur Abschätzung des Verzuges und seiner Korrektur verwendet werden.

Im Falle von **Plänen ohne Koordinatennetz** muss darauf geachtet werden, ob es koordinatenmässig bekannte Punkte gibt oder ob sich Passpunkte finden lassen, die sowohl auf den Plänen als auch im Gelände bestehen, und ob es sich dabei um ursprüngliche oder mutierte Punkte handelt. Die Bestimmung der Transformationsparameter ist schwieriger als bei Plänen mit Koordinatennetz, besonders was den Planverzug betrifft.

3.8.4 Anfänglicher Numerisierungsstand

Im Falle **rein grafischer Daten** lohnt es sich, den gesamten Planinhalt zu numerisieren und zu transformieren. Das Einpassen der Daten erfordert im Allgemeinen Messungen im Gelände, wenn die bestehenden numerischen Daten benachbarter Operate nicht genügen. Sämtliche Daten durchlaufen eine vollständige Transformationsbehandlung.

Im Falle **gemischter Daten** (grafische Daten mit numerischen Elementen, wie teilweise Koordinatenberechnungen) sind nur die fehlenden Detailinformationen und die Passpunkte zu numerisieren und zu transformieren. Dazu gehören die teilnumerischen (oder halbgrafischen) und teilweise numerisierten Vermessungen. Der geometrischen Kohärenz der bereits numerischen und der neu transformierten Daten muss besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden. Die Objektbeschreibungen zur Darstellung auf dem Bildschirm oder zum automatischen Zeichnen der Pläne müssen in der Regel noch durchgeführt oder ergänzt werden. Bei den Transformationen muss darauf geachtet werden, dass diese Beschreibungen und andere mögliche Attribute den Koordinaten «folgen».

Im Falle **vollständig numerischer Daten** (vollständig berechnet) finden eventuelle Numerisierungen grafischer Informationen nur als Kontrolle statt und Einpassprobleme beschränken sich auf die Wahl der zweckmässigen Methoden und auf die Probleme der Formatierung und der Kompatibilität zwischen Computersystemen und Transformationen.

3.8.5 Numerisierungsmethoden

Im Falle einer **Digitalisierung** der Koordinaten **durch manuelle Erfassung** (auf einem Digitalisiertisch) und einer Beschreibung von Perimetern, die je nach Art der Objekte mehr oder weniger stark kontrolliert wurden, kommen durch die spezifische Qualität des Tisches und das subjektive Urteil des Bearbeiters Inkohärenzen zustande, welche die Qualität der Transformation beeinflussen können.

Im Allgemeinen werden die Tische durch Programme verwaltet, die elementare Transformationen und mitunter auch einfache Interpolationen erlauben.

Eine regelmässige Kontrolle des Tisches und eine kontrollierte Verwaltung der wichtigen Erfassungen verhindert das Einschleichen von Fehlern in die Transformationen. Es lohnt sich ebenfalls, die «Tischkoordinaten» des Geräts manuell verwalten zu können.

Im Falle eines **Scannens** durch automatische Erfassung und eventuelle automatische Strukturierung wird die Datentransformation von der **Qualität** des Scanners, seinen **Einstellungsmöglichkeiten** sowie der **Leistungsfähigkeit der verwendeten Software** beeinflusst. Im Hinblick darauf wurden beim Scannen bereits Probleme im Zusammenhang mit eingeführten störenden Verzerrungen beobachtet (unregelmässige Abweichungen des Scan Kopfes oder des gescannten Datenträgers). Es können diverse Massnahmen ergriffen werden, um die Transformationen von solchen Auswirkungen freizuhalten, die durch eine kluge Einstellung der Geräte vermeidbar sind.

Im Falle der **Berechnung** durch Übernahme ursprünglicher Messungen (Richtungen, Distanzen, Höhen, usw.), die sich über eine lange Erfassungsperiode erstrecken und die zu einem kohärenten Endresultat führen sollen, sind umfangreiche Berechnungsläufe und verifizierende Vergleiche notwendig. In diesem Falle bestehen keine Probleme von Planeinpassungen mehr. Im Laufe der Geschichte sind aber Inkohärenzen in die Polygonpunkte eingeführt und die Aufnahmemethoden geändert worden. Die damit verbundenen Schwierigkeiten können es notwendig machen, inkohärente Aufnahmen in stabilisierte Daten einzupassen. Im Allgemeinen handelt es sich dabei um Transformationen und Interpolationen, die in kleinen Gebieten zum Tragen kommen und sich geografisch nur beschränkt auswirken. Manchmal ist im Vergleich zu den erhaltenen qualitativen und quantitativen Ergebnissen ein unverhältnismässiger Aufwand nötig, um diese Berechnungen zu Ende zu führen.

3.8.6 Zu betrachtende Koordinatenarten

Die direkt von **Scannern erzeugten Koordinaten** müssen in der Regel transformiert werden, um klassische kartesische Koordinaten zu erhalten. Die Scan-Dienstleister benutzen hierfür in der Regel die Helmert-Transformation. Natürlich kann auch eine raffiniertere Bearbeitungsvariante in Betracht gezogen werden. Es müssen jedoch nicht nur die Einstellungsmängel des Scanners behoben werden. Der Kunde wird die Resultate und die Genauigkeitsangaben der verwendeten Transformationen verlangen, um sich zu überzeugen, dass die Scan-Arbeiten fachgerecht ausgeführt worden sind. Firmen, die über Scanner verfügen, sind oft nicht über die von den Geometern verlangten Standards im Bilde.

Digitalisierte Polarkoordinaten (Richtung und Entfernung) werden einer trigonometrischen Berechnung unterzogen, gefolgt von möglichen Transformationen, um von einem lokalen ins klassische kartesische Koordinatensystem überzugehen (in der Regel Helmert-Transformation).

Koordinaten in einem lokalen orthogonalen System digitalisiert, wie z.B. einem «Tischsystem», erfahren eine elementare Helmert-Transformation, um ins klassische kartesische Koordinatensystem überführt zu werden. Die Massstabseinführung bietet Gelegenheit, Rohkoordinaten, die durch die Digitalisierungsinstallation in 1/100 mm oder in angelsächsischen Einheiten erzeugt wurden, bei der Erfassung auf dem Plan im Moment der Digitalisierung in Meter zu transformieren.

Vorhandene **digitalisierte Koordinaten eines kartesischen Koordinatensystems**, die ins kartesische Landeskoordinatensystem zu transformieren sind, müssen vorab auf ihre Klaffungen hin analysiert werden, um zu entscheiden, welches Transformationsmodell angewendet werden soll. In der Tat können diese Koordinaten verschiedene Bearbeitungen durchlaufen haben, wodurch nun bestimmte Lösungsvarianten entfallen.

Das Aufkommen neuer Architektur-Design-Technologien (Building Information Modeling - BIM) wirft die Frage auf nach der Lieferung der AV Basisdaten in deren lokalen Bezugsrahmen, wie auch die Weiterverwertung derer 3D-Daten, um sie in eine kartografische Darstellung zu integrieren. Es stellt sich ebenfalls das Problem, dass die in deren konzeptionellen Modellen erzeugten Daten eine Art digitale Maske sind und keine gemessenen Koten eines realen Objektes, wie es ist oder tatsächlich erstellt werden wird. Das Interesse der AV an 3D-Daten aus BIM darf mit Blick auf das Stockwerkeigentum nicht vernachlässigen, wo Stockwerke und Untergeschosse richtig zu verwalten sind.

3.9 Vervollständigung durch Numerisierung einer klassischen numerischen Vermessung

Bestehende klassische Vermessungen (20. Jahrhundert) sind selten vollständig numerisiert und damit einer computertechnischen Bearbeitung zugänglich. Genau dies wird jedoch im aktuellen Konzept der amtlichen Vermessung für sämtliche, von Benutzern verwendeten Daten (abgesehen von Grundbuchdaten) gefordert.

Teilnumerische Vermessungen werden durch Berechnung oder Digitalisierung vervollständigt. Auch wenn berechenbare Messungen vorliegen, beschliesst man manchmal aus wirtschaftlichen Gründen, eher Pläne zu digitalisieren anstatt Berechnungen durchzuführen (z.B.: gewundener Bach, wo die Genauigkeit zweitrangig ist). In beiden Fällen können sich Transformationen als unverzichtbar erweisen.

Die Wahl der zu numerisierenden Informationsträger (Pläne, Listen, Karteien) bestimmt die durchzuführenden Transformationen.

Werden Pläne digitalisiert, so müssen die gewonnenen «Tischkoordinaten» durch eine klassische Helmert-Transformation transformiert werden. Die Wahl der Passpunkte ist dabei die interessanteste der zu lösenden Aufgaben: soll man sich auf die Koordinatennetze, auf die Festpunkte oder auf nahe gelegene Detailpunkte stützen? Die Antwort hängt von der Qualität der numerisierten Daten (Fest-, Grenz- oder Detailpunkte) ab.

Vervollständigt man diese Vermessungen durch ergänzende Berechnungen auf der Basis der ursprünglichen und der nachgeführten Aufnahmen, so können sich einfache Transformationen und Interpolationen zur Erzeugung kohärenter neuer Koordinaten als unverzichtbar erweisen, wenn sich die Passpunkte im Laufe der Zeit verändert haben.

4 Aufzählung der Methoden

4.1 Einleitung

In den vorstehenden Kapiteln sind mehrere Fälle oder Problembereiche vorgestellt worden, die entweder einen Bezugsrahmen- oder Bezugssystemwechsel (z.B. Einfügen / Einpassen digitalisierter Koordinaten ins Landeskoordinatensystem) oder die Berechnung einer Grösse implizieren, die einem Punkt je nach seiner Lage anzubringen ist, (Koordinatendifferenz infolge Neubestimmung eines übergeordneten Punktes).

Im ersten Fall (Systemwechsel) spricht man eher von **Transformationen**, im zweiten (Berechnung einer Grösse) eher von **Interpolationen**.

Anmerkungen

- Bestimmte Probleme lassen sich **sowohl** durch Transformationen **als auch** durch Interpolationen lösen.
- Bestimmte Transformationsprobleme können mittels Interpolationen gelöst werden.
- Es ist möglich (manchmal sogar sehr vorteilhaft), Transformationen und Interpolationen zu verknüpfen.
- Der Wechsel der Koordinaten«form» (also die Alternative, polare Koordinaten als orthogonale oder auch geografische als geozentrische Koordinaten auszudrücken) bewirkt keinen Systemwechsel und ist keine Transformation, sondern eine **Umformung** der Koordinaten.

Eine synthetische Beschreibung der möglichen Entscheidungen findet sich in Kapitel 6. Das Ziel des vorliegenden Kapitels ist es, gewisse Transformations- und Interpolationsmethoden theoretisch und gerafft darzustellen, die im Bereiche geometrischen Arbeiten «häufig» benutzt werden. Die theoretischen Lehrbücher sollen nicht ersetzt werden, sondern ein vertieftes Studium ermöglichen.

Bei den meisten Fällen wird dargestellt:

- das Modell mit seinen mathematischen Formeln,
- die festzulegenden Parameter,
- die Vorteile und Nachteile.

und bei gewissen Fällen zusätzlich:

- besondere Eigenschaften,
- Spezialfälle oder Besonderheiten,
- ein anschauliches Beispiel.

4.2 Transformationen

4.2.1 Allgemeines

Als **Transformation** bezeichnet man eine mathematische Operation, die zwei Koordinatensysteme so miteinander verknüpft, dass sich die Lage eines im einen System bekannten Punktes auch im andern System ausdrücken lässt.

Eine Transformation bewirkt also einen System**wechsel**, wie bereits in der Einleitung erwähnt. Z.B. sei die Koordinatentransformation erwähnt, mit der vom WGS84 (WGS = World Geodetic System) des GNSS ins schweizerische Landeskoordinatensystem (ebene Koordinaten E, N) übergegangen werden kann.

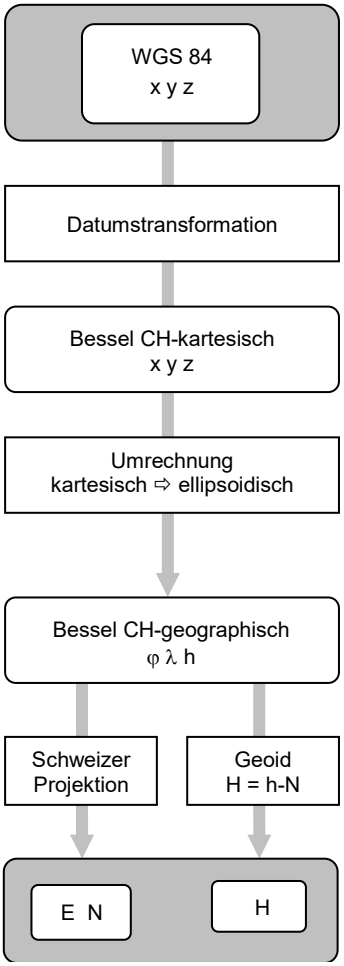


Abb. 7: Schema der Transformation: WGS84 Koordinaten ⇨ Schweizer Landeskoordinaten

In bestimmten Fällen sind die Transformationselemente (Modell, Algorithmus oder Parameter...) bekannt und die Arbeit besteht darin, sie auf neue Koordinaten anzuwenden, die z.B. gemessen wurden, um die ihnen entsprechenden Werte im transformierten System zu erhalten. In andern Fällen müssen die **Parameter** im Voraus mit Hilfe von Punkten bestimmt werden, die in beiden Systemen bekannt sind. Diese Punkte werden **Passpunkte** oder **Stützpunkte** genannt. Die weit verbreitete Lösung besteht dann darin, die Transformation mit Hilfe von elementaren geometrischen Funktionen wie Verschiebungen, Drehungen oder Massstabfaktoren auszuführen.

Übersteigt die Anzahl der Passpunkte die erforderliche Mindestanzahl, so muss eine **Ausgleichung** durchgeführt werden.

4.2.2 Allgemeiner Ausdruck einer Transformation

Eine zweidimensionale Transformation kann auf sehr allgemeine Art wie folgt ausgedrückt werden:

$$Y = f(y,x)$$

$$X = g(y,x)$$

Eine räumliche (3-dimensionale) Transformation lässt sich in allgemeiner Form schreiben:

$$Y = f(y,x,z)$$

$$X = g(y,x,z)$$

$$Z = h(y, x, z)$$

Die Variablen Y, X, y und x lassen automatisch an ebene, kartesische Koordinaten denken. Selbstverständlich können auch andere Arten von Variablen in Beziehung miteinander gesetzt werden (etwa ebene Koordinaten mit geografischen Koordinaten). Man erhält dann Gleichungen von der Art:

$$Y = f(\varphi, \lambda)$$

$$X = g(\varphi, \lambda)$$

wobei φ = Breite und λ = Länge

So definiert man die **Projektionen**.

In jedem Fall verleihen die oben erwähnten Funktionen f, g und h der Transformation bestimmte Eigenschaften:

- Längenverzerrungen,
- Winkelverzerrungen,
- Flächenverzerrungen.

Wenden wir uns also den beiden wichtigsten, in der Schweiz in Betracht kommenden Projektionen zu.

4.3 Die Projektionen

Vorbemerkung: In den nachstehenden Formeln werden als Winkeleinheit Bogenmass oder Radiant [rad] und als Längeneinheit Meter [m] verwendet.

4.3.1 Die Schweizer Projektion (aktuelle)

Die aktuelle Schweizer Projektion ist eine doppelte, winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion. Nach einer winkeltreuen Abbildung vom Bessel-Ellipsoid auf eine Schmiegungskugel im «Fundamentalpunkt Bern» erfolgt eine winkeltreue Abbildung von dieser Kugel auf den Berührungszylinder in diesem Fundamentalpunkt. Da die Achse dieses Zylinders nicht parallel zur Achse des Bessel-Rotationsellipsoides steht, spricht man von einer schiefachsigen Zylinderprojektion.

Die Formeln stammen aus (Bolliger, 1967) und (Dupraz, 1979). Andere Formulierungen sind möglich (Schneider et al., 2001).

1. <u>Winkeltreue Abbildung Ellipsoid-Kugel:</u> (B,L) ⇨ (b,l)

<u>Mathematisches Modell</u>

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b}{2}\right) = k \cdot \mathrm{tg}^{\alpha}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B}{2}\right) \cdot \left(\frac{1 - e \cdot \sin B}{1 + e \cdot \sin B}\right)^{\frac{\alpha \cdot e}{2}}$$

$$l = \alpha \cdot (L - L_0)$$

wobei

B : Breite auf dem Ellipsoid

L : Länge auf dem Ellipsoid

b : Breite auf der Kugel

l : Länge auf der Kugel

L_0 : Länge des Fundamentalpunktes auf dem Ellipsoid, L_0 = 7° 26' 22.50"

α :	Verhältnis Kugellänge zu Ellipsoidlänge	α = 1.00072913843038
k :	Integrationskonstante	k = 1.0030714396280

$$\ln(k) = \ln\left(tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{b_0}{2}\right)\right) - \alpha \cdot \ln\left(tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{B_0}{2}\right)\right) + \frac{\alpha \cdot e}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+e\cdot\sin B_0}{1-e\cdot\sin B_0}\right)$$

und

B_0 :	Breite des Fundamentalpunktes auf dem Ellipsoid,	B_0 = 46° 57' 08.66"
b_0 :	Breite des Fundamentalpunktes auf der Kugel,	b_0 = 46° 54' 27.83324"
e :	erste numerische Exzentrizität, $e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$	e^2 = 0.006674372230614
a:	grosse Halbachse des Bessel-Ellipsoides,	a = 6'377'397.155 [m]
b:	kleine Halbachse des Bessel-Ellipsoides,	b = 6'356'078.963 [m]

2. <u>Winkeltreue Abbildung Kugel-Ebene:</u> (b,l) ⇨ ($\bar{b}$, $\bar{l}$) ⇨ (y,x)

<u>Mathematisches Modell</u>

$$y = R \cdot \bar{l}$$

$$x = \frac{R}{2} \cdot \ln\frac{1+\sin\bar{b}}{1-\sin\bar{b}}$$

wobei

$$l = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\bar{l}}{\cos b_0 \cdot \cos\bar{l} - \sin b_0 \cdot tg\bar{b}}\right)$$

$$b = \arcsin\left(\cos b_0 \cdot \sin\bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos\bar{b} \cdot \cos\bar{l}\right)$$

<u>Anmerkungen</u>

Mit den Koordinaten $\bar{b}$ und $\bar{l}$ wird ein neues Koordinatensystem eingeführt, da die Schmiegungskugel auf einen berührenden Zylinder abgebildet wird, dessen Achse nicht mit der Erdachse zusammenfällt (schiefachsige Zylinderprojektion).

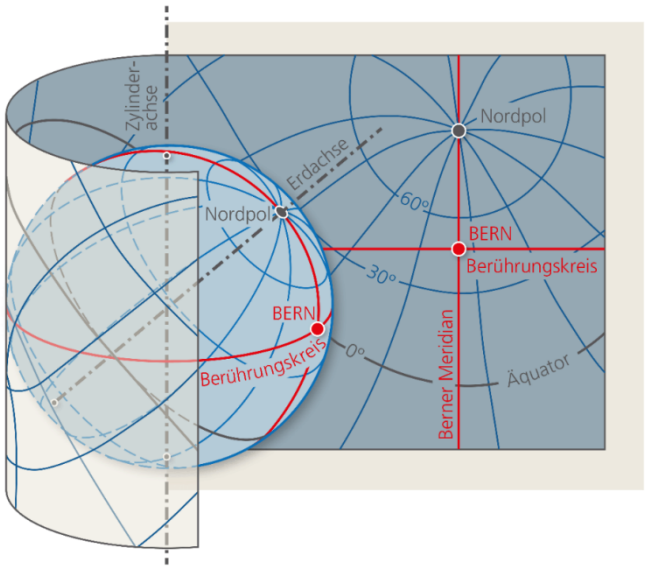


Abb. 8: Projektion von einer Kugel auf einen schiefachsigen Zylinder

Anschliessend

$$Y = y + 600'000 \quad \text{und} \quad E = y + 2'000'000 \quad [m]$$

$$X = x + 200'000 \quad \text{und} \quad N = x + 1'200'000 \quad [m]$$

wobei

y, x: zivile Landeskoordinaten

Y; X: «militärische» Landeskoordinaten (LV03) und E, N Koordinaten (LV95)

R: Radius der Schmiegungskugel, R=6’378'815.9036 [m]

Die Umkehrformeln sind:

3. <u>Abbildung Ebene-Kugel:</u> (y,x) ⇨ ($\bar{b}$, $\bar{l}$)

<u>Mathematisches Modell</u>

$$\bar{l} = \frac{y}{R}$$

$$\bar{b} = 2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\exp^{\frac{x}{R}}\right) - \frac{\pi}{4}$$

4. <u>Abbildung Kugel-Ellipsoid:</u> ($\bar{b}$, $\bar{l}$) ⇨ (b, l) ⇨ (B,L)

<u>Mathematisches Modell</u>

$$L = L_0 + \frac{l}{\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B}{2}\right) = k^{\frac{-1}{\alpha}} \cdot \left(\frac{1 + e \cdot \sin B}{1 - e \cdot \sin B}\right)^{\frac{e}{2}} \cdot \operatorname{tg}^{\frac{1}{\alpha}}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b}{2}\right)$$

iterativ zu lösen

wobei

$$l = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin \bar{l}}{\cos b_0 \cdot \cos \bar{l} - \sin b_0 \cdot \operatorname{tg} \bar{b}}\right)$$

$$b = \arcsin\left(\cos b_0 \cdot \sin \bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l}\right)$$

Festzulegende Parameter

Die in der aktuellen Schweizer Projektion vorkommenden Parameter (α , k und R) wurden so gewählt, dass die Längendeformationen im Fundamentalpunkt Bern Null und in den übrigen Punkten (richtungsunabhängig) minimiert werden.

Eigenschaften

Die Schweizer Projektion wird konform (winkeltreu) oder autogonal genannt, weil sie (für kleine Dreiecke) winkeltreu ist. Die Längenverzerrungen sind nur orts- nicht aber richtungsabhängig, d.h. die Längen (und Flächen) werden verzerrt.

Man berechnet den Faktor der Längenverzerrungen mit der wohlbekannten (Näherungs-) Formel

$$\frac{\bar{s}}{s_0} = 1 + \frac{x^2}{2R^2}$$

wobei

$\bar{s}$: Projektionsdistanz

s_0 : auf Meeresniveau reduzierte Distanz

x : zivile Landeskoordinate in Nord-Süd Richtung (x-Abweichung von der Nullachse)

Anwendungsbereich

In der Schweiz wird diese Projektion selbstverständlich in grossem Umfang genutzt.

Im Rahmen von Studien oft auf theoretische Art angesprochen, wird diese Projektion heute laufend bei Transformationen von GNSS- in Landeskoordinaten verwendet.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ geringe Verzerrungen
- «komplizierte» Projektion
- nur in der Schweiz gültig und anwendbar

4.3.2 Die Bonne'sche Projektion

Diese Projektion wurde zu Beginn des 19. Jahrhunderts in der Westschweiz in grossem Umfang, aber nicht immer sehr kohärent angewendet!

Mathematisches Modell

$$y' = R \cdot \operatorname{ctg} b_0 \cdot \left(1 - \psi \cdot \operatorname{tg} b_0\right) \cdot \sin l$$

$$x' = R \cdot \left(\psi + y' \cdot \operatorname{tg} \frac{l}{2}\right)$$

wobei

x', y': ebene Koordinaten im Bonne-System

$\psi = b - b_0$

Festzulegende Parameter
Festzulegende Parameter sind:

- der Fundamentalpunkt (Koordinatenursprung),
- der Parallelkreis, der in wahrer Länge zu projizieren ist.

Eigenschaften
Die Bonne'sche Projektion ist eine flächentreue Kegelprojektion (in ihr werden bei kleinen Gebilden die Flächen beibehalten).

Ein Parallelkreis kann in wahrer Grösse projiziert werden

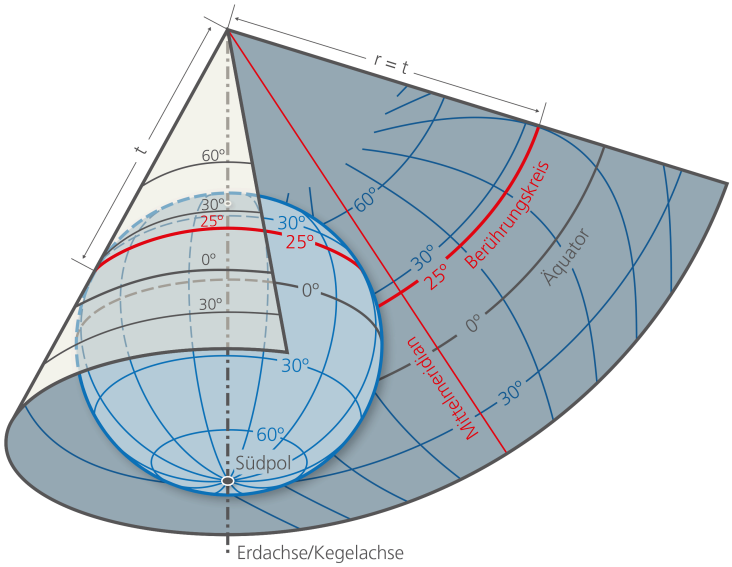


Abb. 9: Kegelprojektion

Anwendungsbereich
Der Nutzungsbereich dieser Projektion ist wegen ihrer Eigenschaften äusserst eingeschränkt. Seit dem Aufkommen der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion wurde sie in der Schweiz nicht mehr verwendet.

Sie ist eher von historischem Interesse. Sie wurde bei der Erarbeitung der DUFOUR- und SIEGFRIED-Karten und für die Katastervermessungen in der Zeitspanne Mitte 19. Jahrhundert bis zu Beginn des 20. Jahrhunderts flächendeckend in der Westschweiz, lokal aber auch in der ganzen übrigen Schweiz verwendet.

4.4 Die Polynom-Transformationen

4.4.1 Allgemeines zu den Polynom-Transformationen

Während die Projektionen eine Verbindung zwischen geografischen Koordinaten (auf Kugel und Ellipsoid) und (projizierten) ebenen Koordinaten mittels trigonometrischer und/oder logarithmischer Funktionen herstellen, verknüpft eine andere grosse Familie die Koordinaten mittels **Polynomen**.

Mathematisches Modell

$$Y = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} a_{ij} x^i y^j$$

$$X = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} b_{ij} x^i y^j$$

wobei

Y, X : transformierte Koordinaten (ausgedrückt im globalen System, das auch Zielsystem oder «Soll»-System genannt wird)

y, x : zu transformierende Koordinaten (ausgedrückt im lokalen System, das auch Ausgangs- oder Quellsystem oder auch «Start»-System genannt wird)

a_{ij}, b_{ij} : Koeffizienten der Monome (Monom = nur aus einem Glied bestehender mathematischer Ausdruck)

m, n : Potenzen, die auf die Koordinaten x oder y anzusetzen sind.

Festzulegende Parameter

Die Potenzen m und n, die auf die Koordinaten y oder x anzuwenden sind und den Grad des Polynoms (m+n) festlegen.

Die Koeffizienten a_{ij}, b_{ij}, die aus den Passpunkten zu bestimmen sind.

Anwendungsbereich

Der Anwendungsbereich der Polynom-Transformationen ist immens, nicht nur in der Vermessung als solche, sondern in allen wissenschaftlichen Bereichen.

Eigenschaften

Je nach Grad des Polynoms sind sie ausserordentlich breit gefächert.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ grosse Anpassungsfähigkeit
+ Vielfalt der Eigenschaften
- Bewältigung der Folgen eines hohen Polynomgrades

4.4.2 Direkte Transformation geografischer Landeskoordinaten

Im Kapitel 4.3.1 wurden die Formeln der aktuellen Schweizer Projektion beschrieben. Diese können auch als Reihe entwickelt werden und erlauben somit, «direkt» vom geografischen System zu ebenen Koordinaten zu gelangen. Es handelt sich hier um ein Beispiel einer Polynom-Transformation, das die ganze Vielfalt der Möglichkeiten solcher Transformationen aufzeigt.

Mathematisches Modell

Diese Formeln stammen aus (Bolliger, 1967) und (Dupraz, 1979).

1. Transformation von geografischen in ebene Koordinaten

$$Y = 600'000 + 21.1428534 \cdot \lambda - 1.093961 \cdot 10^{-4} \cdot \lambda \cdot \varphi - 4.4233 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda^3 - 2.66 \cdot 10^{-12} \cdot \lambda \cdot \varphi^2 - 8.54 \cdot 10^{-16} \cdot \lambda \cdot \varphi^3 + 4.292 \cdot 10^{-16} \cdot \lambda^3 \cdot \varphi - 3 \cdot 10^{-21} \cdot \lambda^3 \cdot \varphi^2 + 2 \cdot 10^{-22} \cdot \lambda^5$$

$$X = 200'000 + 30.8770746 \cdot \varphi + 3.74541 \cdot 10^{-5} \cdot \lambda^2 - 1.93793 \cdot 10^{-10} \cdot \lambda^2 \cdot \varphi + 7.503 \cdot 10^{-7} \cdot \varphi^2 + 1.2043 \cdot 10^{-10} \cdot \varphi^3 + 4.34 \cdot 10^{-16} \cdot \lambda^2 \cdot \varphi^2 - 3.76 \cdot 10^{-21} \cdot \lambda^2 \cdot \varphi^3 - 7.35 \cdot 10^{-17} \cdot \lambda^4 + 1.44 \cdot 10^{-21} \cdot \lambda^4 \cdot \varphi$$

$$\mu^{cc} = +2.255515 \cdot \lambda + 2.64 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda \cdot \varphi^2 - 4.13 \cdot 10^{-12} \cdot \lambda^3 + 6.4 \cdot 10^{-17} \cdot \lambda^3 \cdot \varphi$$

wobei

Y, X: militärische Landeskoordinaten in [m]

λ : reduzierte Länge ($L - L_0$) in Sexagesimalsekunden

φ : reduzierte Breite ($B - B_0$) in Sexagesimalsekunden

μ^{cc} : Meridiankonvergenz in Dezimalsekunden [gon]

2. <u>Transformation ebener in geografische Koordinaten</u>

$$B'' = 169028.66'' + 3.23864878 \cdot 10^{-2} \cdot x - 2.713538 \cdot 10^{-9} \cdot y^2 - 4.5044 \cdot 10^{-16} \cdot y^2 \cdot x - 2.5487 \cdot 10^{-11} \cdot x^2 - 1.3246 \cdot 10^{-16} \cdot x^3$$
$$-7.55 \cdot 10^{-23} \cdot y^2 \cdot x^2 + 2.4428 \cdot 10^{-23} \cdot y^4 + 1.32 \cdot 10^{-29} \cdot y^4 \cdot x - 2 \cdot 10^{-29} \cdot y^2 \cdot x^3$$

$$L'' = 26782.5'' + 4.7297306 \cdot 10^{-2} \cdot y + 7.925715 \cdot 10^{-9} \cdot y \cdot x - 4.4271 \cdot 10^{-16} \cdot y^3 + 1.3281 \cdot 10^{-15} \cdot y \cdot x^2 + 2.55 \cdot 10^{-22} \cdot y \cdot x^3$$
$$-2.55 \cdot 10^{-22} \cdot y^3 \cdot x + 5 \cdot 10^{-29} \cdot y \cdot x^4 - 9.63 \cdot 10^{-29} \cdot y^3 \cdot x^2 + 9.63 \cdot 10^{-30} \cdot y^5$$

$$\mu^{cc} = +1.066798 \cdot 10^{-1} \cdot y + 1.78766 \cdot 10^{-8} \cdot y \cdot x - 1.435 \cdot 10^{-15} \cdot y^3 + 4.306 \cdot 10^{-15} \cdot y \cdot x^2 - 7.95 \cdot 10^{-22} \cdot y^3 \cdot x + 7.9 \cdot 10^{-22} \cdot y \cdot x^3$$
$$-3 \cdot 10^{-28} \cdot y^3 \cdot x^2 + 3 \cdot 10^{-29} \cdot y^5$$

wobei

y, x : zivile Landeskoordinaten in [m]

B : Länge in Sexagesimalsekunden

L : Breite in Sexagesimalsekunden

μ^{cc} : Meridiankonvergenz in Dezimalsekunden [gon]

4.4.3 Direkter Übergang von der Bonne'schen zur Zylinderprojektion

Als weiteres Beispiel für eine Polynom-Transformation lässt sich der Wechsel von der Bonne'schen Projektion zur zylindrischen Projektion nennen.

<u>Mathematisches Modell</u>
Formeln aus (Bolliger, 1967):

$$\Delta Y = Y - Y' = (1/2 \cdot R^2) \cdot Y \cdot X^2 - (t/3 \cdot R^3) \cdot Y^3 \cdot X - (2 \cdot t^2/3 \cdot R^4) \cdot Y^3 \cdot X^2 - (5/24 \cdot R^4) \cdot Y \cdot X^4 \pm (t^2/10 \cdot R^4) \cdot Y^5$$

$$\Delta X = X - X' = (1/6 \cdot R^2) \cdot X^3 + (t/2 \cdot R^3) \cdot Y^2 \cdot X^2 - (t/24 \cdot R^3) \cdot Y^4 + (2 \cdot t^2/3 \cdot R^4) \cdot Y^2 \cdot X^3 - (t^2/2 \cdot R^4) \cdot Y^4 \cdot X \mu (1/24 \cdot R^4) \cdot X^5$$

wobei

Y, X : zylindrische Landeskoordinaten (zivil) in [km]

Y', X' : Landeskoordinaten im Bonne-System in [km]

$\Delta Y, \Delta X$: zylindrische Landeskoordinatendifferenzen in [m]

und

$t = tg\varphi_0$

N.B. Das zweite Vorzeichen (+/- oder -/+) ist zu verwenden, wenn Bonne'sche Koordinaten anstelle der zylindrischen verwendet werden.

<u>Anwendungsbereich</u>
Man könnte glauben, diese Formeln erlaubten den Übergang alter Katasterpläne mit aufgezeichneten Bonne'schen Koordinatenachsen ins aktuelle Schweizer System. Die Erfahrung hat jedoch gezeigt, dass sich diese «elegante» Lösung nur in seltenen Fällen wählen liess, weil die Bonne'sche Projektion wenig kohärent eingesetzt worden war. Das Anwendungsgebiet dieser Transformation ist demnach äusserst begrenzt (siehe Beispiele im Kapitel 7.5).

4.4.4 Lineare 2D Transformationen, Allgemeines

Unter den Polynom-Transformationen interessieren die linearen Transformationen die Geometer besonders.

<u>Mathematisches Modell</u>

$$Y = a \cdot y + b \cdot x + c$$

$$X = d \cdot y + e \cdot x + f$$

Festzulegende Parameter
Die Koeffizienten a, b, c, d, e und f werden mit Hilfe von Passpunkten als Parameter festgelegt.

Anwendungsbereich
Beinahe alle Transformationsprobleme zwischen zwei ebenen Koordinatensystemen.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ Einfachheit
- mangelnde Anpassungsfähigkeit an komplexe oder inhomogene Fälle

Anmerkung
Ein im Startsystem gegebener Punkthaufen wird durch eine lineare Transformation in ein Zielsystem überführt; **die innere Geometrie des Startsystems wird dabei nicht verändert**. Die Geometrie des Zielsystems wird hingegen verändert.

4.4.5 Affine Transformation

Die affine Transformation ist die allgemeinste der linearen Transformationen.

Mathematisches Modell

$$Y = a \cdot y + b \cdot x + c$$

$$X = -d \cdot y + e \cdot x + f$$

oder in Matrizenform (für einen Punkt):

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & x & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y & x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}$$

Festzulegende Parameter
Die Koeffizienten a, b, c, d, e, und f sind die Parameter des Modells. Man benötigt mindestens sechs Gleichungen (drei Punkte), um die sechs Parameter unkontrolliert zu bestimmen. Liegen mehr Punkte vor, setzt man beispielsweise eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate an, was eine feinere Bestimmung der Parameter und eine Kontrolle der Transformation erlaubt.

Eigenschaften

Es ist möglich, die Koeffizienten a, b, d und e gemäss unserer Formel mit geometrischen Elementen (Drehung und Massstab) zu verknüpfen:

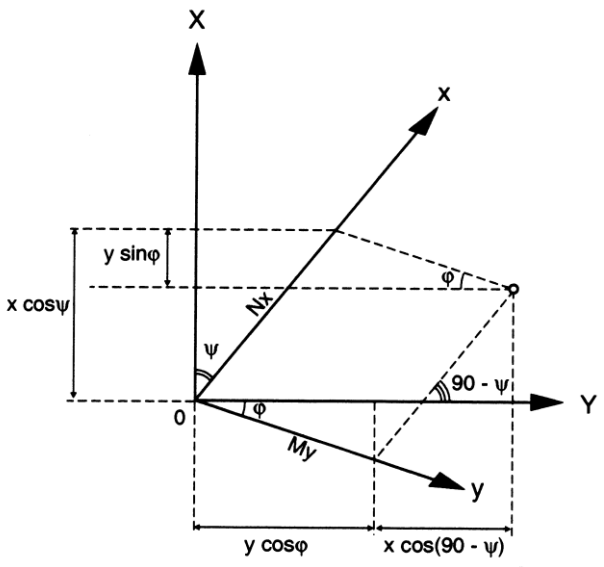


Abb. 10: Beziehungen zwischen Koordinaten und geometrischen Elementen

Gemäss Abb. 10 ist:

$$Y = M \cdot \cos\varphi \cdot y + N \cdot \sin\psi \cdot x + c$$

$$X = -M \cdot \sin\varphi \cdot y + N \cdot \cos\psi \cdot x + f$$

Daraus leiten sich ab:

$$a = M \cdot \cos\varphi \qquad b = N \sin \cdot \psi$$

$$d = M \cdot \sin\varphi \qquad e = N \cdot \cos\psi$$

und daraus wiederum:

$$M = \sqrt{a^2 + d^2} \qquad N = \sqrt{b^2 + e^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{d}{a} \qquad \psi = \operatorname{arctg}\frac{b}{e}$$

Die affine Transformation hat folgende Eigenschaften:

- Geraden bleiben Geraden,
- Parallelen bleiben Parallelen.

Im Gegensatz zur Ähnlichkeitstransformation bewahrt die Affintransformation die Winkel nicht. Um dies zu zeigen, unterziehen wir den Einheitskreis einer Affintransformation, definiert durch:

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$$

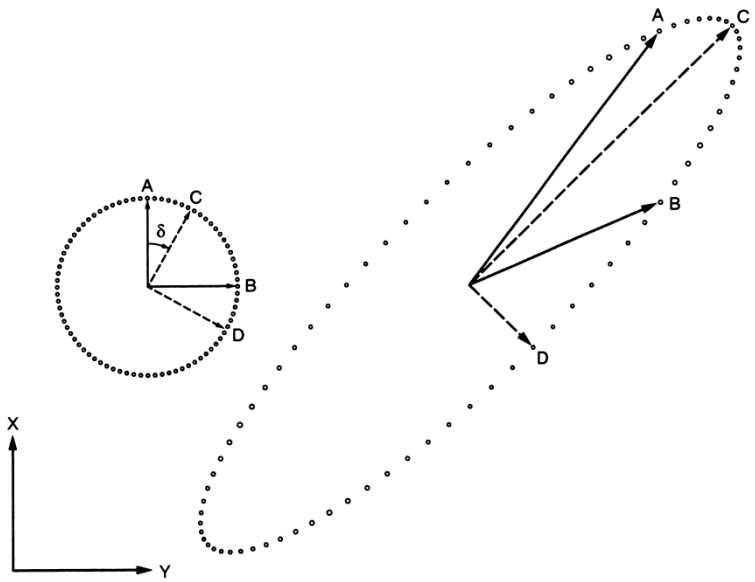


Abb. 11: Affintransformation des Einheitskreises
Beispiel aus (Huguenin, Merminod, 2001c)

Der Kreis hat sich in eine Ellipse verwandelt. Anders gesagt, verformen sich die Längen je nach Richtung verschieden. Betrachtet man die Abb. 11, so stellt man fest, dass die Einheitsvektoren auf den Koordinatenachsen (A und B) des Startsystems im Zielsystem nicht mehr rechtwinklig sind, und überdies auch nicht die maximalen Verzerrungen aufweisen. Man bemerkt ausserdem, dass die Ellipsenachsen (Orte maximaler Längenverzerrungen) die Abbildungen der beiden rechtwinkligen Vektoren im Startsystem (Hauptachsen genannt) sind, und dass auf diesen Achsen die Winkelverzerrungen (in Abb. 11 durch den Abstand der Punkte messbar) maximal sind.

Diese Verformungen lassen sich mit den Elementen a, b, d und e der Transformation verknüpfen. Der Koeffizient (m) der *linearen Verformung* ist gegeben durch:

$$m^2 = \frac{\left(a^2 + d^2\right) \cdot dy^2 + 2 \cdot \left(a \cdot b - d \cdot e\right) \cdot dy \cdot dx + \left(b^2 + e^2\right) \cdot dx^2}{dy^2 + dx^2}$$

oder, in Richtung des Azimuts α:

$$m^2 = \left(a^2 + d^2\right) \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cdot \left(a \cdot b - d \cdot e\right) \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha + \left(b^2 + e^2\right) \cdot \sin^2 \alpha$$

und seine Extremwerte sind

$$m_{max}^2 = \frac{1}{2}(a^2 + d^2 + b^2 + e^2) + \frac{1}{2}\sqrt{\left[(a^2 + d^2) - (b^2 + e^2)\right]^2 + 4 \cdot (a \cdot b - d \cdot e)^2}$$

$$m_{min}^2 = \frac{1}{2}(a^2 + d^2 + b^2 + e^2) - \frac{1}{2}\sqrt{\left[(a^2 + d^2) - (b^2 + e^2)\right]^2 + 4 \cdot (a \cdot b - d \cdot e)^2}$$

Der Koeffizient (p) der *Winkelverzerrung* ist gegeben durch

$$p = \frac{m_{max} \cdot m_{min}}{m^2}$$

Er verändert sich von:

$$p = \frac{m_{min}}{m_{max}} \qquad \text{bis} \qquad p = \frac{m_{max}}{m_{min}}$$

Die Richtungen ändern sich ebenfalls. Die maximale Änderung ergibt sich zu:

$$\Delta \text{Richtung}_{max} = \text{arctg}\sqrt{\frac{m_{max}}{m_{min}}} - \text{arctg}\sqrt{\frac{m_{min}}{m_{max}}}$$

Wenn sich die Längen und Winkel verformen, verformen sich auch die Flächen. Der Koeffizient (q) der *Flächenverzerrung* ist gegeben durch

$$q = m_{max} \cdot m_{min}$$

Anmerkungen
Diese Verzerrungskoeffizienten sind sehr nützlich, um die Auswirkungen einer Affintransformation auf Parzellenflächen zu beurteilen, beispielsweise bei der Digitalisierung von Katasterplänen.

Die gesamte Darlegung der Verzerrungen (Tissot'sche Indikatrix) stammt aus der Projektionslehre (Kuntz, 1990).

Ein anderer möglicher Ansatz wird im Kapitel 4.5.2 vorgestellt.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ Einfachheit
+ Anpassungsfähigkeit an bestimmte Problemfälle
- Winkelverzerrungen verändern sich in Abhängigkeit des Azimuts
- hohe Empfindlichkeit gegenüber der Passpunktverteilung

Anwendungsbereich
Die affine Transformation wird oft bei der Überführung digitalisierter Koordinaten ins Landeskoordinatensystem eingesetzt. Sie passt sich den nicht isotropen Verformungen des Papiers (Papierverzug) wirklich gut an. Im gleichen Digitalisierablauf können alte «grafische» Katasterpläne ohne Koordinatenachsen (Inselkatasterpläne des 19. Jahrhunderts, vgl. Beispiel in Kapitel 7) einem Puzzle vergleichbar aneinandergereiht und zusammengefügt werden, wenn das Modell mit Variablen in Y und X leicht angepasst wird.

Spezialfall
Es ist möglich, die Affintransformation in eine **5-Parameter-Transformation** (zwei Translationen, zwei Massstabsfaktoren und eine Drehung) zu modifizieren. So kann bestimmten (eher seltenen) Problemstellungen entsprochen werden: verschiedene Masseinheiten auf den rechtwinkligen Achsen (System mit deregulierter Codierung oder Digitalisiertisch).

Andere Kombinationen der 5 Parameter sind möglich, haben jedoch bei praktischen Anwendungen keinen wirklichen Sinn.

4.4.6 Ähnlichkeitstransformation genannt Helmert-Transformation

Wegen ihrer Einfachheit und ihrer Eigenschaften ist die Ähnlichkeitstransformation (auch Helmert-Transformation genannt) die am häufigsten verwendete lineare Transformation. Gleichwohl ist sie nicht für alle Problemfälle geeignet und hat Grenzen, die man kennen muss.

Mathematisches Modell
Die bestimmenden Gleichungen dieser Transformation sind:

$$Y = a \cdot y + b \cdot x + c$$

$$X = -b \cdot y + a \cdot x + d$$

Setzt man $a = m \cdot \cos\omega$ und $b = m \cdot \sin\omega$, so erhält man:

$$Y = m \cdot \cos\omega \cdot y + m \cdot \sin\omega \cdot x + c$$

$$X = -m \cdot \sin\omega \cdot y + m \cdot \cos\omega \cdot x + d$$

oder in Matrizenschreibweise:

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega \\ -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

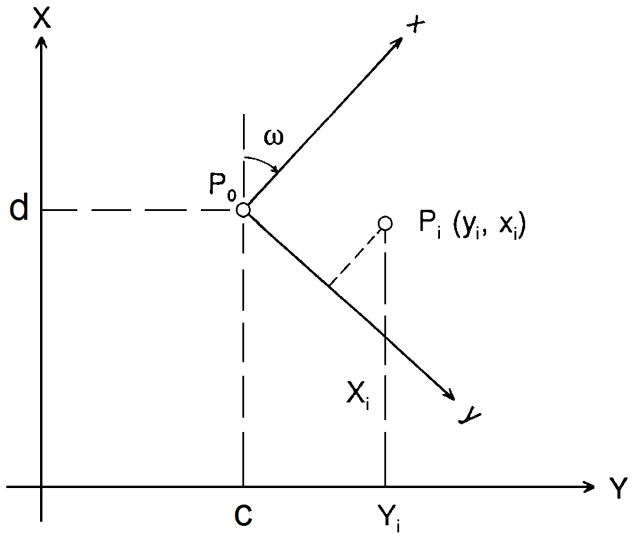


Abb. 12: Helmert-Transformation

In dieser Schreibform erkennt man einen Multiplikations- oder **Massstabsfaktor** (m), eine **Dreh**matrix (mit dem Winkel ω) und zwei **Translationen** (c und d). Dies sind die klassischen Parameter einer Ähnlichkeitstransformation. Bei dieser Ausdrucksform liegt das Rotationszentrum im Ursprung des Startsystems. Die Translationen c und d beziehen sich auf das Zielsystem.

Eigenschaften

Die Helmert-Transformation ist ein Spezialfall der Affintransformation, es gilt e = a und d = b.
Die Eigenschaften einer Transformation lassen sich auch hier am einfachsten sichtbar machen, indem man einen Kreis transformiert. Unterziehen wir also einen Einheitskreis folgender Ähnlichkeitstransformation:

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.782 & 0.908 \\ -0.908 & 1.782 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$$

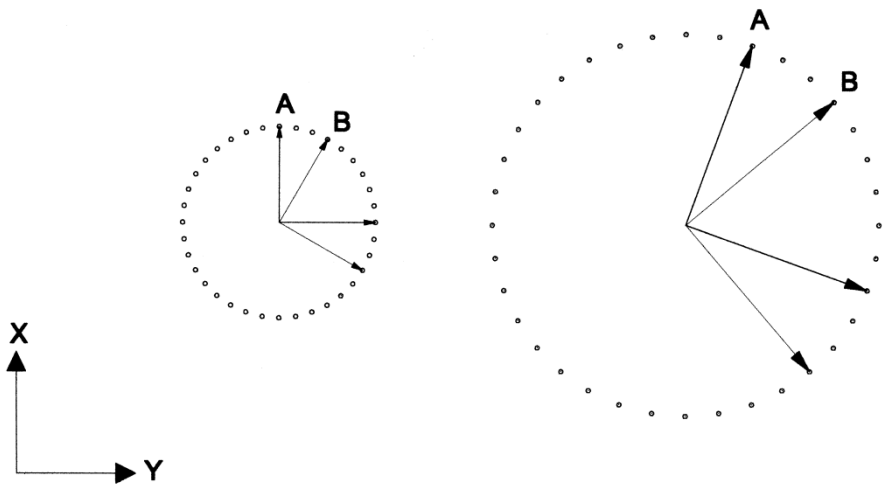


Abb. 13: Ähnlichkeitstransformation eines Kreises

Der Einheitskreis verwandelt sich in unserem numerischen Beispiel in einen Kreis mit Radius 2. Die Achsen werden gedreht, bleiben aber rechtwinklig zueinander. Anders ausgedrückt **bewahrt die Ähnlichkeitstransformation die Winkel, aber nicht die Streckenlängen**. Eine solche Transformation heisst konform oder autogonal.

Die «geometrischen» Parameter sind gegeben durch:

$$m = \sqrt{a^2 + b^2} = 2 \qquad \text{und} \qquad \omega = \operatorname{arctg}\frac{b}{a} = 30\,[\text{gon}]$$

Besonderheiten

Werden die Koordinaten des Startsystems in Bezug auf ihren Schwerpunkt (SP) ausgedrückt, so lassen sich die Transformationsparameter direkt aus den Punktkoordinaten berechnen:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum Y_i\, y_i' + \sum X_i\, x_i'}{\sum y_i' y_i' + \sum x_i' x_i'} \\ \dfrac{-\sum X_i\, y_i' + \sum Y_i\, x_i'}{\sum y_i' y_i' + \sum x_i' x_i'} \\ \dfrac{\sum Y_i}{n} \\ \dfrac{\sum X_i}{n} \end{bmatrix}$$

wobei

y_i': auf den Schwerpunkt reduzierte y Koordinate

$$y_i' = y_i - y_{SP}$$

x_i': auf den Schwerpunkt reduzierte x Koordinate

$$x_i' = x_i - x_{SP}$$

Gemäss diesen Formeln entsprechen die Parameter c und d (Translationen) dem Schwerpunkt des Zielsystems. Anders gesagt erhält man beim Transformieren des Schwerpunktes (0;0) des lokalen Systems den Schwerpunkt des globalen Systems. Die Ähnlichkeitstransformation bringt die Schwerpunkte zur Kongruenz. Wenn die Koordinaten des Zielsystems (Y, X) ebenfalls auf ihren Schwerpunkt (Y', X') «reduziert» werden, werden die Translationen zu Null.

Die Reduktion der Koordinaten in Start- **und** Zielsystem wird sehr empfohlen, wenn mit Landeskoordinaten (LV03 oder LV95), also mit sehr vielen Ziffern gearbeitet wird. Wegen der begrenzten Zahlenauflösung der Rechensysteme entstünden sonst Fehler bei der Berechnung der Transformationsparameter. Die transformierten Koordinaten (Y^T, X^T) eines beliebigen Punktes x,y berechnen sich dann zu:

$$Y^T = Y_{SP} + b \cdot x' + a \cdot y'$$

$$X^T = X_{SP} + a \cdot x' - b \cdot y'$$

Es ist auch möglich, die Dreh- und Massstabsparameter mittels folgender Gewichtsmittel zu berechnen:

$$\hat{m} = \frac{\sum s_i^2 \frac{S_i}{s_i}}{\sum s_i^2} = \frac{\sum s_i^2 m_i}{\sum s_i^2}$$

$$\hat{\omega} = \frac{\sum s_i^2 \left(\Phi_i - \varphi_i\right)}{\sum s_i^2} = \frac{\sum s_i^2 \omega_i}{\sum s_i^2}$$

wobei

s_i : Distanz zwischen Schwerpunkt und Punkt i im Startsystem

φ_i : Richtungswinkel zwischen Schwerpunkt und Punkt i im Startsystem

S_i : Distanz zwischen Schwerpunkt und Punkt i im Startsystem

Φ_i : Richtungswinkel zwischen Schwerpunkt und Punkt i im Startsystem

$\hat{m}$: mittlerer Massstabsfaktor (ausgeglichen)

$\hat{\omega}$: mittlerer Drehwinkel (ausgeglichen)

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ Aufrechterhaltung der **Form** der Objekte, keine Winkelverzerrung
+ **Einfachheit** der Ausführung und der Programmierung
- Strenge, geringe Anpassungsfähigkeit an komplexe Gegebenheiten oder lokale Eigenheiten

Anwendungsbereich

Wegen ihrer Einfachheit und ihrer Eigenschaften wird die Ähnlichkeitstransformation sehr häufig benutzt. Sie erlaubt beispielsweise:

- von einem lokalen («Baustellen-») System ins Landeskoordinatensystem zu wechseln (freie Stationierung),
- von einem lokalen Plan-Koordinatensystem ins Landeskoordinatensystem zu gelangen (Digitalisierung),
- aus GNSS-Messungen hervorgegangene Koordinatensätze aufeinander abzustimmen und sie anschliessend ins Landeskoordinatensystem einzupassen.

N.B. Um Koordinatensätze zusammenzusetzen, muss das Modell leicht verändert werden, damit die Unbekannten δY und δX (neue Punkte oder Verknüpfungspunkte, die zu mehreren Koordinatensätzen gehören, aber keine Passpunkte sind) dargestellt werden können. Einige Anpassungen erfordert das Modell auch dann, wenn man eine vermittelnde Ausgleichung ansetzen und Residuen für die Elemente des lokalen Systems erhalten will (LTOP). (Huguenin, Merminod, 2001a).

Spezialfälle
Ein Spezialfall der Ähnlichkeitstransformation ist die 3-Parameter-Transformation oder **isometrische Transformation** (der Massstabsfaktor wird auf 1 festgelegt), Man erhält sie, indem man die Grundgleichungen um $\overset{o}{\omega} = 0$, $\overset{o}{c} = 0$ und $\overset{o}{d} = 0$ herum linearisiert und $\delta m = 0$ setzt.

Man erhält das Gleichungssystem (für einen Punkt):

$$\begin{bmatrix} Y - \overset{o}{Y} \\ X - \overset{o}{X} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_y \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-\sin\overset{o}{\omega}\cdot y + \cos\overset{o}{\omega}\cdot x) & 1 & 0 \\ (-\cos\overset{o}{\omega}\cdot y - \sin\overset{o}{\omega}\cdot x) & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta\omega \\ \delta c \\ \delta d \end{bmatrix}$$

wobei

$$\overset{o}{Y} = \cos\overset{o}{\omega}\cdot y + \sin\overset{o}{\omega}\cdot x + \overset{o}{c}$$

$$\overset{o}{X} = -\sin\overset{o}{\omega}\cdot y + \cos\overset{o}{\omega}\cdot x + \overset{o}{d}$$

Diese Transformation wird benutzt, wenn man nicht nur die Form der Objekte beibehalten will, sondern auch ihre Grösse, z.B. bei der Einbindung eines GNSS Netzes in ein Landesnetz minderer Qualität oder der Absteckung eines Gebäudes in einer Parzelle.

Andere Fälle (Varianten):
- nur ein **Massstabsfaktor**,
- nur eine **Drehung**,
- nur zwei **Translationen**

sind denkbar und werden in einigen seltenen Fällen angewendet.

4.4.7 Lineare 3D Transformation

Mathematisches Modell
Die allgemeine Form einer linearen Transformation im Raum lautet:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d \\ h \\ l \end{bmatrix}$$

Es handelt sich hierbei um eine räumliche Affintransformation (12 Parameter).

Festzulegende Parameter
Die 12 Koeffizienten a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l sind als Parameter zu bestimmen.

Eigenschaften
Die vorstehend beschriebene Transformation hat folgende Eigenschaften:
- Geraden werden in Geraden transformiert,
- die Parallelität und die Proportionen werden beibehalten.

Wie bei der 2D Affintransformation werden die Winkel (die Geometrie der Objekte) verzerrt.

Anwendungsbereich
Ihre grosse Bedeutung liegt in der einfachen Programmierung und Lösung ihrer Parameter (lineares System). Man kann rasch Näherungswerte für andere Arten von Transformationen gewinnen, die eine Linearisierung erfordern.

4.4.8 7-Parameter-Transformation

Mathematisches Modell

Wie bei den 2D Transformationen ist es möglich, die Elemente der Transformationsmatrix mit geometrischen Elementen (Drehung, Massstab) zu verknüpfen.

Die Drehung des Startsystems um die x Achse ergibt folgende Beziehung:

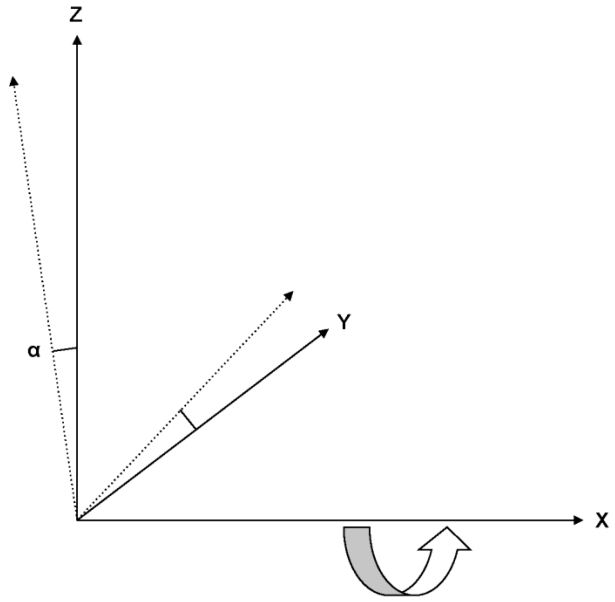


Abb. 14: Drehung (α) eines Systems um seine x Achse

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\alpha) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Gleichzeitig sind die Drehungen um die y und z Achse gegeben durch:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\beta) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

und

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\gamma) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Die aus der Zusammensetzung der drei Rotationen resultierende Drehung (Multiplikation der drei Matrizen) ist gegeben durch:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\gamma) \cdot \mathbf{R}(\beta) \cdot \mathbf{R}(\alpha) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta \cdot \cos\gamma & \cos\alpha \cdot \sin\gamma + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\gamma & \sin\alpha \cdot \sin\gamma - \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\gamma \\ -\cos\beta \cdot \sin\gamma & \cos\alpha \cdot \cos\gamma - \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma & \sin\alpha \cdot \cos\gamma + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\gamma \\ \sin\beta & -\sin\alpha \cdot \cos\beta & \cos\alpha \cdot \cos\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Anmerkungen

- Die Reihenfolge der Berücksichtigung der Matrizen $\mathbf{R}(\gamma)$, $\mathbf{R}(\beta)$ und $\mathbf{R}(\alpha)$ ist nicht beliebig: $\mathbf{R}(\gamma)\cdot\mathbf{R}(\beta)\cdot\mathbf{R}(\alpha)$ ist verschieden von $\mathbf{R}(\alpha)\cdot\mathbf{R}(\beta)\cdot\mathbf{R}(\gamma)$
- $\mathbf{R}$ ist eine Orthogonalmatrix $\Leftrightarrow$ $\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{R}=\mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$ ist die Einheitsmatrix) und $\mathbf{R}^{-1}=\mathbf{R}^{\mathrm{T}}$

Für die Massstabsfaktoren kann man schreiben:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{M}\cdot\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

oder, wenn nur ein einziger Massstab in Betracht zu ziehen ist:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{M}\cdot\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = m\cdot\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Zieht man die Translationen in Betracht, so lässt sich das vollständige 7-Parameter-Modell wie folgt schreiben:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = m\cdot\mathbf{R}\cdot\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$$

Dieses Modell muss in den Unbekannten linearisiert werden, wenn man eine Ausgleichung ansetzen will. Das erfordert bekannte Näherungswerte für die Unbekannten. Liegen keine solche vor, können die Transformationsparameter direkt über Quaternionen aus den Passpunkten bestimmt werden. (Shen et al., 2006), (Albertz, Wiggenhagen, 2009) oder (Lösler, 2009) behandeln diese Methode ausführlich.

Festzulegende Parameter

Die 7 festzulegenden Parameter sind demnach

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma & m & T_X & T_Y & T_Z \end{bmatrix}$$

also drei Drehungen, ein Massstabsfaktor und drei Translationen.

Besonderheit

Sind die Drehwinkel und der Massstabsfaktor m klein, so kann man letzteren durch $1+\delta m$ ersetzen, den Kosinus der Winkel durch 1, die Sinuswerte der Winkel durch die Winkel selbst, und die Produkte $\delta m\cdot\alpha$, $\delta m\cdot\beta$ und $\delta m\cdot\gamma$ können vernachlässigt werden. Die Gleichung wird dann zu:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\delta m & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1+\delta m & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1+\delta m \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$$

und letztlich erhält man (für einen Punkt), wenn man die Parameter hinsichtlich einer vermittelnden Ausgleichung isoliert:

$$\begin{bmatrix} X-x \\ Y-y \\ Z-z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y & 1 & 0 & 0 & x \\ z & 0 & -x & 0 & 1 & 0 & y \\ -y & x & 0 & 0 & 0 & 1 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ \delta m \end{bmatrix}$$

oder zusammenfassend:

$$\mathbf{l} - \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

Anmerkungen

Die Normalgleichungsmatrix (Produkt $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$) ergibt:

$$\begin{bmatrix} [yy+zz] & [-xy] & [-xz] & 0 & [z] & [-y] & 0 \\ [-xy] & [xx+zz] & [-yz] & [-z] & 0 & [x] & 0 \\ [-xz] & [-yz] & [xx+yy] & [y] & [-x] & 0 & 0 \\ 0 & [-z] & [y] & n & 0 & 0 & [x] \\ [z] & 0 & [-x] & 0 & n & 0 & [y] \\ [-y] & [x] & 0 & 0 & 0 & n & [z] \\ 0 & 0 & 0 & [x] & [y] & [z] & [xx+yy+zz] \end{bmatrix}$$

wo […] Summen bezeichnet.

Bei vorgängiger Reduktion der Koordinaten des Start- und des Zielsystems auf ihre Schwerpunkte verschwinden zahlreiche Koeffizienten ausserhalb der Diagonalen der Normalgleichungsmatrix und die Absolutglieder der Normalgleichungen werden massiv kleiner. Modelle mit dieser «Reduktion» tragen den Namen «Molodensky-Badekas», Modelle ohne Reduktion heissen «Bursa-Wolf».

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ die beiden 3D Koordinatensysteme werden ohne Objektdeformationen in Beziehung gesetzt
- geringe Anpassungsfähigkeit an eine komplexe Realität mit lokalen Eigenheiten

Anwendungsbereich

Die räumliche Ähnlichkeitstransformation (oder Quaternionen) wird in der Photogrammetrie und bei der Verarbeitung von UAV[2] Aufnahmen oft verwendet, beispielsweise bei der absoluten Orientierung.

Im Kontext des GNSS ist sie die Grundlage für Datumswechsel (Transformation von WGS84-Koordinaten in Landeskoordinatensysteme).

[2] Unmanned Aerial Vehicle, Drohne

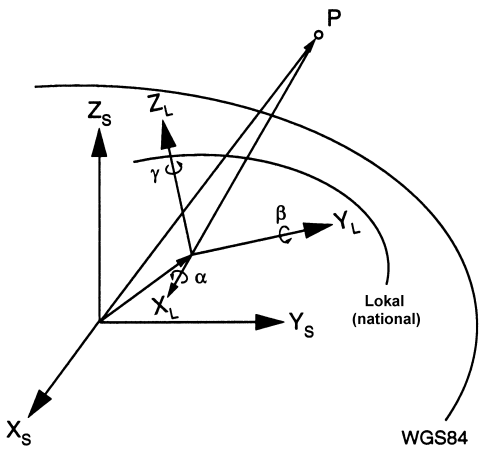


Abb. 15: Datumswechsel mit Hilfe einer 3D-Transformation

Spezialfälle
Dem Beispiel der linearen 2D-Transformationen folgend, gibt es mehrere Spezialfälle von 3D Transformationen. Nicht alle sind jedoch von grosser praktischer Bedeutung.

Dennoch sind zu erwähnen:

Die räumlichen Translationen
Das Modell reduziert sich also auf 3 Translationen:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$$

Dieses Modell wird beim Datumswechsel zwischen den Bezugssystemen ETRS93 und CH1903+ verwendet, anders gesagt zwischen WGS84 (dem GPS System) und dem nationalen Bezugsrahmen (LV95).

Die topozentrische Transformation
Hiermit ist es möglich, polare Koordinaten (Elevation, Azimut) zu bekommen, die sich auf einen Standort auf der Erdoberfläche beziehen.

Sie enthält nur zwei Rotationsparameter und drei Translationen.

$$\begin{bmatrix} E \\ N \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda_Q & \cos\lambda_Q & 0 \\ -\sin\varphi_Q \cdot \cos\lambda_Q & -\sin\varphi_Q \cdot \sin\lambda_Q & \cos\varphi_Q \\ \cos\varphi_Q \cdot \cos\lambda_Q & \cos\varphi_Q \cdot \sin\lambda_Q & \sin\varphi_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_Q \\ Y - Y_Q \\ Z - Z_Q \end{bmatrix}$$

dann

$$El = \operatorname{arctg}\left(\frac{h}{\sqrt{E^2 + N^2}}\right)$$

$$Az = \operatorname{arctg}\left(\frac{E}{N}\right)$$

wobei

λ_Q, φ_Q: geografische Standpunktkoordinaten

X_Q, Y_Q, Z_Q: geozentrische Standpunktkoordinaten

X, Y, Z : geozentrische Zielpunktkoordinaten

E, N, h : rechtwinklige topozentrische Zielpunktkoordinaten

El, Az : polare topozentrische Zielpunktkoordinaten

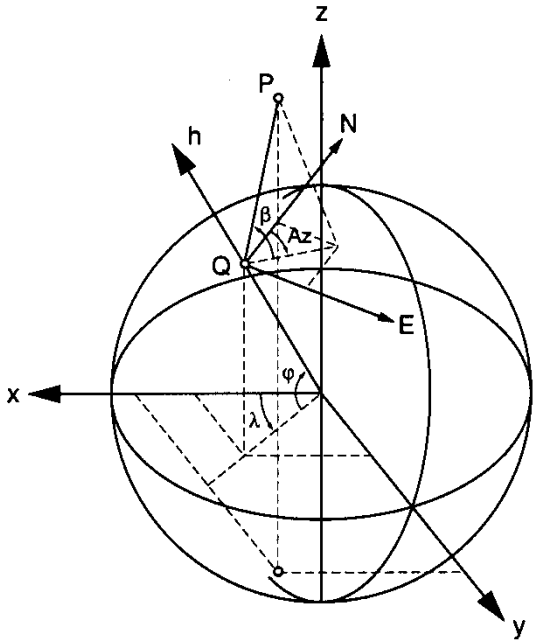


Abb. 16: Illustration der topozentrischen Transformation
Abbildung aus (Huguenin, Merminod, 2001b)

Mit dieser Transformation kann beispielsweise die Sichtbarkeit der Satelliten in Abhängigkeit vom Standpunkt abgeschätzt werden.

4.4.9 Transformation von WGS84- (GNSS-) Koordinaten in Landeskoordinaten

Es handelt sich eigentlich nicht um eine einzige Transformation, sondern um eine Kombination, eine Abfolge bereits erwähnter Transformationen. Sie gliedert sich in verschiedene Phasen:

1. Ausführung einer 3D-Transformation: Übergang vom geozentrischen WGS84 System zum geozentrischen Landessystem (CH1903 oder CH1903+ oder CHTRF95) mit Hilfe der 3D-Parameter. Diese Transformation wird auch «Datumswechsel» genannt.
2. Umrechnung der geozentrischen Koordinaten in geografische Koordinaten

$$L = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right)$$

$$B = \arctan\left(\frac{\dfrac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}}}{1-\dfrac{R_N \cdot e^2}{R_N + h}}\right)$$

$$h = \frac{\sqrt{X^2+Y^2}}{\cos B} - R$$

mit $$R_N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2 B}} \quad \text{und} \quad e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$$

wobei

a = grosse Halbachse des Ellipsoids

b = kleine Halbachse des Ellipsoids

die Umkehrberechnung ist gegeben durch

$$X = (R_N + h) \cdot \cos B \cdot \cos L$$

$$Y = (R_N + h) \cdot \cos B \cdot \sin L$$

$$Z = (R_N \cdot (1 - e^2) + h) \cdot \sin B$$

3. Anwendung der Schweizer Projektion
4. Eventuelle lokale Einpassung der ebenen Koordinaten mit Hilfe einer Helmert-Transformation
5. Korrektur der «ellipsoidischen» Höhen mittels Geoidhöhen, um zu «orthometrischen» Höhen zu gelangen
6. Eventuelle Korrektur der Abstände zwischen orthometrischen Höhen und Gebrauchshöhen (HTRANS)
7. Eventuelle lokale Höheneinpassung (Translation oder schiefe Ebene).

4.4.10 Direkte Transformation von WGS84- in beliebige lokale kartesische Koordinaten

Sie unterscheidet sich von der vorgehenden Problemstellung durch das Fehlen eines geodätischen Datums (keine 3D Transformationsparameter, keine Projektion, kein Geoid, ...).

Eine der Methoden besteht darin, das Ablaufschema der Transformationen von WGS84-Koordinaten ins Landeskoordinatensystem bis zur lokalen Einpassung mittels (2D) Helmert-Transformation zu verwenden, wobei das jeweilige «lokale» System berücksichtigt werden kann.

Wenn das Arbeitsgebiet nur eine geringe Ausdehnung hat und die Unterschiede in den Geoidhöhen (je nach auszuführenden Arbeiten) vernachlässigbar sind, besteht eine einfache Methode darin, einzig eine 3D Transformation auszuführen (Huguenin, Merminod, 2001b).

Man kann im Anschluss an diese Art der Transformation eine Interpolation der auf den Passpunkten aufgezeichneten Restklaffungen vornehmen. Passpunkte sollten daher in genügender Anzahl vorliegen und gut verteilt sein.

4.5 Interpolationen

4.5.1 Allgemeines

Das Prinzip der Interpolation besteht darin, ausgehend von Beobachtungen auf Passpunkten Werte für verschiedene Punkte zu berechnen oder vorauszusagen.

Im Rahmen dieser Empfehlung ist es das Ziel der Interpolationen, zwei Familien von Punktbestimmungen nach einer globalen Einpassung (einer Transformation) mit zugehörigen Restklaffungen «bestmöglich» zur Deckung zu bringen. Eine **vollkommene** lokale Übereinstimmung in den Passpunkten kann im Allgemeinen nur um den Preis erheblicher Verzerrungen erzielt werden.

Die Wahl einer Interpolationsmethode und ihrer Parameter muss die Eigenheiten der verschiedenen Datenquellen (Herkunft, Qualität...) sowie bereits vorgenommene Bearbeitungen berücksichtigen. Nicht zu vernachlässigen ist auch der wirtschaftliche Aspekt im Zusammenhang mit der Qualität der Daten und den verfolgten Zielen (vgl. Entscheidungsschema im Kapitel 6).

Die verschiedenen vorgestellten Methoden werden mehr oder weniger gut einigen fundamentalen Kriterien gerecht, die mit dem Interpolationsprinzip selbst zusammenhängen:

- **Zunehmende Abnahme des Einflusses einer Klaffung** durch eine (lineare, quadratische, …) Funktion, die von der Distanz zwischen dem zu interpolierenden Punkt und den Passpunkten abhängt,
- **Wirkungsbegrenzung der Passpunkte** mittels Bildung von Dreiecken, Einflusskreisen oder einer Kovarianzmatrix, welche der Punktdichte, ihrer Distanz und ihrer Interaktion Rechnung trägt,
- **Filterung der zu interpolierenden Elemente** durch Einführung einer Verteilungsquote oder durch die Wahl von Standardabweichungen für die verschiedenen Bestandteile,
- **Kampf gegen Interpolationsbrüche** durch Einführung von Glättungsfunktionen und Einflussweiten,
- **Kampf gegen eine Über-Interpolation** durch Einführung einer Korrelation zwischen Passpunkten.

Die hier dargestellten Methoden und Grundsätze gelten (mit einigen Anpassungen je nach behandeltem Fall) auch für andere Anwendungsbereiche ausserhalb der Vermessung im engeren Sinne.

4.5.2 Sektorweise Interpolation (Dreiecksaffinität)

Grundsätzlich wird die Ebene in Sektoren (im Allgemeinen Dreiecke) aufgeteilt. Die Passpunkte sind die Ecken und die Interpolationswerte im Innern der so definierten Sektoren (Dreiecke) werden in Abhängigkeit von den auf den Passpunkten erhobenen Beobachtungen (Restklaffungen) berechnet.

Mathematisches Modell (für ein Dreieck)

$$U_k = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_i v_i}{\sum_{i=1}^{3} p_i}$$

wobei

U_k: interpolierter Wert im Punkt k

v_i: Wert im Eckpunkt i

p_i: Gewicht

$$p_i = 0.5(X_k(Y_{i-1} - Y_{i+1}) + X_{i+1}(Y_k - Y_{i-1}) + X_{i-1}(Y_{i+1} - Y_k))$$

Besonderheiten - Interpretation

Die Gewichte entsprechen den Flächen der «Unterdreiecke», die aus den Ecken des Dreiecks und einem zu interpolierenden Punkt k gebildet werden.

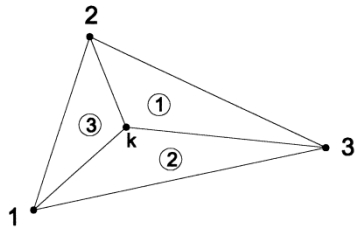


Abb. 17: Zuordnung der Gewichte für eine lineare Interpolation in einem Dreieck

Diese «Interpolation» entspricht tatsächlich einer auf drei Punkte (notwendiges Minimum zur Bestimmung der sechs Parameter) angewandten **Affintransformation**, wie sie oben definiert wurde.

Die Berechnung der Gewichte mit der Methode der Unterdreiecke erlaubt gleichzeitig die Kenntnis, in welchem Dreieck sich der zu interpolierende Punkt befindet: wenn die Fläche eines der Unterdreiecke negativ ist, liegt der Punkt ausserhalb des Dreieckes.

Festzulegende Parameter
Es sind keine weiteren Parameter festzulegen. Die Methode und die auf den Passpunkten gemessenen Werte liefern bereits alle notwendigen Elemente.

Anwendungsbereich
Diese Methode wird vom Programm GeoSuite-TRANSINT, Interpolation mittels Dreiecksvermaschung (FINELTRA) (vgl. Kapitel 5) verwendet, um die Klaffungen zwischen den Bezugsrahmen LV03 und LV95 mittels 5'925 Transformationsstützpunkten (TSP) zu interpolieren. Die aus 11'731 Dreiecken bestimmte Vermaschung bildet den offiziellen Transformations-Datensatz CHENyx06.

Sie kann problemlos auch in anderen Situationen eingesetzt werden, wie etwa für die Höhenberechnung (digitales Geländemodell).

Vorteile (+) und Nachteile (-)
+ die «Soll»werte werden auf den Eckpunkten der Dreiecke genau eingehalten (keine Klaffungen)
+ die Methode ist einfach umzusetzen und zu programmieren
+ die Kontinuität ist von einem Dreieck zum andern gewährleistet
+ die Methode ist vollständig umkehrbar
- sie ist weder winkeltreu noch massstabstreu
- durchgehende geometrische Elemente (Geraden, Bögen, …) werden an den Dreiecksseiten gebrochen
- die Wahl der Dreiecke kann a priori willkürlich sein und weit reichende Folgen haben
- diese Methode wird den Interpolationen kaum gerecht, die bei den Arbeiten zur Katastererneuerung (LFP3 oder Grenzpunkte) auszuführen sind, wo die grosse Menge der Stützpunkte eine heikle und spezielle Behandlung erfordert, wenn man zwischen benachbarten Punkten widersprüchliche Klaffungen bemerkt.

Verzerrungselemente
Wie oben bereits erwähnt, entspricht die Dreiecksinterpolation einer Affintransformation. Es ist daher möglich und ratsam, die in Kapitel 4.4.5 vorgestellten Informationen der Tissot'schen Indikatrix (Verzerrungsellipse, maximale lineare Verzerrungskoeffizienten, Richtungsänderungen, ...) zu verwenden, um die Auswirkungen der Interpolation (Transformation) zu beurteilen.

Beim Programm FINELTRA wurde ein anderer Ansatz gewählt, der zu denselben Resultaten führt. Diese werden jedoch etwas anders ausgedrückt. Es ist nützlich, diesen Ansatz zu kennen, wenn man die gewonnenen Ergebnisse gut verstehen und analysieren will. Detaillierte Erläuterungen hierzu finden sich in (Marti, Nocera, 2003). Nachfolgend werden nur einige wesentliche Elemente und ein Teil der Bezeichnungen wiedergegeben.

Die Affintransformation lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

wobei

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \mathbf{T}$$

mit

F : Deformationsmatrix
T : Translationsvektor

Die Matrix **F** kann in ein Matrixprodukt zerlegt werden:

$$\mathbf{F} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}$$

worin **D** eine Rotationsmatrix und **E** eine symmetrische Matrix sind. Man kann daher schreiben:

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega \\ -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r & s \\ s & t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

wobei

ω: mittlerer Drehwinkel

$$\omega = \operatorname{arctg}\left(\frac{b-d}{a+e}\right)$$

r : Massstabsfaktor auf der Abszisse nach einer Drehung des Systems um einen Winkel ω

$$r = a \cdot \cos\omega - d \cdot \sin\omega$$

t : Massstabsfaktor auf der Ordinate nach einer Drehung des Systems um einen Winkel ω

$$t = b \cdot \sin\omega + e \cdot \cos\omega$$

s: Winkelverzerrung (= Tangens des Scherwinkels, der im gedrehten System in beiden Achsrichtungen gleich gross ist)

$$s = a \cdot \sin\omega + d \cdot \cos\omega = b \cdot \cos\omega - e \cdot \sin\omega$$

Die Lehrsätze der linearen Algebra besagen, dass jede symmetrische Matrix orthogonal zerlegbar ist:

$$\mathbf{E} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{R}^T$$

worin die Diagonalmatrix $\mathbf{\Lambda}$ die Eigenwerte von **E** enthält und **R** die zugehörigen Eigenvektoren.

Die Eigenwerte von **E** ergeben sich aus der Lösung der charakteristischen Gleichung:

$$(r-m) \cdot (t-m) - s^2 = 0$$

Dies ist eine Gleichung zweiten Grades mit den Lösungen:

$$m_1 = \frac{1}{2}\left[(t+r) + \sqrt{(t-r)^2 + 4 \cdot s^2}\right]$$

$$m_2 = \frac{1}{2}\left[(t+r) - \sqrt{(t-r)^2 + 4 \cdot s^2}\right]$$

man kann daher schreiben

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

und letztlich

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega \\ -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

wobei

ω: mittlerer Drehwinkel

m_1: maximaler Massstabsfaktor (in einer Hauptachsrichtung der Verzerrungsellipse)

m_2: minimaler Massstabsfaktor (in der anderen Hauptachsrichtung)

θ: Orientierung der Hauptachsen

$$\theta = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2s}{r-t}\right) + \frac{\pi}{2}$$

N.B. Die Massstabsfaktoren m_1 und m_2 sind identisch mit m_{min} und m_{max} des Kapitels 4.4.5.

Gleichermassen definiert man:

ρ: maximale Richtungsverzerrung. Sie wird für Richtungen mit einem Winkel von 50 [gon] gegenüber den Ellipsenachsen aufgezeichnet.

$$\rho = \frac{1}{2}\sqrt{(r-t) - 4 \cdot s^2}$$

q : Dilatation oder Flächenverzerrungskoeffizient

$$q = m_1 \cdot m_2$$

k: mittlerer Massstabsfaktor

$$k = \sqrt{m_1 \cdot m_2} = \sqrt{r \cdot t - s} \approx \frac{m_1 + m_2}{2}$$

Isoliert man den Faktor k, kann man die Transformation folgendermassen ausdrücken:

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega \\ -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot k \cdot \begin{bmatrix} r/k & s/k \\ s/k & t/k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

und wenn die Verzerrungselemente klein sind (was beim Übergang von LV03 zu LV95 der Fall ist):

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\sigma & \omega \\ \omega & 1+\sigma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1+\tau & \upsilon \\ \upsilon & 1-\tau \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

wobei

σ: mittlerer Massstabsfaktor (Extension)

$$\sigma \approx \frac{r+t}{2} - 1$$

ω: mittlere Rotation (im Bogenmass)

$$\omega \approx b - d$$

τ: differentieller Massstabsfaktor (erste Verzerrungskomponente)

$$\tau \approx \frac{r - t}{2}$$

υ: differentielle Richtungsverzerrung (zweite Verzerrungskomponente)

$$\upsilon \approx s$$

Man kann auch die Grösse der totalen Scherung $Y = \sqrt{\tau^2 + \upsilon^2}$ berechnen, die der maximalen Richtungsverzerrung entspricht.

Alle diese differentiellen Elemente sind dimensionslos und werden oft in [ppm] ausgedrückt.
Diese Elemente können grafisch dargestellt werden.

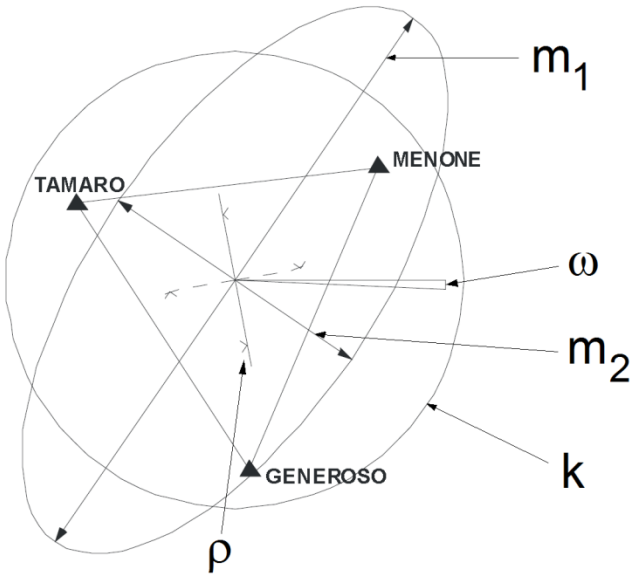


Abb. 18: Darstellung der Verzerrungselemente in FINELTRA aus (Marti, Nocera, 2003)

Anmerkungen
Mit den Verzerrungselementen lassen sich Antworten auf folgende Fragen finden:

- In welchem Umfang hat sich das Dreieck (und die Objekte, die es enthält) durchschnittlich vergrössert/verkleinert? ⇨ Dies wird durch k beantwortet.
- In welchem Umfang wird eine Strecke maximal verzerrt? ⇨ Dies wird durch m_1 und m_2 beantwortet.
- In welchem Umfang hat sich das Dreieck durchschnittlich gedreht (nützlich bei der Beurteilung der «Bruchstellen» zwischen den Dreiecken)? ⇨ Dies wird durch ω beantwortet.
- Welches ist die maximale Differenz zwischen einer orientierten Richtung in LV03 und derjenigen in LV95? ⇨ Dies wird durch ω und ρ beantwortet.
- In welchem Umfang wird ein in LV03 gemessener Winkel (z.B. ein rechter Winkel) deformiert?

  ⇨ Dies wird durch die maximalen Winkelverzerrungskoeffizienten $\frac{m_1}{m_2}$ oder $\frac{m_2}{m_1}$ beantwortet.

4.5.3 Interpolation nach gewogenem Mittel

Dies ist gewiss die meistverwendete grundsätzliche Methode. Sie gewichtet die auf den Passpunkten entstandenen Beobachtungen, wobei die Gewichte direkt von der Distanz zwischen dem zu interpolierenden Punkt und den Passpunkten abhängen.

In der Fachsprache wird auch die Bezeichnung IDW (Inverse Distance Weighting) verwendet.

Mathematisches Modell

$$U_k = \frac{\sum p_i \cdot v_i}{\sum p_i}$$

wobei

U_k: interpolierter Wert im Punkt k

v_i: auf dem Passpunkt i gemessener Wert

p_i: Gewicht der Beobachtung i im Punkt k

und

$$p_i = \frac{1}{s_i^{\lambda} + c}$$

s_i: Distanz vom Punkt k zum Passpunkt i

λ, c: Parameter zur Regelung des Nachbarschaftseinflusses (Nähe) der Passpunkte.

Festzulegende Parameter

Die Parameter λ und c sind festzulegen.

λ : ermöglicht es, den Einfluss nahe gelegener Punkte zu regeln. Je höher λ ist, desto mehr Einfluss nehmen die nahe gelegenen Punkte; im Allgemeinen ist λ = 1 oder 2, selten auch 1.5.

c : ermöglicht die Übermittlung einer allgemeinen Information, die von allen Punkten ausgeht, selbst von den vom Ort der Interpolation weit entfernten. Meist ist c = 0.

Anwendungsbereich

Das Anwendungsgebiet dieser Methode ist sehr weit gefächert. Interpolationsprobleme im Zusammenhang mit der Triangulation lassen sich damit ebenso gut lösen wie Detailaufnahmen.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ äusserst einfach umzusetzen und zu programmieren
+ stabile und gut beherrschbare Ergebnisse
- Konzentrationseffekt, wenn die Passpunkte nahe liegen

Spezialfall

Die Methode der Interpolation nach gewogenem Mittel kann noch verfeinert werden, indem man die Passpunkte in einem gewissen Umkreis ($s_i < d_0$) auswählt. Diese Methode wurde von Herrn L. Barraud, Ingenieur-Geometer in Lausanne, in den 1960er Jahren entwickelt und in einem Programm namens HelVec implementiert.

4.5.4 TRANSINT

Das im Rahmen eines Computerprogramms gleichen Namens eingeführte TRANSINT-Verfahren ist eine Interpolationsmethode nach «verbessertem» gewogenem Mittel. Sie berücksichtigt die Korrelation zwischen den Passpunkten.

«TRANS» stammt von ***Trans****formation*

«INT» stammt von ***Int****erpolation*

Wie ihr Name bereits andeutet, erlaubt die Methode, zwei Koordinatensätze mit Hilfe einer Transformation (Translationen, Drehung, Helmert- oder Affintransformation sind wählbar) zur Deckung zu bringen. Eine Interpolation der Restklaffungen in den Passpunkten auf die transformierten Punkte kann angehängt werden.

Die Transformationsphase ist nicht obligatorisch, ermöglicht jedoch die Bestimmung des funktionalen Anteils, der mit der Gesamtheit der Passpunkte verbunden ist.

Mathematisches Modell
(Carosio, 1980) leitet den Algorithmus her und begründet die Annahmen, (Carosio, Marti, 2002) beschreibt das Programm.

Die Interpolation in TRANSINT basiert auf dem Grundsatz der gewogenen Mittelbildung. Die Gewichte sind umgekehrt proportional zum Quadrat der Distanz zwischen dem zu interpolierenden Punkt und dem Passpunkt.

Das gewogene Mittel ist das Resultat der Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate:

$$dy_k = \left(\mathbf{A}^T\mathbf{P}\cdot\mathbf{A}\right)^{-1}\cdot\mathbf{A}^T\mathbf{P}\cdot d\mathbf{y}$$

wobei

dy_k : in Punkt k anzubringende Korrektur, interpolierter Wert

$\mathbf{P}$: Gewichtsmatrix

$d\mathbf{y}$: Vektoren der in den Anschlusspunkten aufgezeichneten Werte

$\mathbf{A}$: Matrix des funktionalen Modells der Mittelung

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

So dargestellt, berücksichtigt das Modell die Korrelation zwischen den Passpunkten nicht. Sie kann auf dem Umweg über eine Matrize eingeführt werden:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\ r_{n1} & \mathrm{K} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}$$

wobei

r_{ij} : Korrelation zwischen Punkt i und Punkt j.

$$r_{ij} = 0.9\cdot e^{-\ln(1.8)\cdot(d_{ij}/d_0)^2}$$ anders geschrieben: $$r_{ij} = \frac{0.9}{1.8^{\left(\frac{d_{ij}}{d_0}\right)^2}}$$

$r_{ij} = 0.9$ wenn i = j

wobei

d_{ij} : Distanz zwischen den Passpunkten i und j

d_0 : Distanz, für die der Korrelationskoeffizient 0.5 ist

Kennt man die (diagonale) Gewichtsmatrix **P**, die einen Neupunkt mit den Passpunkten verbindet, und die Korrelation zwischen den Passpunkten, so bildet man eine neue Gewichtsmatrix $\mathbf{P_r}$, in der man die Korrelation zwischen den Passpunkten berücksichtigt

$$\mathbf{P}_r = \mathbf{P}^{1/2} \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{P}^{1/2}$$

Die anzubringenden Korrekturen berechnen sich schliesslich zu:

$$dy_k = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_r \cdot d\mathbf{y}$$

und

$$dx_k = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r \cdot d\mathbf{x}$$

Festzulegender Parameter

d_0 : Distanz zwischen Passpunkten, für die der Korrelationskoeffizient 0.5 ist
ist der einzige veränderbare Modellparameter. Er erlaubt es, die besonderen Eigenschaften der bearbeiteten Fälle zu berücksichtigen.

Man könnte meinen, die Wahl des Parameters d_0 sei trivial. Dies ist jedoch keineswegs der Fall. Es wird vielmehr empfohlen, ein Punktgitter zu transformieren, um die Interpolationsergebnisse visuell zu prüfen.

Die Distanz d_0 wird in der Regel so gewählt, dass sie der halben Netzmaschenweite entspricht: z.B. 500 m, wenn die Distanz zwischen benachbarten Netzpunkten im Mittel 1 km beträgt.

Besonderheit

Die Matrix $\left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}_r$ ist tatsächlich ein Vektor, dessen Summe der Elemente 1 beträgt. Dies ist gleichbedeutend damit, dass die Komponenten dieses Vektors den Beitrag jedes Passpunktes in % angeben.

Wie bereits erwähnt, wurde diese Methode im Programm GeoSuite (Modul TRANSINT) implementiert. Sie führt im Allgemeinen zu sehr guten Ergebnissen, ohne dabei Überkorrekturen zu riskieren, was besonders den programminternen Kontrollfunktionen zu verdanken ist.

Anwendungsbereich

Das Anwendungsgebiet ist sehr weit gefächert. Wie bereits im Kapitel 4.5.3 erwähnt, lässt sich die Methode der gewogenen Mittelbildung gut auf die meisten, in der Katastervermessung oder bei der Triangulation anzutreffenden Fälle anwenden.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ in der Schweiz breit eingeführt und verwendet
+ stabile und gut beherrschbare Ergebnisse
+ Elimination von Redundanzen infolge nahe gelegener Passpunkte
- für Praktiker kognitiv schwer zu bewältigen («Black Box»)
- relativ umfangreiche Berechnungen, bei tausenden Passpunkten dauert sie äusserst lange oder das Programm stürzt ab

- Der Parameter d_0 wird willkürlich festgelegt und gilt im ganzen Interpolationsgebiet; er ist schwierig zu kontrollieren, d.h. im Interpolationsgebiet kann nicht variiert werden. Abhilfe: Gebiet unterteilen oder Methode «modified Shepard» (Kapitel 4.5.5.2) wählen
- Stützpunktkoordinaten ändern wegen $r_{ij} = \mathbf{0.9} \cdot e^{\cdots\cdots}$
- Einfluss jedes (auch weit entfernten) Punktes auf die Gesamtheit der Berechnung

4.5.5 Shepard Methode und modifizierte Shepard Methode

(Shepard, 1968) beschreibt diese Interpolationsmethode, softwaretechnisch umgesetzt ist sie in der Programmbibliothek (ALGLIB IDW-Interpolation, 2012). Sie ist in GeoSuite implementiert. Die nachfolgende Matrizen- oder Vektorbezeichnungen sind aus der Quellliteratur übernommen.

4.5.5.1 Shepard's Methode

Gegeben sind die Passpunkte oder Stützpunkte $\mathbf{x}_i$ (in der Informatik als Knoten benannt) mit zugehöriger Restklaffung (alias Residue) z_i sowie irgendein Neupunkt **x**. Die Passpunkte liegen im Ausgangs- und im Zielsystem mit Koordinaten vor, die Neupunkte nur im Ausgangssystem.

Im Neupunkt **x** wird eine Gewichtung w_i eingeführt: $w_i(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|} \right)^p \quad , \quad p = 2$

wobei $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$ für die Norm der Vektordifferenz $\mathbf{x} - \mathbf{x}_i$ steht, was gleichbedeutend ist mit der Distanz zwischen Neupunkt **x** und Passpunkt $\mathbf{x}_i$ (im Ausgangssystem).

Die einfachste Form der inversen Distanzgewichtung (IDW) ist dann:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\sum_i w_i(\mathbf{x}) \cdot z_i}{\sum w_i(\mathbf{x})}$$

f(**x**) ist der interpolierte Wert im Neupunkt **x**, die sogenannte Interpolante oder Interpolierende (Funktion); in den vorgehenden Kapiteln ist sie mit U_k bezeichnet.

Diese «einfache» Shepard Methode entspricht dem Kapitel 4.5.3, wenn man dort $\lambda = 2$ und $c = 0$ setzt.

Ein solcher IDW Algorithmus hat sowohl Vorteile (+) als auch Nachteile (-):

+ ist sehr einfach zu implementieren
+ es müssen keine Parameter eingestellt werden
+ kann in mehrdimensionalen Räumen eingesetzt zu werden
+ hat die Fähigkeit, verstreute Daten zu interpolieren und in irgendeinem Koordinatenraster zu arbeiten. Die Multikollinearität[3] ist nicht ein Problem, der Algorithmus kann arbeiten, selbst wenn alle Punkte in einem niedrig-dimensionalen Unterraum liegen (d.h. auf Gerade oder in Ebene). Wenn richtig implementiert, kann er sogar mit zusammenfallenden Knoten (d.h. Passpunkten) arbeiten.
- Niedrige Leistung bei grossen Datensätzen: Die Komplexität[4] der Interpolation ist O(N), d.h. die Laufzeit des Programms nimmt proportional zur totalen Anzahl Passpunkte N zu.
- der Algorithmus gibt entfernten Knoten zu viel Gewicht. Ihr Gesamtgewicht kann grösser sein als das Gewicht nahe gelegener Knoten. Dies ist in hoch-dimensionalen Räumen ausgeprägter.
- Die Methode von Shepard ist eine globale Methode, was für sich ein Problem ist. Die Interpolante ist zu empfindlich auf entfernte Ausreisser.
- Die Interpolante f(**x**) ist in $\mathbf{x}_i$ flach, d.h. sie hat in den Knoten die Ableitung Null.

[3] die Multikollinearität ist ein Problem der Regressionsanalyse und liegt vor, wenn zwei oder mehr erklärende Variablen eine sehr starke Korrelation miteinander haben. In der Geometrie nennt man Punkte kollinear, wenn sie auf einer Geraden (oder Ebene) liegen.

[4] die Komplexität einer berechenbaren Funktion ist der zu ihrer Berechnung erforderliche Aufwand an Betriebsmitteln wie Speicherplatz, Rechenzeit, benötigte Geräte usw.

4.5.5.2 Modifizierte Shepard Methode

Die Ausführungen aus (Renka, 1988), (Thacker et al., 2010) und (ALGLIB IDW-Interpolation, 2012), sind hier teilweise wörtlich übersetzt und ergänzt.

Der modifizierte Shepard Algorithmus lautet $f(\mathbf{x}) = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_w} W_i(\mathbf{x}) \cdot Q_i(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^{N_w} W_i(\mathbf{x})}$; $N_w < N$

Die totale Anzahl der Passpunkte ist N, jedoch werden nur die dem Neupunkte **x** nächsten N_w Passpunkte verwendet.

Wie gross soll N_w sein? (Empfehlung von ALGLIB)

« N_w kontrolliert den Algorithmus lokal (Anmerkung: d.h. wie weit soll die Gewichtung wirken, vgl. Abschnitt *Gewichtsfunktion*). Zu grosse Werte machen die Interpolante zu global (die Berechnung wird langsam und die Interpolante unfähig, lokale Änderungen in der Interpolation zu reproduzieren). Anderseits führen zu kleine N_w zu spitzen und ungenauen Interpolanten (beispielsweise ist $N_w = 1$ gerade eine Nearest Neighbour Interpolation, die in (Hettwer, Benning, 2003) und (Ahrens, 2004) vertieft erklärt wird).

Ein guter Wert für N_w liegt normalerweise leicht höher als $\max\left(1.5 \cdot N_q\,,\, 2^D + 1\right)$ »

D ist die Anzahl Dimensionen des Raumes, in geodätischen Fällen also 2 oder 3, womit N_w immer gleich $1.5 \cdot N_q$ sein wird. (Renka, 1988) erhielt für zweidimensionale Daten bei einem Wert von $N_w = 19$ gute Resultate.

GeoSuite stellt N_w ein auf $N_w \geq 2^D + 1$ und empfiehlt $N_w \approx 2 \cdot N_q$

Parameter	Raumdimension		
	1	2	3
N_w	3	5	9

Gewichtsfunktion $W_i(\mathbf{x})$

$$W_i(\mathbf{x}) = \left(\frac{R_x - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|}{R_x \cdot \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|} \right)^2 = \frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2} - \frac{1}{R_x^2} \quad , \quad R_x = \max_{N_w} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$$

Der Einflussradius R_x ist somit die maximale Distanz zwischen dem Neupunkt **x** und seinen N_w benachbarten Passpunkten $\mathbf{x}_i$. Ausserhalb dieses Radius' wird der Funktionswert von W_i zu Null.

Knotenfunktion $Q_i(\mathbf{x})$

Die **Knotenfunktion** (engl. nodal function) $Q_i(\mathbf{x})$ tritt an die Stelle der Restklaffung z_i. Sie ist eine lokale Approximation für z_i im Passpunkte $\mathbf{x}_i$. $Q_i(\mathbf{x})$ ist eine bivariate[5], wahlweise quadratische, lineare oder konstante Funktion. Die Koeffizienten der Funktion $Q_i(\mathbf{x})$ resultieren aus einer gewichteten Kleinste-Quadrate-Einpassung auf einen Satz von N_q nächsten Nachbarn von $\mathbf{x}_i$ mit der Bedingung $Q_i(\mathbf{x}_i) = z_i$.

Mathematisch ausgedrückt: $Q_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + g$; $\mathbf{A} \in ¡^{D \times D}, \mathbf{b} \in ¡^{D}, g \in ¡$

[5] Eine Funktion ist bivariat, wenn sie genau zwei unbestimmte Variablen enthält (z.B. $f(x,y) = 3x^2 + y + y^3$. Der Funktionswert f hängt also von zwei («bi») Variablen x und y ab.

Beispiel zur Berechnung dieser Knotenfunktion Q(**x**) (zweidimensionaler Fall):

Punkt $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ Koeffizienten $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$; $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$ und g ;

somit ausmultipliziert:

$$Q_i = ax^2 + bxy + cxy + dy^2 + ex + fy + g$$

da nicht anzunehmen ist, dass *xy* zwei unbekannte Koeffizienten b und c befriedigen muss, wird c = b gesetzt und daraus

$$Q_i = ax^2 + 2bxy + dy^2 + ex + fy + g$$

Im i-ten Passpunkt $\mathbf{x}_i$ ist zudem die Bedingung $Q_i(\mathbf{x}_i) - z_i = 0$ einzuhalten.

Die 6 vorerst unbekannten Koeffizienten $[a\ \ b\ \ d\ \ e\ \ f\ \ g]^T$ sind also aus mindestens 3 Stützpunkten zu bestimmen. Dies erfolgt in einer «vermittelnden Ausgleichung mit Bedingungen zwischen den unbekannten Parametern (auch GAUSS-MARKOV-Modell genannt)».

Wie gross soll N_q sein?

N_q kontrolliert einen anderen Aspekt der Nachbarschaft, nämlich die Anzahl der Knoten, die zur Bildung der eben beschriebenen Knotenfunktionen $Q_i(\mathbf{x})$ verwendet werden. Eine gute Knotenfunktion muss durch (x_i, y_i) gehen und sie sollte die Funktion in der Umgebung näherungsweise approximieren.

Ein zu kleiner N_q Wert wird eine gute Approximation verunmöglichen.

Ein zu grosser N_q Wert wird $Q_i(\mathbf{x})$ zu einem globalen Verhalten führen; dies ist aber dort nicht sehr gut, wo es nötig wäre, nämlich im Einflussbereich von $\mathbf{x}_i$.

Ein guter N_q Wert ist gewöhnlich 1.5-mal grösser als die Anzahl freier Parameter der Knotenfunktion: 1+*D* für eine lineare Knotenfunktion, (*D*+2) · (*D*+1)/2 für eine quadratische Knotenfunktion. (Renka, 1988) erhielt für zweidimensionale Daten bei einem Wert von N_q = 13 gute Resultate.

Gibt man keinen Wert vor, stellt GeoSuite N_q auf folgenden Wert ein:

Knotenfunktion	Parameter	Raumdimension *D*		
		1	*2*	*3*
konstant:	N_q wird ignoriert	--	--	--
linear:	$N_q \geq$ Maximum von $(1.5 \cdot (D + 1)\ ;\ 2^D + 1)$	3	5	9
quadratisch:	$N_q \geq$ Maximum von $(3/4 \cdot (D + 2) \cdot (D + 1)\ ;\ 2^D + 1)$	5	9	15

Vorteile (+) und Nachteile (-)

Dieser Modified Shepard Algorithmus hat folgende Vorteile:

+ Fähigkeit, in mehrdimensionalen Räumen eingesetzt zu werden (bei Geodäten ist der Raum allerdings meist auf 3 Dimensionen begrenzt).
+ Fähigkeit, verstreute Daten zu interpolieren und in irgendeinem Koordinatenraster zu arbeiten. Multikollinearität ist nicht ein Problem, der Algorithmus kann arbeiten, selbst wenn alle Punkte in einem niedrig-dimensionalen Unterraum liegen (d.h. Gerade, Ebene). Wenn er richtig implementiert ist, kann er sogar mit zusammenfallenden Knoten (d.h. Passpunkten) arbeiten.
+ Die erste Ableitung der Interpolante f(**x**) ist stetig.
+ Gute Leistung, selbst bei grossen Datensätzen, was dank effizienter Nearest Neighbour Suchalgorithmen erreicht wird. Die Komplexität des Interpolationsaufbaus ist O(N·logN), der Interpolation selber O(logN); d.h. bei einer Verdoppelung von N läuft das Programm um eine konstante Zeit länger.

+ Wenn quadratische oder lineare Knotenfunktionen verwendet werden, gibt es in der Nähe von Interpolationsknoten keine «flachen Flecken».
+ Lokal wirkender Interpolationsalgorithmus. f(**x**) hängt nur von den nächsten Nachbarn von **x** ab, was die Interpolationsqualität bedeutend verbessert.
+ Leichte Generalisation auf Regressionsanalysen, d.h. Fähigkeit, mit stark rauschenden Daten zu arbeiten («Rauschen» nennt man die zufälligen Abweichungen).
+ Nur zwei Parameter müssen eingestellt werden: N_w und N_q.

Hingegen müssen auch mehrere Nachteile genannt werden:

- Die modifizierte Shepard Methode ist nur für grosse Datensätze (mit Hunderten von Punkten) und nur in niedrig-dimensionalen Räume (2 bis 5 Dimensionen) schneller als der Inverse Distance Weighting Algorithmus nach Kapitel 4.5.5.1.
- Auch wenn der Algorithmus in irgendeinem Koordinatensystem arbeiten kann, nimmt seine Leistung ab, wenn Punkte in einem niedrig-dimensionalen Subraum liegen. In solchen Fällen werden langsame SVD-basierte[6] kleinste Quadrate Lösungsalgorithmen anstelle von schnelleren QR-basierten[7] verwendet.
- In einigen seltenen Fällen kann f(**x**) Diskontinuitäten haben. Eine Diskontinuität wird erscheinen, wenn mehr als N_w nächste Nachbarn von **x** gleich weit entfernt von **x** sind. In solchen Fällen wird ein k-NN Suchalgorithmus (i.e. ein k-dimensionaler Nearest Neighbour Suchalgorithmus) Nachbarn aufs Geratewohl wählen, was von Rundungsfehlern abhängt oder von der Reihenfolge, in der die Nachbarn aus der Suchstruktur herausgezogen wurden. Jedoch wird f(**x**) begrenzt bleiben und wenn man N_w vergrössert, wird die Wahrscheinlichkeit solcher Situationen abnehmen. Beispielsweise wird in kartesischen Koordinatensystemen N_w nach unten begrenzt, um solche Fehlerprobleme zu verhindern.

Jedoch überwiegen die Vorteile des Modifizierten Shepard Algorithmus die Nachteile, so dass er als ein Standardwerkzeug empfohlen werden kann für mehrdimensionale Interpolationen (entweder gestreuter oder regelmässig Daten).

Benutzer - Einstellungen der Knotenfunktion

Der Benutzer kann zwischen 4 Typen von Knotenfunktionen wählen (die Bedeutung der Farben ist analog der Verkehrsampeln):

- Die konstante Knotenfunktion (gelb) wird in der originalen Shepard Methode verwendet und bleibt nur für Evaluationszwecke im Angebot des Programms GeoSuite.
- lineare Knotenfunktion (grün): ihre Koeffizienten werden mittels Kleinste-Quadrate-Einpassung berechnet. Diese Funktion liefert bessere Genauigkeit als die konstante Funktion.
- quadratische Knotenfunktion (grün): ihre Koeffizienten werden mittels Kleinste-Quadrate-Einpassung berechnet. Diese Funktion liefert beste Qualität, solange genügend Daten vorliegen, um die Koeffizienten robust zu berechnen. Wenn die Daten spärlich vorliegen, wird vielleicht die lineare Knotenfunktion besser funktionieren.
- «schnell» lineare Knotenfunktion (rot): ihre Koeffizienten werden mit schnellen Algorithmen (Gradienten Interpolation) berechnet statt mit Kleinste-Quadrate basierten. Dies ist ein spezieller Knotenfunktionstyp für Probleme, wo Geschwindigkeit wichtiger ist als Qualität. Koeffizienten solcher Knotenfunktionen minimierten einige Kleinste-Quadrate ähnliche Fehlerfunktion nicht, sie liefern aber gewöhnlich eine bescheidene Präzision. Hingegen ist diese Art von Knotenfunktionen weniger robust und tolerant auf zufällige Abweichungen als die vorgehenden. Sie sollten sie nur benützen, wenn Sie ihre Qualität und Stabilität testen können.

[6] Eigenwertzerlegung, Spektralzerlegung
[7] QR-Zerlegung: siehe z.B. http://de.wikipedia.org/wiki/QR-Zerlegung

Wie läuft der Algorithmus im Detail ab?

1. Passpunkte einlesen
2. Zu jedem Passpunkt $\mathbf{x}_i$ werden die N_q nächsten Nachbarn gesucht
3. und die Koeffizienten **A**, **B** und g der Knotenfunktion $Q_i(\mathbf{x})$ bestimmt
4. Zu jedem Interpolationspunkt **x** werden die N_w nächsten Nachbarn gesucht
5. Die Gewichtsfunktion $W_i(\mathbf{x})$ wird für diese Nachbarn berechnet
6. Die Interpolante f(**x**) wird als gesuchte Residue des Punktes **x** berechnet.

4.5.6 Die CDL-Methode

Die Methode der «Kombination begrenzter Deformationen» (franz. CDL) wurde in den 1970er Jahren an der ETHL entwickelt. Es ist eine einfache Methode, die eine lineare und degressive Berücksichtigung der auf den Passpunkten aufgezeichneten Werte gestattet. Jeder Punkt wirkt sich in einem Einflusskreis aus, der durch den nächsten der anderen Passpunkte begrenzt wird.

Mathematisches Modell

$$U_k = \sum p_{ki} \cdot v_i$$

wobei

U_k: im Punkt k interpolierter Wert

$p_{ki} = \frac{d_{imax} - d_{ki}}{d_{imax}}$ wenn $d_{ki} < d_{imax}$ Gewicht der Beobachtung i

$p_{ki} = 0$ wenn $d_{ki} > d_{imax}$

worin

d_{imax}: maximaler Einflussbereich der Klaffung v_i, gegeben durch die Distanz zum nächsten Passpunkt.

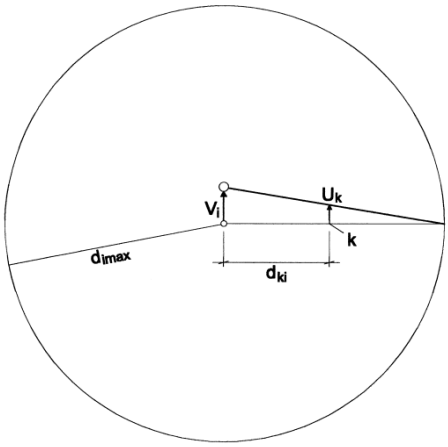


Abb. 19: Prinzip des Einflusses eines Passpunktes

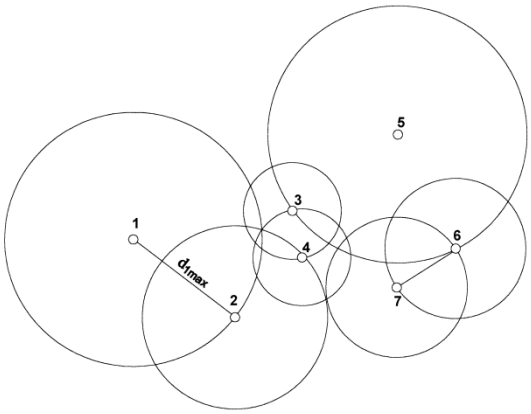


Abb. 20: Prinzip der Bestimmung der d_{imax}

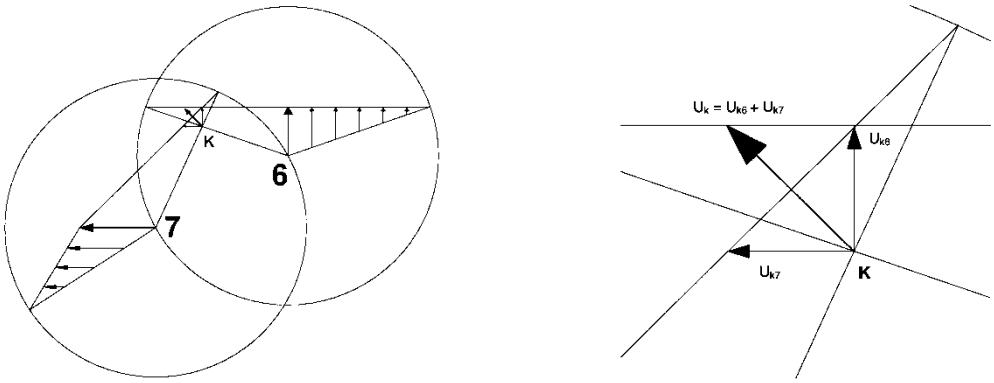


Abb. 21: Berechnung des Einflusses mehrerer Passpunkte

Festzulegende Parameter
Es sind keine Parameter festzulegen. Die Methode und die Anordnung der Passpunkte liefern alle Berechnungselemente.

Die «manuelle» Elimination redundanter Passpunkte kann sich in gewissen Fällen (dichte Punktgruppen) als nützlich erweisen.

Anwendungsbereich
Diese Methode passt gut zu Interpolationsproblemen, bei denen zahlreiche, eher gut verteilte Passpunkte vorkommen.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ leicht umzusetzen und zu programmieren
+ lineare Interpolation ohne Bruchstellen
- sehr abhängig von der Lage der Passpunkte
- Begrenzung des Einflussbereichs gewisser Punkte
- in speziellen Fällen Gefahr der Über-Interpolation

4.5.7 Polynom-Interpolation

Mathematisches Modell

$$U_k = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} a_{ij} \cdot x^i \cdot y^j$$

wobei

U_k: im Punkt k interpolierter Wert

y, x : Koordinaten des Punktes, wo die Interpolation berechnet wird

a_{ij}: Koeffizienten der Monome[8]

m,n : Potenz, die auf die Koordinaten x oder y anzuwenden ist

Festzulegende Parameter

Die einzigen wirklichen Parameter, die festgelegt werden müssen, sind die Potenzen m und n, die den Grad des Polynoms bestimmen. Ist dieser einmal gewählt, lassen sich die Koeffizienten a_{ij} ausgehend von den Passpunkten berechnen. Die Passpunkte müssen mindestens ebenso zahlreich sein wie die Koeffizienten.

Anwendungsbereich

Das Anwendungsgebiet dieser Methode ist wegen ihrer Anpassungsfähigkeit und ihrer Möglichkeiten sehr weit gefächert.

Die Methode wird in komplexen Fällen mit stark ausgeprägten lokalen Eigenheiten angewendet.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ Anpassungsfähigkeit und Palette der Möglichkeiten
- Vorhandensein zahlreicher Passpunkte erforderlich
- Auswirkungen (bei höherem Polynomgrad) nicht immer beherrschbar

Spezialfall

Wenn m=n=2, erhält man eine «biquadratische Interpolation» der Form:

$$U = a_{00} + a_{01} \cdot y + a_{02} \cdot y^2 + a_{10} \cdot x + a_{11} \cdot x \cdot y + a_{12} \cdot x \cdot y^2 + a_{20} \cdot x^2 + a_{21} \cdot x^2 \cdot y + a_{22} \cdot x^2 \cdot y^2$$

Die neun Parameter können mit Hilfe von neun Passpunkten berechnet werden.

Wenn die neun Passpunkte über ein Einheitsraster verteilt sind, können die Koeffizienten ausgehend von den Beobachtungen auf den Passpunkten durch einfache Additions- und Divisionsoperationen errechnet werden, wobei [gemäss Marti U.] folgende Formeln gelten:

$$a_{00} = v_{[0,0]}$$

$$a_{01} = \frac{\left(v_{[1,0]} - v_{[-1,0]}\right)}{2}$$

$$a_{02} = \frac{\left(v_{[1,0]} + v_{[-1,0]}\right)}{2} - v_{[0,0]}$$

$$a_{10} = \frac{\left(v_{[0,-1]} - v_{[0,1]}\right)}{2}$$

[8] Ein Monom ist ein Produkt, bestehend aus einem Koeffizienten und Potenzen von Variablen.

$$a_{11} = \frac{\left(v_{[1,-1]} - v_{[1,1]} + v_{[-1,1]} - v_{[-1,-1]}\right)}{4}$$

$$a_{12} = \frac{\left(v_{[0,1]} - v_{[0,-1]}\right)}{2} + \frac{\left(v_{[1,-1]} - v_{[1,1]} - v_{[-1,1]} + v_{[-1,-1]}\right)}{4}$$

$$a_{20} = \frac{\left(v_{[0,1]} + v_{[0,-1]}\right)}{2} - v_{[0,0]}$$

$$a_{21} = \frac{\left(v_{[-1,0]} - v_{[1,0]}\right)}{2} + \frac{\left(v_{[1,1]} + v_{[1,-1]} - v_{[-1,-1]} - v_{[-1,1]}\right)}{4}$$

$$a_{22} = v_{[0,0]} - \frac{\left(v_{[0,1]} + v_{[1,0]} + v_{[0,-1]} + v_{[-1,0]}\right)}{2} + \frac{\left(v_{[1,1]} + v_{[1,-1]} + v_{[-1,-1]} + v_{[-1,1]}\right)}{4}$$

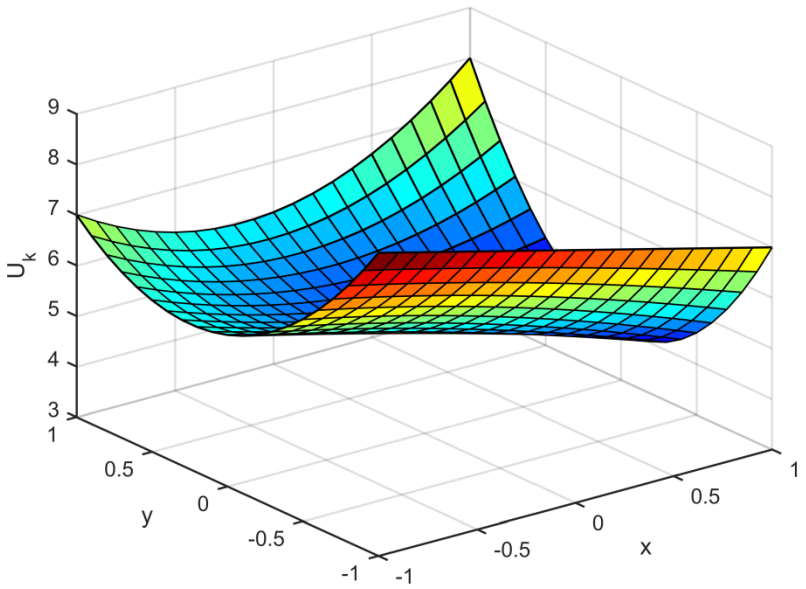


Abb. 22: Beispiel einer biquadratischen Interpolation auf der Basis eines einheitlichen Rasters von neun Punkten

Mit dieser Interpolationsmethode werden im Programm CHGEO und in bestimmten GNSS-Empfängern die Geoidundulationen berechnet, um den Übergang von ellipsoidischen zu orthometrischen (und anschliessend Gebrauchs-) Höhen zu bewerkstelligen.

4.5.8 Interpolation nach kleinsten Quadraten (Einfaches Interpolationsmodell)

Diese Methode nutzt die «Beziehungen» einerseits unter den Passpunkten, anderseits zwischen Passpunkten und den zu interpolierenden Punkten. Diese Beziehungen werden mittels einer Kovarianzfunktion definiert.

Diese Methode bildet die Grundlage des Programms QUINT, das von Professor Karl Kraus in den 1970er Jahren entwickelt wurde, um Klaffungsprobleme in der Photogrammetrie zu lösen (Kraus, 2000).

Mathematisches Modell

$$\mathbf{U} = \mathbf{C}^{T}_{\bar{s}s} \cdot \mathbf{C}^{-1}_{\bar{s}\bar{s}} \cdot \mathbf{v}$$

wobei

- $\mathbf{U}$: Vektor der interpolierten Werte
- $\mathbf{v}$: Vektor der Beobachtungen (zu interpolierende Werte)
- $\mathbf{C}_{\bar{s}\bar{s}}$: Varianz-Kovarianz-Matrix der Passpunkte
- $\mathbf{C}_{s\bar{s}}$: Kovarianzvektor oder -matrix zwischen dem (den) zu interpolierenden Punkt(en) und den Passpunkten

Die Matrizen $\mathbf{C}_{\bar{s}\bar{s}}$ und $\mathbf{C}_{s\bar{s}}$ werden mit Hilfe einer Kovarianzfunktion von folgender Art erstellt:

$$c_{ij} = c_0 \cdot e^{-a^2 d_{ij}^2}$$

wobei

- d_{ij}: Distanz zwischen Punkt i und Punkt j
- c_0: Kovarianz des Signals für $d_{ij} = 0$, Scheitel der Kurve
- a : Einflussparameter für die Kurvenform und damit die Einflussweite der Passpunkte

So ausgedrückt stellt die Kovarianzfunktion eine Glockenkurve dar.

Festzulegende Parameter

Für die Parameter c_0 und a sind Werte festzulegen, was sehr heikel ist.

Man kann mit Standardwerten beginnen (c_0 = 0.9 und a = 0.01) oder versuchen, über die Kovarianzen aus den Beobachtungswerten der Passpunkte und den Distanzen zwischen ihnen eine Kurve einzupassen. Einzelheiten zur Parameterschätzung sind in (Kraus, 2000) beschrieben.

Anwendungsbereich

Das Anwendungsgebiet dieser Methode ist sehr weit gefächert. Sie lässt sich gut auf Problemfälle anwenden, in denen die Punkte (Passpunkte und/oder zu interpolierende Punkte) Abhängigkeiten aufweisen. Zu nennen wäre beispielsweise das Einfügen eines verzerrungsfreien Netzes in einen verzerrten Bezugsrahmen.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ grosse Vielfalt möglicher Interpolationen
- dem zu lösenden Problem angepasste Wahl der Parameter a und c_0
- zahlenmässige Begrenzung der Passpunkte
- Instabilität und Gefahr irreführender Interpolationen

Spezialfall

Ein Spezialfall liegt vor, wenn die Distanzen (evtl. potenziert) direkt in die Varianz-Kovarianz-Matrix eingeführt werden.

4.5.9 Multiquadratische Analyse (Interpolation mittels Flächensummation)

R.L. Hardy entwickelte 1971 die multiquadratische Analyse, eine heute sehr erfolgreiche und weitverbreitete Methode. Sie gehört zu den sogenannten RBF Interpolationsalgorithmen (radiale Basisfunktion, siehe z.B. https://de.wikipedia.org/wiki/Radiale_Basisfunktion oder (Buhmann, 2003)), die zunehmend eingesetzt werden.

Mit der multiquadratische Analyse gelingt es, mit verschiedenen trigonometrischen oder polynomialen Serien aus spärlichen, verstreuten Daten die Topografie oder andere, irreguläre (d.h. mathematisch undefinierte) Flächen gut genähert darzustellen. (Hardy, 1972), (Kraus, 2000)

Um jeden Passpunkt (y_i, x_i) wird eine Elementarfläche gelegt. In der Regel ist sie eine Rotationsfläche, d.h. eine Fläche 2. Grades. Das Interpolationsergebnis (z.B. die Oberfläche der Topografie, der Klaffungsbetrag eines beliebigen Punktes in y- oder x-Richtung) entsteht dann durch die Summation der Elementarflächen, wobei diese in z-Richtung so zu skalieren sind, dass ihre Summe in den Passpunkten exakt ihrer Höhe oder ihrem Klaffungsbetrag entspricht.

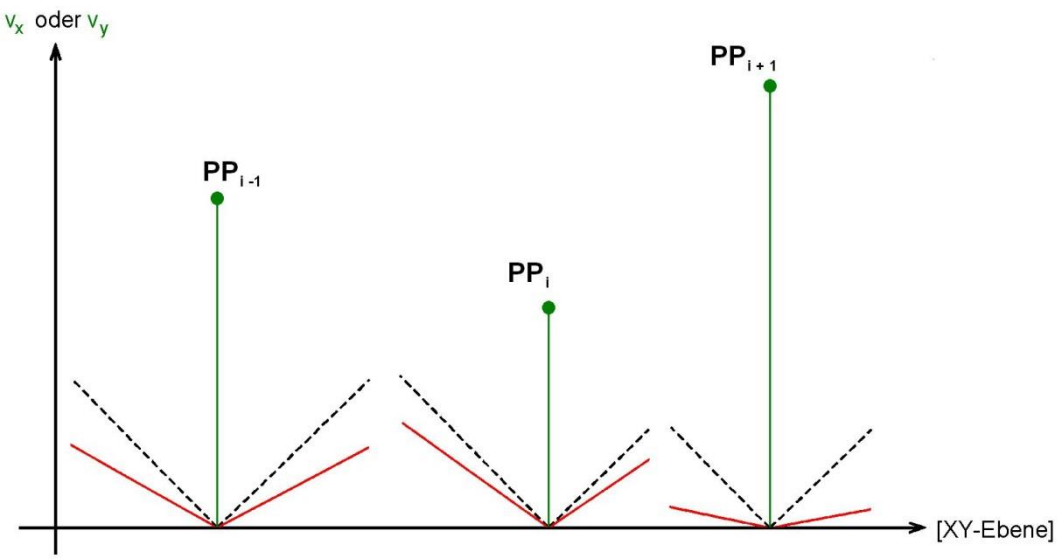


Abb. 23: Flächensummation mit Rotationskegeln, die auf der Spitze stehen (gestrichelt) bzw. skaliert (rot ausgezogen) sind. Die Summe aller roten Kegel ergibt im Passpunkt PP seine Klaffung v_x oder v_y. Quelle: (Kraus, 2000: S. 138)

Die Elementarflächen werden mit einer Interpolationsfunktion (auch Kernfunktion genannt) $q(y_i, x_i, y_j, x_j)$ beschrieben, die man entweder aus den Daten gewinnt oder problemgerecht auswählt. Kernfunktionen können Kegel, Hyperboloide, Gauss'sche Glockenkurven oder andere Funktionen sein.

Für die n gegebenen Passpunkte, darunter i und j, wird zuerst eine Funktionalmatrix $\underset{n,n}{\mathbf{Q}}$ definiert, deren Koeffizienten q_{ij} mittels der Kernfunktion

$$q_{ij} = \left[\left(y_i - y_j\right)^2 + \left(x_i - x_j\right)^2 + G \right]^{1/2} \qquad \text{(Hyperboloid)}$$

berechnet werden. G wird als Glättungsfaktor bezeichnet, mit dem die Interpolationsfläche beliebig gesteuert werden kann. Für G = 0 geht diese Kernfunktion in einen Kegel über, so dass in den Passpunkten (y_i, x_i) Spitzen entstehen. (Kraus 2000) behandelt die Wahl des Glättungsfaktors vertieft; (Göpfert, 1977) schlägt $G = 0.6 \cdot D_{min}^2$ vor, wobei D_{min} der kleinste Abstand zwischen den Passpunkten ist.

Die erwähnte Skalierung der n Rotationsflächen erfolgt, indem n Massstabsfaktoren m_i eingeführt werden. In den Passpunkten kennt man ihren Stützwert z (= Höhe oder Klaffungsbetrag in x- oder in y- Richtung).

$$\mathbf{z} = \sum_{j=1}^{n} q(y_i, x_i, y_j, x_j) \cdot m_i = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{m}$$

woraus sich die unbekannten Massstabsfaktoren bestimmen lassen:

$$\mathbf{m} = \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{z}$$

Die Interpolationswerte beliebiger Punkte (y, x) berechnen sich dann zu

$$\mathbf{Z} = \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{m}$$

k ist ein «Vektor», dessen Komponenten die Funktionen $q(y_i, x_i, y, x)$ sind.

Damit die Methode hochwertige Interpolationsergebnisse liefert, muss vor der Interpolation von den Stützwerten z noch ein allfälliger systematischer Trend z_{Trend} abgespaltet werden. Dieser wird nach der Interpolation der Reste $(z - z_{Trend})$ den erhaltenen Werten Z wieder zugeschlagen. (Fröhlich, Bröcker, 2006) begründen, dass dieser Trend eine Ebene $z_{Trend} = a \cdot x + b \cdot y + c$ ist, deren unbekannte Parameter a, b, c in einer Ausgleichung aus den Passpunkten zu bestimmen sind.

Die empirische Genauigkeit für multiquadratisch interpolierte Werte leitet (Wolf, 1981) her.

Festzulegende Parameter

Kernfunktion wählen: Kegel, Hyperboloid, Gauss'sche Glockenkurve, andere Rotationsflächen

Glättungsfaktor G: legt die Krümmung der interpolierten Flächen fest, d.h. wie stark z.B. interpolierte Kurven zwischen unstetigen Stützstellen ausgerundet, also geglättet werden

Anwendungsgebiete

Digitale Höhen- und Geländemodelle

Restklaffenverteilung nach Transformationen

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ einfaches mathematisches Modell
+ rasche, automatisierbare Berechnungsabläufe, leicht zu programmieren
+ beliebige Glättung von interpolierten Oberflächen je nach Wahl des Glättungsfaktors
+ Eignung bei spärlicher, regelmässiger oder unregelmässiger Verteilung der Passpunkte
+ Einflussweite ist durch die Passpunkte willkürfrei festgelegt und der Benutzer kann das Interpolationsgebiet nicht «falsch» aufteilen
+ Bei problemgerechter Parametrisierung ergeben sich praktisch gleiche Resultate wie bei einer Natural Neighbour Interpolation
- Wahl der richtigen Kernfunktion und des problemgerechten Glättungsfaktors
- grosser Rechenaufwand bei hoher Passpunktzahl
- Interpolation ausserhalb der Umhüllenden der Passpunkte ergibt unbrauchbare Resultate

4.6 Allgemeines Transformations-Interpolations-Modell

In den bisherigen Abschnitten sind die vielschichtigen Probleme deutlich geworden, die auftreten, wenn Parameter eines funktionalen Transformationsmodells berechnet oder angewandt werden, und wenn bei der anschliessenden Interpolation die auf den Passpunkten erhobenen Beobachtungen in Abhängigkeit von gewissen Kriterien (wie etwa Nachbarschaft) ausgewertet werden.

Es existiert ein allgemeines Modell namens **Kollokation**, mit dem beide Operationen gleichzeitig ausgeführt werden können.

Mathematisches Modell

Die mit diesem mathematischen Modell verknüpfte Theorie ist sehr komplex (Dupraz, Stahl, 1994), (Hardy, 1972) (Fischer et al., 2003) und (Wirth, 1990).

Das allgemeine Modell, mit dem sich beide Operationen verknüpfen lassen, lautet:

$$\mathbf{l} - \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{R} \cdot \bar{\mathbf{s}}$$

Den Messungen $\mathbf{l}$ und ihren Residuen **v** (die man in diesem Zusammenhang oft als Rauschen mit dem Buchstaben n bezeichnet) stellt man einen systematischen Teil gegenüber, der durch ein funktionales Modell (**Ax**) angenähert wird, sowie einen Teil, der durch ein stochastisches Modell ($\mathbf{R}\bar{\mathbf{s}}$) angenähert wird: Funktion (**R**) eines Signals $\bar{\mathbf{s}}$.

Mit einer Filterung wird das Signal $\bar{\mathbf{s}}$ auf den Passpunkten bestimmt. Gleichzeitig interessiert die Funktion der Prädiktion:

$$\mathbf{f} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{s}$$

wobei

- **s** : auf den Neupunkten unbekanntes Signal
- **x** : beliebige Punkte
- **G** : Funktion der Parameter des funktionalen Modells (oft ist **G = I**)
- M : Funktion des prädizierten Signals (oft ist **M = I**)
- **I** : Einheitsmatrix

Die Grafik in der folgenden Abbildung fasst die Problemstellung zusammen.

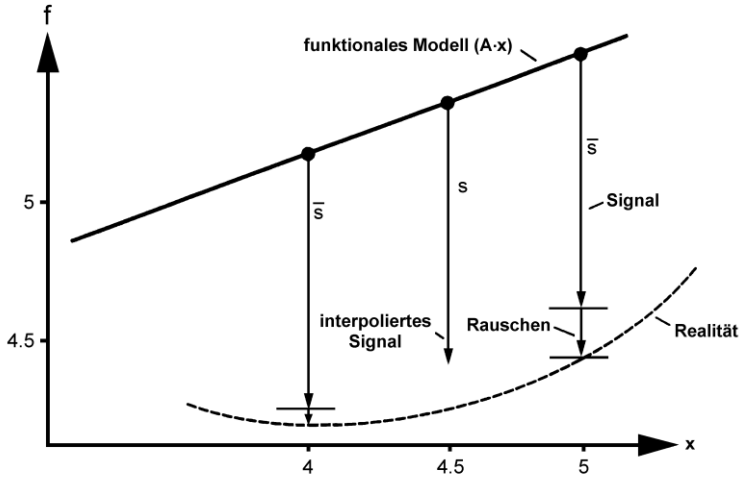


Abb. 24: Prinzip des allgemeinen Modells bestehend aus der Einpassung eines funktionalen Modells und der Filterung der Beobachtungen

Ausgehend von den Passpunkten versucht man, ein funktionales Modell (z.B. ein lineares Modell) zu formulieren und einzupassen, was je nach Komplexität seine Grenzen hat. In der Abweichung (Restklaffung) zwischen diesem funktionalem Modell und der Realität bleiben ein zufälliger Anteil (das Rauschen) und ein systematisch-deterministischer Anteil (das Signal) erhalten. Die Schwierigkeit besteht darin, zwischen Rauschen und Signal eine Ausgewogenheit zu erreichen. Sobald das Signal bestimmt ist, kann es in Abhängigkeit vom Nachbarschaftskriterium auf Neupunkte übertragen (interpoliert) werden.

Schreibt man das allgemeine Modell in der Form:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{R} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \bar{\mathbf{s}} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

erkennt man das Ausgleichungsmodell nach GAUSS-HELMERT $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}^{T} \cdot \mathbf{v}^{*} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$ mit der Substitution:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{v}^{*} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \bar{\mathbf{s}} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix}$$

Das stochastische Modell wird aus einer Kovarianzmatrix gebildet

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}} & \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\mathbf{s}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} & \mathbf{C}_{\mathbf{ss}} \end{bmatrix}$$

wobei

$$\mathbf{C}_{\mathbf{vv}} = \mathbf{C}_{\mathbf{ll}}$$

Die Kovarianzmatrizen $\mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}$, $\mathbf{C}_{\mathbf{ss}}$ und $\mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}}$ werden mit Hilfe einer Kovarianzfunktion (Glockenkurve) gebildet:

$$c_{ij} = c_0 \cdot e^{-a^2 d_{ij}^2}$$

wobei

d_{ij} : Distanz zwischen Punkt i und Punkt j

c_0 : Kovarianz des Signals für $d_{ij} = 0$, Scheitel der Kurve

a : Einflussparameter für die Kurvenform und damit die Einflussweite der Passpunkte

Auch andere Kovarianzfunktionen, wie beispielsweise eine lineare Abnahme oder eine Potenzfunktion sind möglich. Die Wahl der Kovarianzfunktion und ihrer Parameter ist eine sehr heikle Angelegenheit. Sie sind schwierig aus den Daten zu schätzen. Insbesondere müssen die Kovarianzmatrizen positiv definit sein.

Kennt man das funktionale und das stochastische Modell, so kann man die Ausgleichungsformeln nach GAUSS-HELMERT anwenden, um die gesuchten Parameter und Werte zu erhalten:

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{l}$$ geschätzte Parameter des funktionalen Modells

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \left(\mathbf{l} - \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}\right)$$ Rauschen auf den Passpunkten

$$\bar{\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \left(\mathbf{l} - \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}\right)$$ gefiltertes Signal auf den Passpunkten

$$\mathbf{s} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \left(\mathbf{l} - \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}\right)$$ prädiziertes Signal auf den Neupunkten

wobei

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{R}^{\mathrm{T}}$$

und schliesslich als Endwert (Transformation + Interpolation)

$$\mathbf{f} = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \left(\mathbf{l} - \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}\right)$$

Besonderheit

Mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz lässt sich die Standardabweichung an **f** berechnen, somit die Genauigkeit des Resultats bestimmen, was die Methode sehr interessant macht.

$$\mathbf{C}_{\mathbf{ff}} = \mathbf{C}_{\mathbf{ss}} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}}^{\mathrm{T}} + \left(\mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{G}\right) \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{xx}} \cdot \left(\mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{G}\right)^{\mathrm{T}}$$

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ die Vorteile der Transformationen verbinden sich mit denen der Interpolationen
+ die Genauigkeit der Resultate kann beurteilt werden
- mathematisch ausserordentlich komplex

Spezialfälle

Vom allgemeinen Modell lassen sich 4 Spezialfälle ableiten:

1. Das Modell der ***vermittelnden Ausgleichung*** mit $\mathbf{R} = \mathbf{0}$ ⇔ sämtliche Informationen sollen sich im funktionalen Modell «wiederfinden»:

   $$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{v} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

   und

   $$\mathbf{f} = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}}$$

   wobei

   $$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}}$$

   Dieses Modell enthält also nur einen funktionalen Anteil.

2. Die ***klassische Kollokation*** wenn $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ und $\mathbf{M} = \mathbf{I}$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{v} + \bar{\mathbf{s}} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

und

$$\mathbf{f} = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \left(\mathbf{l} - \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} \right)$$

wobei

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} + \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}$$

Dieses Modell wird sehr häufig in der Vermessung verwendet, besonders im GNSS-Bereich, wenn beispielsweise die Höhen nicht um die Geoidundulationen korrigiert oder andere komplexe Aspekte (Projektion, Eigenschaften mit sehr lokaler Ausprägung) nicht berücksichtigt werden konnten, z.B. (Wirth, 1990):

$$\begin{bmatrix} Y \\ X \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E \\ N \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_0 \\ X_0 \\ H_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_Y \\ s_X \\ s_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_Y \\ v_X \\ v_H \end{bmatrix}$$

3. Das ***einfache Interpolationsmodell*** mit $\mathbf{R} = \mathbf{M} = \mathbf{I}$, $\mathbf{A} = \mathbf{G} = \mathbf{v} = \mathbf{0}$

$$\bar{\mathbf{s}} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

und

$$\mathbf{f} = \mathbf{s} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{l} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}^{-1} \cdot \mathbf{l}$$

wobei

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}$$

In diesem Falle bildet die Beobachtung das ganze Signal, ohne Rauschen. Dieser Fall wurde bereits im Kapitel 4.5.8 behandelt.

4. Das Interpolationsmodell nach der Methode der ***kleinsten Quadrate*** mit $\mathbf{R} = \mathbf{M} = \mathbf{I}$, $\mathbf{A} = \mathbf{G} = \mathbf{0}$

$$\mathbf{v} + \bar{\mathbf{s}} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$$

und

$$\mathbf{f} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{l}$$

wobei

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} + \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}$$

Hier gibt es kein funktionales Modell einzupassen. Die Beobachtungen bilden das ganze Signal. Ein Rauschen ist zulässig.

4.7 Schätzmethoden

Wenn man das Transformations- oder Interpolationsmodell einmal gewählt hat, sind die Parameter mit Hilfe der Passpunkte zu bestimmen, zu «schätzen».

Dazu muss die Anzahl der Passpunkte mindestens so gross wie die Anzahl der Parameter sein. Ist die Anzahl grösser (und das sollte der Regelfall sein), muss eine Ausgleichung vorgenommen werden.

In diesem Rahmen sind ebenfalls mehrere «Methoden» mit Varianten und Spezialfällen möglich:

- Maximum-Likelihood-Methode,
- Methode der kleinsten Quadrate,
- Robuste Methode,
- Regionen-Methode («divide et impera»),
- …

Wichtige Anmerkungen
Bei den Praktikern herrscht mitunter eine gewisse Verwirrung bezüglich der Methoden.
Der Gebrauch einer «robusten» Methode definiert eine **Ausgleichungsart** und nicht eine Transformations- oder Interpolationsmethode.

Die Aussage, «TRANSINT» als Methode zu benutzen, bezieht sich ausschliesslich auf ein Programmpaket. Mit diesem können verschiedene Transformationen mit oder ohne Interpolation nach gewichtetem Mittel, und zwar mit oder ohne «robuste» Ausgleichungsart berechnet werden. Dies beschreibt also nicht die effektiv ausgeführte Arbeit.

Durch die Nutzung gewisser Eigenschaften der Transformations-, Interpolations- und Ausgleichungsmethoden kann man mitunter zu einfachen, aber strengen Algorithmen gelangen. Erwähnt sei beispielsweise die Berechnung der Helmert-Parameter über das gewichtete Mittel individuell berechneter Massstabsfaktoren und Drehwinkel.

4.7.1 Maximum-Likelihood-Methode

Kennt man die Wahrscheinlichkeitsfunktion (auch Dichte genannt) der Beobachtungen, so besteht das Maximum-Likelihood-Prinzip darin, die unbekannten Parameter auf der Basis der Beobachtungen zu bestimmen, indem die folgende Funktion maximiert wird:

$$V(\theta) = \prod f_\theta(y_i)$$

wobei

θ: zu schätzender Parameter

$V(\theta)$: Likelihood-Funktion, gelegentlich auch Plausibilitätsfunktion genannt

$\prod$: Produkt

f_θ : Wahrscheinlichkeitsfunktion, Dichte

y_i : Beobachtungen

Wenn die Wahrscheinlichkeitsfunktion die Normalverteilung ist, was bei Vermessungsarbeiten quasi implizit ist, so führt die Maximum-Likelihood-Methode zur Methode der kleinsten Quadrate.

4.7.2 Methode der kleinsten Quadrate

Die wohlbekannte und in Geometerkreisen häufig eingesetzte Methode der kleinsten Quadrate ermittelt für die Parameter Werte, so dass die Summe der quadrierten Differenzen zwischen den Beobachtungen und dem Modell minimiert wird.

$$\rho(v_i) = \sum v_i^2 \text{ = Minimum}$$

wobei

$$v_i = y_i - f(x_1, x_2 ... x_u)$$

mit

v_i : Abweichungen, Restklaffungen, Verbesserungen, Residuen

y_i : Beobachtung im Punkt i

x_u : Unbekannte, Parameter des Modells

Anmerkungen

Im Allgemeinen versucht man, unbekannte Parameter zu schätzen. Man spricht in diesem Falle von der Methode der «vermittelnden Beobachtungen» oder der «parametrischen Ausgleichung». Das Prinzip der kleinsten Quadrate kann aber auch angewandt werden, wenn Gleichungen ohne Parameter die Beobachtungen verbinden. Man spricht dann von der Ausgleichung «bedingter Beobachtungen».

Ein allgemeines Modell (GAUSS-HELMERT) ermöglicht die Bearbeitung «bedingter Beobachtungen mit Parametern».

Die sequentielle Methode der kleinsten Quadrate (auch Kalman Filterung genannt) gestattet es, die Parameter nach und nach mit Eintreffen der Beobachtungen zu bestimmen, ohne die Gesamtheit der Matrizen jedes Mal neu aufstellen zu müssen. Diese Methode ist vor allem für die Bearbeitung von GNSS-Messungen geeignet. Details siehe z.B. in (Niemeier, 2008).

4.7.3 Die «robuste» Methode

Die unter anderem in den Programmen TRANSINT und LTOP eingebaute robuste Methode minimiert den Einfluss von Messungen, deren Residuen einen bestimmten Wert überschreiten (z.B. x-mal die theoretische Standardabweichung (= mittlerer Fehler a priori)).

Die zu minimierende Funktion ist folglich (Methode nach Huber):

$$\rho(v_i) = \begin{cases} 0.5 v_i^2 & \text{wenn } |v_i| < k \\ k|v_i| - 0.5k^2 & \text{wenn } |v_i| \geq k \end{cases}$$

wobei

$\rho(v_i)$: zu minimierende Funktion

v_i: Abweichungen, Restklaffungen, Verbesserungen, Residuen

k : robuster Parameter, in LTOP und TRANSINT: $k = c_{ROB} \cdot |\sigma_{v_i}|$

c_{ROB} : Konstante, beispielsweise 2.5 oder 3.5

$|\sigma_{v_i}|$: Absolutwert der Standardabweichung der i-ten Beobachtung

Der Benutzer kann die Berechnung mehr oder weniger «robust» ausführen, indem er die Parameter k oder c_{ROB} im Programmablauf beeinflusst.

Wenn k nahe bei der Standardabweichung liegt, ist die Wahrscheinlichkeit gross, dass die Mehrzahl der Messungen betroffen ist. Diese Situation kann interessant sein, wenn man einen Wert sucht, der besonders gut in der Mitte einer Menge von Messungen liegt.

Wenn k gegen unendlich strebt, so tendiert die robuste Ausgleichung zu derjenigen nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Allgemein wird c_{ROB} zwischen 2 und 4 gewählt, um Messungen zu verwerfen, die statistisch recht weit vom Mittelwert entfernt sind.

Anmerkung
Diese Methode ist sehr effizient für die Fehlersuche in den Beobachtungen sowie für ein «rasches» Erzielen korrekter Parameter. Die definitive Berechnung muss mit der «klassischen» Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate erfolgen.

Das Prinzip kann «verfeinert» werden, wenn als Grenzwert (c_{ROB}) ein für die jeweilige Beobachtung normierter Wert (w_i) betrachtet wird. Dieses Prinzip wird in LTOP eingesetzt.

4.7.4 Die Methode «divide et impera»

Bei «Teile und Herrsche» handelt es sich eher um eine organisatorische als um eine mathematische Methode. Sie kann darin bestehen, die Daten in Kategorien aufzuteilen, wenn sie verschieden behandelt werden sollen (berechnete Daten, digitalisierte Daten, Daten verschiedener Herkunft, usw.). Es kann auch darum gehen, global heterogene Daten in Teilgebiete aufzuteilen, wenn diese lokal homogene Eigenschaften aufweisen (pro Plan pro Los, pro Fixpunktnetz, usw.).

Das Bearbeitungsgebiet wird in Teilgebiete mit homogenen Eigenschaften aufgeteilt.

Jedes Teilgebiet wird dann autonom transformiert und allenfalls interpoliert.

An den Teilgebietsrändern können die erzielten Resultate aus den beiden benachbarten Gebieten voneinander abweichen.

Der Bearbeiter muss also die in beiden Teilgebieten verwendeten Passpunkte sorgfältig auswählen, besonders am Gebietsrand. Es ist denn manchmal auch unabdingbar, im Streifen entlang der Gebietsränder noch eine Mittelung oder sogar eine Interpolation auszuführen:

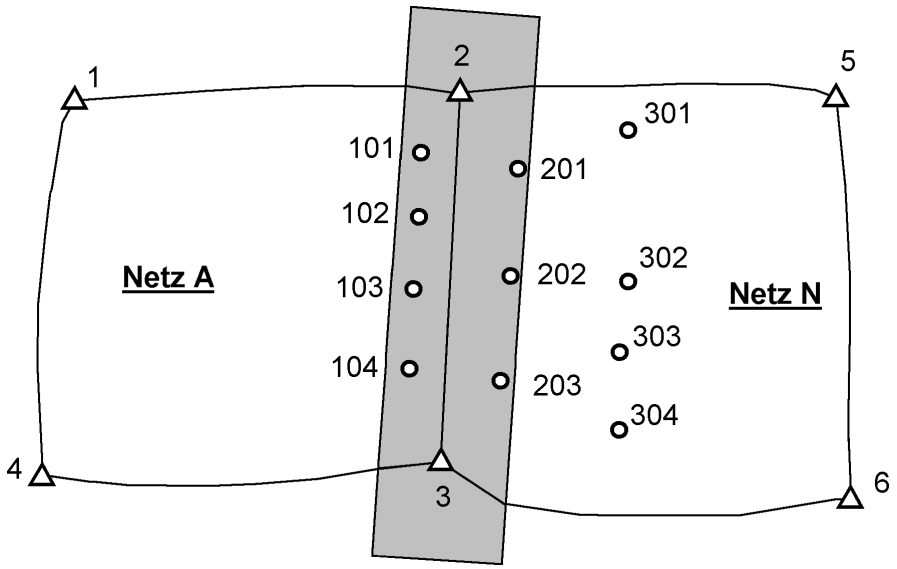


Abb. 25: Streifenweise Interpolation im Anschluss an eine netzweise unabhängige Transformation. Die Punkte 1-4, 101-104 und 201-304 sind Passpunkte.

5 Aufzählung der Systeme und Programme

5.1 Einleitung

Der Gebrauch einer Transformations- oder Interpolationsmethode hängt nicht nur von einer rein wissenschaftlichen Wahl ab: das dem zu lösenden Problem bestangepasste Modell soll leicht verfügbar sein. Das bedeutet mit anderen Worten, dass man sich für alle punktuellen Anwendungen mit marktüblichen Produkten zufrieden gibt, insbesondere jenen, die im Hause verfügbar sind. Dazu gehören zuallererst Programme, die schon in Informatiksystemen integriert sind, mit denen man die zu transformierenden Daten behandelt!

Der Kauf anderer Programme, sogar die Programmierung nicht verfügbarer Methoden an der Peripherie oder integriert im eigenen System kann nur in Betracht gezogen werden, wenn ihre Anwendungen einen gewissen Umfang annehmen und sich die Aussicht auf eine erneute Benutzung der Programme abzeichnet.

Neben einem Kauf können gewisse Programme teilweise auch im Online-Dienst über Internet ausgeführt werden. Es empfiehlt sich daher, periodisch die Webseiten der Vermessungsdienststellen (eidgenössische, kantonale) bzw. der Hersteller oder Berufsverbände zu konsultieren. Die Daten können bei solchen Programmen meist in Standardformaten (ASCII, DXF, Shapefile, INTERLIS usw.) übergeben werden.

5.2 Einige verfügbare Systeme

Die meisten GIS oder CAD Systeme enthalten mehr oder weniger anspruchsvolle und standardisierte Werkzeuge zur Koordinatentransformation. Einige Systeme sind unten aufgelistet, aber die Liste ist nicht erschöpfend. Es wird empfohlen, sich bei seinem Lieferanten zu erkundigen, um die verfügbaren Werkzeuge kennen zu lernen oder irgendwelche Ergänzungen, die separat vermarktet werden.

Software-Drittanbieter entwickeln manchmal komplementäre Lösungen oder «Plug-Ins», die kompliziertere Berechnungen erlauben oder solche, die auf einen bestimmten Tätigkeitsbereich ausgerichtet sind. Einige sind unten aufgeführt.

Einige Systeme mit Koordinatentransformationsfunktionen, die bei der amtlichen Vermessung anwendbar sind:

- **ArcGIS**
  vertrieben von **ESRI Geoinformatik AG**, http://www.esri.ch/de

  ArcGIS ist der Name einer Plattform für interoperable Produkte und Dienstleistungen. Kartografische Projektionen werden berücksichtigt, geografische und kartesische Koordinatensysteme mit ihren gegenseitigen Koordinatenkonversionen werden unterstützt, wie auch Datumswechsel in Echtzeit («on the fly»). Verschiedene Transformationsmethoden (Translation, Rotation, Ähnlichkeitstransformation, geozentrische dreidimensionale Transformationen, usw.) und Interpolationen (nach gewogenem Mittel / IDW, Natural Neighbour, regelmässiges Gitter, Polynom, usw.) werden für Vektor- oder Rasterdaten unterstützt.

- **AutoCAD**
  vertrieben von **Autodesk GmbH**, https://www.autodesk.de/

  Diese Basis CAD Software ermöglicht die Ausführung elementarer Operationen auf Raster- oder Vektordaten (Translationen, Rotationen, Skalierung). Ein kartografischer Zusatz **AutoCAD Map 3D** (früher AutoCAD **Topobase**) existiert und ist für die Verwaltung und Bearbeitung von Geo-Anwendungen bestimmt. Sie beinhaltet Module für kartografische Projektionen, Koordinatensysteme, Koordinatenkonversionen und -Transformationen (Translation, Rotation, Helmert, affin, axonometrische Projektion).
  Das **CADRaster**-Tool für AutoCAD und AutoCAD Map 3D von Tessel Systems (http://tessel.com)

bietet verschiedene Transformationsmethoden für die Kalibrierung von Rasterdaten (Helmert, affine, bilinear, bikubisch, biquadratisch).

- **FME**
  vertrieben von **Safe Software Inc.**, http://www.safe.com

  FME (Feature Manipulation Engine) ist eine Bibliothek von Dienstprogrammen für das Extrahieren, Transformieren, Exportieren und Betrachten von Geodaten aus Hunderten von geografischen, CAD-, Raster- und Datenbankformaten. Es ist ein Werkzeugkasten, der in allen Bereichen der geografischen Information verwendet wird. Neben Standard-Tools gibt es viele Module und Plug-Ins, mit denen Sie zusätzliche Datenformate verarbeiten und komplexe Datenmanipulationen durchführen können. Bis zur Reprojektion unterstützt FME die Translation, Rotation oder regelmässige Gitterinterpolation (NTv2). Ein Resampling von Rasterdaten ist ebenfalls möglich. Das kostenlose **ReframeReprojector** Plug-In des Bundesamtes für Landestopografie swisstopo erlaubt die Transformation LV03-LV95 mit FINELTRA / CHENyx06. Das kostenpflichtige Plug-In **TransintReprojector**, ebenfalls von swisstopo, ermöglicht es, vordefinierte Interpolationen in Form von regulären GeoSuite-Gittern oder FINELTRA Dreiecksvermaschungen anzuwenden.

- **GEONIS**
  vertrieben von **Geocom Informatik AG**, http://geocom.ch

  GEONIS baut auf der ArcGIS-Technologie von ESRI auf und verwendet dieselben kartografischen und Transformationswerkzeuge. Das Modul «Amtliche Vermessung» ist die für die offizielle amtliche Vermessung der Schweiz ausgelegt und enthält Funktionen für die anfängliche Feldaufnahme, die Nachführung / Mutationsbearbeitung und die provisorische Numerisierung wie auch für die abschliessende Datenlieferung in die Grundbuchapplikation. Erweiterungsmodule für Punktberechnungen und Netzausgleichung, aber auch für die Koordinatentransformation (affine Transformation mittels finiter Elemente FINELTRA) stehen ebenfalls zur Verfügung.

- **GEOS Pro**
  vertrieben von **a/m/t software service AG**, http://www.amt.ch

  Dies ist eine GIS-Lösung, die an die schweizerische amtliche Vermessung angepasst ist und auf GeoMedia Professional aufbaut. GEOS Pro besteht aus Modulen, die auch einzeln genutzt werden können: Punktberechnung, Konstruktionen, Mutationsverwaltung, Grundbuch sowie Import / Export von Daten.
  Unter den Berechnungsmöglichkeiten sind die Berechnung von Punkten mit strenger Ausgleichung, der Bezugsrahmenwechsel LV03-LV95 mittels FINELTRA und verschiedene Transformations- und Interpolationswerkzeuge.

- **GeoMedia**
  vertrieben von **Intergraph (Schweiz) AG**, http://www.intergraph.com/global/ch/

  GIS-Lösung mit Client-Server-Architektur, ermöglicht die gleichzeitige Verbindung zu vielen verschiedenen Datenquellen. Verschiedene Koordinatensysteme und zahlreiche Kartenprojektionen werden unterstützt. Mehrere Transformationen sind möglich (Ähnlichkeit, affine, Helmert, reguläres Gitter NTv2), sowohl für Vektor- als auch für Rasterdaten.

- **MapInfo Professional**
  vertrieben von **Pitney Bowes Inc.**, http://www.pitneybowes.com/ch

  Diese GIS-Software beschränkt sich vor allem auf die Bearbeitung und Visualisierung von georeferenzierten Daten, bietet aber auch einige Möglichkeiten der Umwandlung zwischen Projektionen. Das **MapInfo Vertical Mapper** Modul ermöglicht Interpolationen mit regelmässigen Gittern und erlaubt es, solche Gitter mit Methoden wie Triangulation, nach gewogenem Mittel / IDW, Nearest Neighbour usw. zu erzeugen.

- **MicroStation**
  vertrieben von **Bentley Systems Inc.**, https://www.bentley.com/de
  Diese Basis CAD-Software ermöglicht es, elementare Operationen auf Raster- oder Vektordaten auszuführen (Translationen, Rotationen, Skalierung). Die Bentley Map Applikation, baut auf MicroStation auf, bietet kartografische Funktionen und unterstützt regelmässige NTv2 Interpolationsgitter.
  Der Software Zusatz **MQ_TRANS** von GEOMAPPING GmbH (http://www.geomapping.de) ermöglicht die Einpassung von Zeichnungen und Plänen mit verschiedenen Massstäben sowie die Koordinatenänderung durch Transformation (Helmert, affine, multiquadratisch) oder durch Interpolation (nach der Transformation).

- **QGIS**
  vertrieben von der **Open Source Geospatial Foundation**, http://www.osgeo.org / http://www.qgis.org

  QGIS ist eine kostenlose Multiplattform GIS-Software, die unter der GPL (freie Software) Lizenz veröffentlicht wurde. Sie verwaltet viele Raster-, Vektor- und Datenbankformate über die Bibliothek «GDAL». Sie unterstützt auch die meisten Web Standards wie WMS oder WFS.
  QGIS bietet eine Reihe von Transformationsfunktionen (Änderung des Koordinatensystems inklusive in Echtzeit, Translation, Rotation) sowie Interpolation (nach gewogenem Mittel / IDW, Dreiecksvermaschung). Viele Anwendungen stehen für zusätzliche Schnittstellen oder Funktionalitäten zur Verfügung.
  Das «**Georeferencer**» Plug-In unterstützt z.B. die Helmert-Transformation, die Nearest Neighbour oder die Polynom-Transformation.

5.3 Verfügbare Programme

Es existieren viele Programme zur Transformation und -Interpolation gebräuchlicher Koordinaten (Wechsel der Koordinatensysteme und Projektionen) oder mehr oder weniger spezialisiert auf den Bereich der technischen Vermessung oder der amtlichen Vermessung.

Abgesehen von den Herstellern von GIS Lösungen und ihren oben genannten Partnern bieten Hersteller von Geomatikgeräten wie die Leica Geosystems AG oder Trimble Inc. eigene Berechnungswerkzeuge für Feld oder Büro an. Diese Produkte entwickeln sich sehr schnell und es wird empfohlen, sich direkt beim örtlichen Wiederverkäufer zu erkundigen, um die neueste und an die Bedürfnisse bestangepasste Lösung zu erhalten.

Andere Entwicklungsunternehmen und Dienstleister bieten Softwares oder Geodienste zur Bearbeitung von Beobachtungen oder von Koordinatentransformationen an. Es gibt kein offizielles Register der Transformationssoftwares und es wäre sehr schwierig, eine solche Liste auf dem neuesten Stand zu halten, da die Entwicklungen häufig sind. Eine Liste von Hardware- und Softwareanbietern für den Geomatikbereich ist aber auf dem Portal der Zeitschrift «Geomatik Schweiz» verfügbar: http://www.geomatik.ch/b.php?read_category=13

5.3.1 Geodätische Software von swisstopo

Das Bundesamt für Landestopografie swisstopo hat verschiedene geodätische Softwares für seine eigenen Bedürfnisse und die der Kantone entwickelt, aber auch für Unternehmen, die auf dem Gebiet der Geomatik tätig sind. Die Verordnung des VBS über die Landesvermessung (SR 510.626.1) legt fest, dass swisstopo mindestens eine geodätische Software für den Wechsel von internationalen Bezugssystemen und Bezugsrahmen zu den in der Schweiz geläufigen zur Verfügung stellen muss.

Die geodätische Software Serie von swisstopo («GeoSoftware») existiert seit langem und die Anzahl der Produkte hat stetig zugenommen. Ab 2007 wurden die Erneuerung des Angebots und die Konzentration der Produkte parallel zur Einführung des neuen Bezugsrahmens LV95 beschlossen. Aber

auch wegen des zunehmend intensiveren Einsatzes von GIS-Systemen bei der amtlichen Vermessung und der Notwendigkeit einer besseren Interoperabilität und grösseren Flexibilität, vor allem in Bezug auf den Datenfluss.

Der Name «GeoSuite» bezeichnet das Produkt, das fast alle vorhandenen swisstopo Programme ersetzen soll. Ein fortschrittlicher Dateieditor ermöglicht die intelligente und automatisierte Dateneingabe und -Bearbeitung. Die integrierte Projektverwaltung erlaubt es, die Koordinaten- und Messdateien sowie die Berechnungsparameter, Ergebnisse und Protokolle zu organisieren. (Emery et al., 2013)

INTERLIS und diverse CAD- und GIS-Formate werden unterstützt, die Definition der Parameter ist klarer, die Berechnungen sind leistungsfähig und die Ergebnisse sind klar dokumentiert. Die Suche und Korrektur von Fehlern ist auch schneller und einfacher.

Der GeoSuite Editor kann kostenlos heruntergeladen werden (http://www.swisstopo.ch/geosuite). Die Berechnungsmodule sind kostenpflichtig.

Berechnungsmodule von GeoSuite:

- **LTOP**

  Präanalyse und Ausgleichung geodätischer Netze. LTOP für GeoSuite bietet viele Berechnungsmöglichkeiten und Indikatoren zur Optimierung der Ausgleichung und zur Detektion von Fehlern oder Ungenauigkeiten. Die Beobachtungen können entweder vermittelnd (nach der Methode der kleinsten Quadrate) oder robust ausgeglichen werden.
  Beobachtungswerte von Richtungen, Azimuten, Distanzen, Koordinaten, Koordinatendifferenzen, GNSS-Koordinatenreihen, Vertikalwinkel- und Höhenunterschiede können ausgeglichen werden. Lage und Höhe werden getrennt behandelt.
  Die affine Erweiterung ist integriert, die ursprünglich für die Transformation von Katasterplankoordinaten im Kanton Waadt entwickelt wurde. Die affinen Transformationsparameter der einzelnen Pläne werden nach dem mathematischen Modell von TRANSINT bestimmt.
  Das grafische Darstellungsmodul PLANETZ ist in LTOP für GeoSuite integriert.

- **REFRAME**

  Bezugsrahmenwechsel in Lage und/oder Höhe, für die Landesvermessungs- oder amtlichen Vermessungsarbeiten mit höchsten Präzisionsanforderungen. (Ray, Marti, 2009)
  REFRAME für GeoSuite ermöglicht es, alle in der Schweiz sinnvollen Lage- oder Höhentransformationen durchzuführen oder sich mit globalen Systemen zu verknüpfen.
  REFRAME kombiniert die Funktionalitäten der alten Werkzeuge FINELTRA, CHGeo2004, HTRANS und GPSREF (Bezugsrahmen LV03, LV95, ETRS89 / WGS84, LN02, LHN95 und ellipsoidische Höhen).
  Der Benutzer kann eine interaktive Koordinatentransformation durchführen (manuelle Eingabe) oder er kann schnell Koordinatendateien, CAD-Zeichnungen, GIS-Daten oder INTERLIS-Dateien verarbeiten.
  Die Transformation zwischen LV03 und LV95 kann somit mit dem **FINELTRA** Algorithmus (CHENyx06 Datensatz) durchgeführt werden.
  REFRAME steht auch als «API» Programmierschnittstelle oder als Transformations- und Rechendienst für Dateitransformationen zur Verfügung (http://www.swisstopo.ch/online).

- **TRANSINT**

  Ebene Transformation und Interpolation von Punkten, die den Vergleich von geodätischen Netzen oder die Einpassung in bestehende Fixpunkte ermöglichen.
  TRANSINT für GeoSuite bietet mehrere Transformations- und Interpolationsmethoden mit manuell oder automatisch definierten Parametern: Translation, Rotation, Helmert, affine Transforma-

tion, «TRANSINT» Interpolation unter Berücksichtigung der Korrelation zwischen den Passpunkten, Interpolation mittels Modified Shepard (empfohlen für Tests und Optimierungen), Erzeugung und Verwendung von regelmässigen Gittern und Verwendung von massgeschneiderten Dreiecksvermaschungen (**FINELTRA**-Methode).
Diese Vielfalt an Möglichkeiten, verbunden mit dem Dateivergleich (Berechnung von Differenzen / Deformationsvektoren), macht aus TRANSINT ein Werkzeug, das an lokale Einpassungen in der amtlichen Vermessung oder an technischen Vermessungsaufgaben (Vergleich oder Einpassung von Netzen) angepasst ist.
Wie bei REFRAME ist es möglich, nicht nur Koordinatendateien, sondern auch CAD-Zeichnungen, GIS-Daten oder INTERLIS-Dateien zu transformieren. Die Funktionalität des alten TransILI-Programms ist somit in TRANSINT für GeoSuite integriert.

6 Fallweise unterschiedliche Bearbeitung

Wir verfügen in der Schweiz über grosse Mengen an Katasterdaten in verschiedensten Formen und Qualitäten (grafische Daten vom Anfang des 20. Jahrhunderts, halbgrafische oder digitale Daten jüngeren Datums). Dieses Gemisch heterogener Daten ist für die Nutzer schwer verwertbar, da sie vor allem an kohärenten digitalen Katasterdaten interessiert sind, die sich für eine rechnergestützte Verwaltung grosser Flächen (ganze Gemeinden, Grundlagen für LIS usw.) eignen. Sind diese Daten sehr umfangreich, dann geht es oft schneller und ist vorteilhafter, die bestehenden (grafischen und halbgrafischen) Dokumente zu digitalisieren und die so entstandenen digitalen Daten in das gültige Referenzsystem zu transformieren/interpolieren, als alles neu zu vermessen. Gleichwohl lassen sich zahlreiche Fälle unterscheiden und die anzuwendenden Verfahren je nach Basisdaten und gewünschter Qualität der Ergebnisse variieren.

Verschieden mögliche Verarbeitung – je nach Fall und verfügbaren Programmen – wird hier mit den entsprechenden Organigrammen hinsichtlich der erforderlichen technischen und wirtschaftlichen Entscheidungen vorgestellt.

6.1 Allgemeines

6.1.1 Lösungsansätze

Vier grundsätzliche **Lösungsansätze** lassen sich für die Probleme bei der Einpassung von Daten in einen neuen Bezugsrahmen und bei der Verarbeitung bestehender digitaler Daten in Betracht ziehen. Ausschlaggebend für die Wahl der Methode sind die Eigenschaften der verfügbaren Daten, ihre Qualität und ihre Menge:

1. Daten in geringer Zahl, von hoher Qualität, mit genauem Zweck: **Berechnung im neuen Bezugsrahmen durch strenge Ausgleichung mit Hilfe bestehender Messungen**
2. Daten in geringer Zahl mit einigen Mängeln: **Ergänzungsmessungen und Berechnung im neuen Bezugsrahmen durch strenge Ausgleichung mit Hilfe bestehender und neuer Messungen**
3. Daten in grosser Zahl und von mittlerer bis geringer Qualität ⇨ zwei mögliche Lösungen:
   - Bei bekanntem Zusammenhang zwischen beiden Bezugsrahmen: **Anwendung des für die Transformation zwischen diesen beiden Bezugsrahmen spezifischen Algorithmus** oder
   - **globale Transformationen und Interpolationen des alten in den neuen Bezugsrahmen auf der Grundlage von Passpunkten.**
4. Offenkundig unzureichende Daten: **vollständige Neubestimmung im neuen Bezugsrahmen**

6.1.2 Qualität «a priori» der Passpunkte

Bevor man entscheidet, welche Art der Transformation in einem Fall anzuwenden ist, muss der verfügbare Datenbestand erfasst und seine Qualität a priori beurteilt werden.

Die «SOLL»-Daten sind die im neuen (auch mit dem Gattungsbegriff «GLOBALES» System bezeichneten) Bezugssystem bekannten Daten.

Die «IST»-Daten hingegen sind die im alten (als «LOKALES» System bezeichneten) Bezugssystem bekannten Daten.

Die Transformation/Interpolation überführt die alten Daten aus dem «LOKALEN» System in das «GLOBALE» System.

Das GLOBALE System wird in den kommenden Jahren in der Schweiz oft aus LV95 Koordinaten bestehen, das LOKALE System aus LV03 Koordinaten oder aus einem besonderen lokalen System.

Die **relative Unsicherheit** ist die Genauigkeit zwischen zwei benachbarten Punkten, mit einer Nachbarschaftsbeziehung (kilometrisch).

Die **absolute Unsicherheit** ist die globale Genauigkeit, mit der über das gesamte Territorium gerechnet werden kann (bezüglich LV95 zum Beispiel).

Die Daten, die zur Bestimmung der Transformations-/Interpolationsparameter dienen, unterscheiden sich im Allgemeinen qualitativ von den zu transformierenden Daten. In der Regel sind Passpunkte von gleicher oder besserer absoluter Qualität als die zu transformierenden Punkte (TSP1, die beispielsweise der Transformation von Grenzpunkten (GP) dienen).

Tabelle der Lageunsicherheiten des «GLOBALEN» Systems: «LV95»

Art der SOLL-Daten	Bestimmungsmethode	relative Unsicherheit	absolute Unsicherheit
LV95 Punkt	GNSS (statisch)	< 1 cm	< 1 cm
TSP1	GNSS (rapid static)	1 cm	1 bis 2 cm
TSP2, LFP2	GNSS RTK + moderne Vermessung	1 bis 2 cm	2 bis 5 cm
LFP3 AV93, KP	GNSS RTK + moderne Vermessung	1 bis 10 cm	3 bis 10 cm
GP AV93	GNSS RTK + moderne Vermessung	1 bis 35 cm	5 bis 35 cm
LFP1 interpoliert	ausgezeichnete klassische Triangulation	3 cm	5 cm
LFP2 interpoliert	klassische Triangulation	3 bis 10 cm	3 bis 10 cm
LFP3 AV93 interpoliert	klassische Polygonierung	5 bis 10 cm	5 bis 30 cm
GP AV93 interpoliert	klassische Detailaufnahme	5 bis 50 cm	5 bis 50 cm

Tabelle der Lageunsicherheiten des «LOKALEN» Systems: «LV03»

Arten der IST-Daten	Bestimmungsmethoden	relative Unsicherheit*	absolute Unsicherheit*
Triangulation 1. - 3. Ordnung	klassische Triangulation	3 bis 5 cm	10 bis15 cm
Triangulation 4. Ordnung	klassische Triangulation	3 bis 10 cm	10 bis 20 cm
LFP3 AV93	GNSS + moderne Vermessung	1 bis 10 cm	15 bis 20 cm
GP AV93	moderne Vermessung	3 bis 35 cm	15 bis 35 cm
PP klassisch, halbgrafisch	klassische Polygonierung	3 bis 5 cm	20 bis 30 cm
GP halbgrafisch	klassische Polaraufnahme	10 cm	20 bis 50 cm
GP grafisch	Orthogonalaufnahme 1:500 / 1:5000	10 bis 100 cm	50 bis >100 cm
PP Bussole	Bussolenvermessung	5 bis 20 cm	50 bis >100 cm
GP grafisch	Messtischaufnahme 1:500 / 1:5000	20 bis 200 cm	100 bis >200 cm

* ausser Sonderfälle (Ausreisser)

Relative Unsicherheit der transformierten Daten:

- Die relative Unsicherheit der transformierten/interpolierten Daten wird der relativen Unsicherheit dieser Daten im «LOKALEN» System vor der Transformation sehr nahe sein.

Absolute Unsicherheit der transformierten Daten:

- Ist die relative Unsicherheit der «LOKALEN» Daten kleiner (d.h. besser) oder gleich wie die absolute Unsicherheit der «GLOBALEN» Daten, so wird die absolute Unsicherheit der transformierten/interpolierten Daten mit der absoluten Unsicherheit der «GLOBALEN» Stützpunktdaten identisch sein (Beispiel «LOKAL»: GP jüngeren Datums mit relativer Unsicherheit = 3 cm, «GLOBAL»: TSP2 mit absoluter Unsicherheit = 5 cm. Daraus folgt eine absolute Unsicherheit eines jüngeren transformierten/interpolierten Grenzpunktes von mindestens 5 cm sogar ~ 6 cm wenn man die Regeln der Fehlerfortpflanzung anwendet).

- Ist die relative Unsicherheit der «LOKALEN» Daten grösser (d.h. weniger gut) als die absolute Unsicherheit der «GLOBALEN» Stützpunktdaten, so wird die absolute Unsicherheit der transformierten/interpolierten Daten mit der relativen Unsicherheit der «LOKALEN» Daten identisch sein (Beispiel «LOKAL»: GP halbgrafisch mit relativer Unsicherheit = 10 cm, «GLOBAL»: TSP2 mit absoluter Unsicherheit = 5 cm, daraus folgt eine absolute Unsicherheit eines transformierten/interpolierten halbgrafischen GP von mindestens 10 cm, sogar ~ 11 cm wenn man die Regeln der Fehlerfortpflanzung anwendet).

Grundsatz: Aus alt lässt sich nicht ohne weiteres neu machen!

Besonders kann der offizielle Übergang in LV95 die relativen Unsicherheiten der alten Daten kaum verbessern; diese benötigen lokale Erneuerungen.

Repräsentativer Charakter der Passpunkte

Die Lage und die Art der Versicherung der zur Einpassung in den Transformationen verwendeten Festpunkte sind im Hinblick auf ihren repräsentativen Charakter von Bedeutung.

Kirchtürme und Masten
Sie weisen häufig eine gewisse Schiefe auf infolge:
- der Instabilität der Konstruktion,
- der vorherrschenden Windverhältnisse,
- Renovationen.

Man wird ihnen also in der Regel die Bodenpunkte (herabgelegte Punkte) vorziehen.

Punkte in geneigtem Gelände
Diese Punkte neigen zum «Abrutschen». Die festgestellten Verschiebungen müssen bezüglich ihres repräsentativen Charakters analysiert werden. «Rutschen» die benachbarten Punkte ebenfalls, so verlegt man sämtliche Punkte an einen anderen Ort und stellt darüber hinaus sicher, dass sie «nicht rutschende» Bereiche nicht beeinflussen.

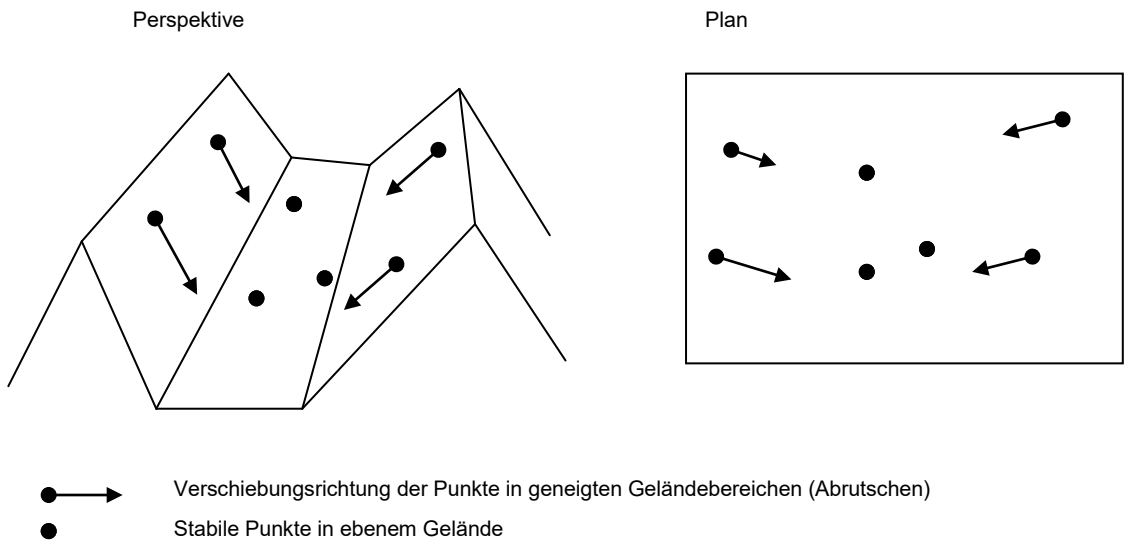
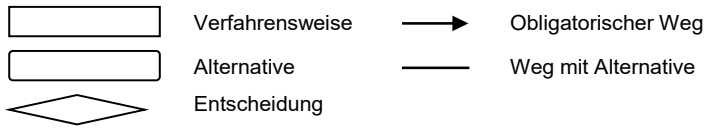


Abb. 26: Bewegung von Punkten in geneigtem Gelände

6.1.3 Allgemeines Entscheidungsschema

Im **untenstehenden allgemeinen Entscheidungsschema** sind die allgemeinen Auswahlkriterien bezüglich der Methoden und der Strategie für die Transformation und Interpolation angegeben.

Legende:



Kommentare zum Entscheidungsschema (auf der nächsten Seite**)**:

(1) Theoretische Formel (bekannter Algorithmus)

Der in der Schweiz häufigste Fall ist der Übergang von WGS84 nach LV95 und der historische Übergang von der Bonne'schen zur Zylinderprojektion.

(2) Einpassungselemente

Die **Einpassungselemente** sind Punkte, die in beiden Koordinatensystemen bekannt sind und zur Berechnung der Transformationsparameter dienen. Das Problem der **Einpassungselemente** muss folglich als erstes gelöst werden.

(3) Kontrollpunkte

Kontrollpunkte sind Punkte, die in beiden Systemen bekannt sind, jedoch nicht in erster Linie zur Berechnung der Einpassung dienen müssen. Der Vergleich zwischen ihren direkt im globalen System aufgenommenen und berechneten Koordinaten einerseits und den vom lokalen in das globale System transformierten Koordinaten andererseits ermöglicht es, die Qualität der Transformation zu beurteilen.

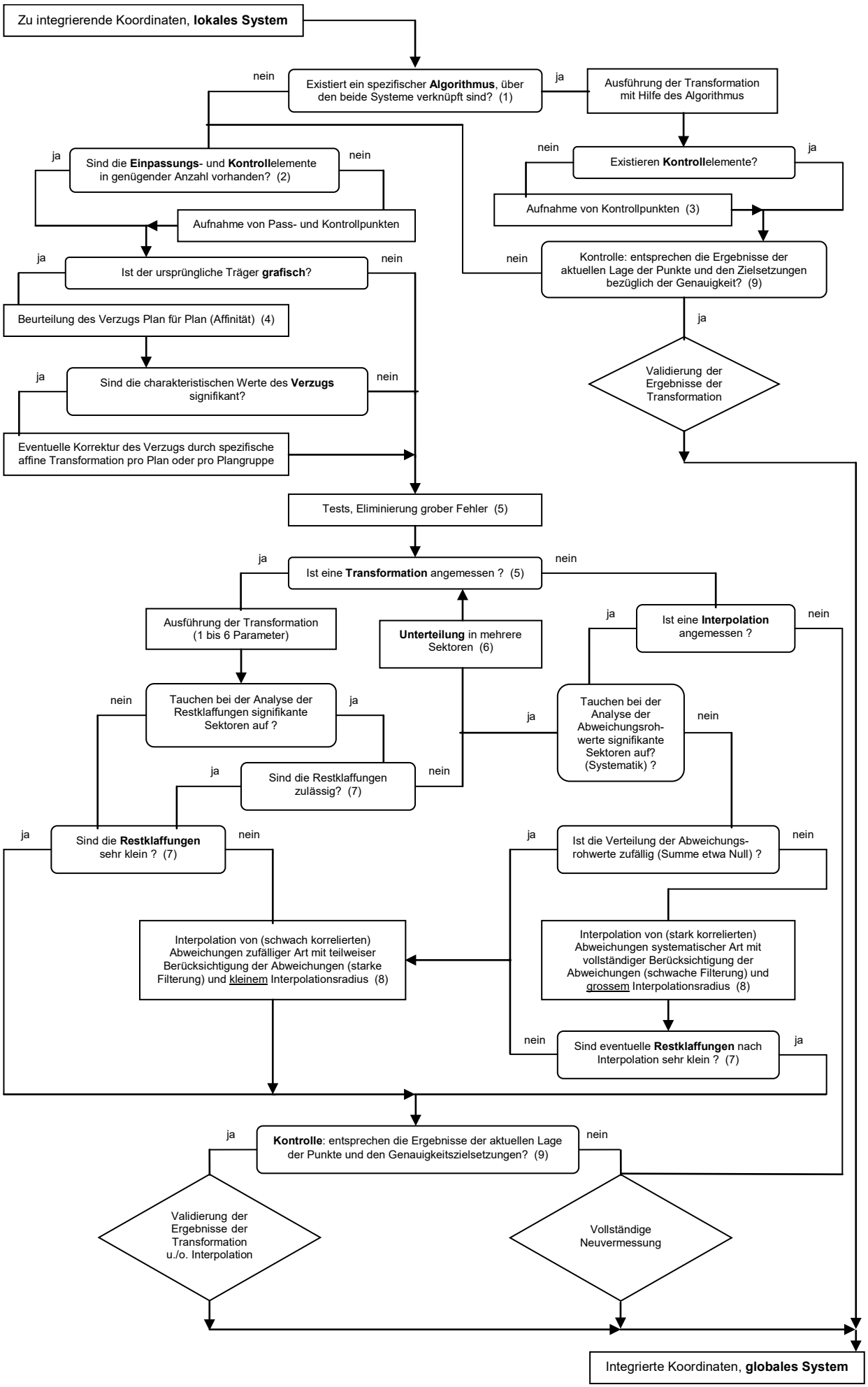
(2) und (3)

Sollte die Aufnahme von Pass- oder Kontrollpunkten erforderlich sein, so ist diese schnellstmöglich vorzunehmen, um den Ablauf der nachfolgenden Arbeiten nicht zu verzögern. Zu Beginn einer Transformation und Interpolation müssen also folgende Dinge geklärt sein:

- Beschaffenheit, Menge und Qualität der verfügbaren bestehenden **Einpassungen**,
- Menge und Verteilung der zu bestimmenden zusätzlichen Einpassungen,
- bestehende **Kontroll**elemente, die eine Einstufung der Ergebnisse ermöglichen,
- weitere zu bestimmende Kontrollelemente.

(4) Ermittlung des Verzugs

Es ist möglich, dass die Elemente (Koordinatennetz, Einpassung), aus denen der Verzug ermittelt wird, zu schwach sind und Ergebnisse liefern, die mit einer hohen Unsicherheit oder Streuung behaftet sind. In diesem Fall ist auf eine affine Transformation zu verzichten.


Zu integrierende Koordinaten, **lokales System**
Existiert ein spezifischer **Algorithmus**, über den beide Systeme verknüpft sind? (1)
nein
ja
Ausführung der Transformation mit Hilfe des Algorithmus
Sind die **Einpassungs**- und **Kontroll**elemente in genügender Anzahl vorhanden? (2)
ja
nein
Aufnahme von Pass- und Kontrollpunkten
Existieren **Kontroll**elemente?
nein
ja
Aufnahme von Kontrollpunkten (3)
Ist der ursprüngliche Träger **grafisch**?
ja
nein
Kontrolle: entsprechen die Ergebnisse der aktuellen Lage der Punkte und den Zielsetzungen bezüglich der Genauigkeit? (9)
nein
Beurteilung des Verzugs Plan für Plan (Affinität) (4)
ja
Validierung der Ergebnisse der Transformation
Sind die charakteristischen Werte des **Verzugs** signifikant?
ja
nein
Eventuelle Korrektur des Verzugs durch spezifische affine Transformation pro Plan oder pro Plangruppe
Tests, Eliminierung grober Fehler (5)
Ist eine **Transformation** angemessen ? (5)
ja
nein
Ausführung der Transformation (1 bis 6 Parameter)
Unterteilung in mehrere Sektoren (6)
Ist eine **Interpolation** angemessen ?
ja
nein
Tauchen bei der Analyse der Restklaffungen signifikante Sektoren auf ?
nein
ja
Tauchen bei der Analyse der Abweichungsroh-werte signifikante Sektoren auf? (Systematik) ?
ja
nein
Sind die Restklaffungen zulässig? (7)
ja
nein
Sind die **Restklaffungen** sehr klein ? (7)
ja
nein
Ist die Verteilung der Abweichungs-rohwerte zufällig (Summe etwa Null) ?
ja
nein
Interpolation von (schwach korrelierten) Abweichungen zufälliger Art mit teilweiser Berücksichtigung der Abweichungen (starke Filterung) und kleinem Interpolationsradius (8)
Interpolation von (stark korrelierten) Abweichungen systematischer Art mit vollständiger Berücksichtigung der Abweichungen (schwache Filterung) und grossem Interpolationsradius (8)
Sind eventuelle **Restklaffungen** nach Interpolation sehr klein ? (7)
nein
ja
Kontrolle: entsprechen die Ergebnisse der aktuellen Lage der Punkte und den Genauigkeitszielsetzungen? (9)
ja
nein
Validierung der Ergebnisse der Transformation u./o. Interpolation
Vollständige Neuvermessung
Integrierte Koordinaten, **globales System**

(5) Angemessene Transformation

Durch die Analyse der ursprünglichen Abweichungsrohwerte lässt sich mittels **sukzessiver Versuche** nach Beseitigung der groben Fehler feststellen, ob es Elemente vom Typ Translation, Rotation oder Massstab gibt. In diesem Fall müssen die klassischen Transformationsmodelle mittels Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate angewandt werden, um vor einer eventuellen Interpolation die Restklaffungen zu minimieren.

Achtung: Eine angemessene Transformation muss den tatsächlichen Geländeverhältnissen Rechnung tragen. Ein atypischer Restfehlervektor muss nicht immer eliminiert werden. Es ist möglich, dass er einen örtlich vorhanden Zustand zuverlässig wiedergibt. Man meint, die Ergebnisse der Transformation zu verbessern, indem man diese Art von Punkten löscht, denn die Standardabweichungen (mittlere Fehler) nehmen ab. Gleichwohl riskiert man damit, dass das Endergebnis die Wirklichkeit nicht mehr wahrheitsgetreu repräsentiert. In jedem Fall ermöglicht die Interpolation, die lokale Tendenz in der Umgebung des Punkts widerzuspiegeln.

(6) Unterteilung in mehrere Sektoren

Im Falle der Unterteilung in Sektoren sind die verschiedenen Phasen für jeden Sektor getrennt zu wiederholen, wobei darauf zu achten ist, dass der globale Charakter der Operation nicht aus den Augen verloren geht, indem zu viele Unterteilungen vorgenommen werden. Anschliessend sind die Kohärenzprobleme an den Rändern der Sektoren zu lösen.

(7) Zulässige Abweichungen, sehr geringe Abweichungen

Nach der Transformation kann es sein, dass die Restklaffungen deutlich unter den Genauigkeitsanforderungen liegen. In diesem Fall können die Ergebnisse ohne Interpolation für gültig erklärt werden (Interpolationen von einigen Millimetern an Daten, die auf einen halben Meter genau bekannt sind, sollten vermieden werden). Man wird auch eine jede Interpolation vermeiden, bei der die Verbesserung der Lagequalität schwach bleibt verglichen mit der Zerstörung von geometrischen und topologischen Qualitäten (Linientreue, Rechtwinkligkeit, Kreis- und Vierecks-, Flächenvorgaben, usw.) als Folge einer Interpolation.

Nach der Interpolation: nach bestimmten Interpolationsarten können Restklaffungen an Passpunkten auftreten. In diesem Fall, und wenn die Restklaffungen signifikant sind (d.h. die Grössenordnung der Genauigkeitsanforderungen haben oder sogar darüber liegen), kann sich eine zweite Interpolation als notwendig erweisen, um somit eine lokale Glättung zu ermöglichen. Sind die Restklaffungen jedoch sehr klein und stellen sie kaum eine klare Verbesserung im Vergleich zum vorherigen Zustand dar, ist eine zweite Interpolation unsinnig.

(8) Interpolation von Abweichungen und Filterung

Restklaffungen zufälliger Art sind schwach korrelierte Abweichungen (sie weisen zufällig in alle Richtungen). In diesem Fall muss die Interpolation auf die unmittelbare Nähe der Passpunkte beschränkt bleiben und es ist ein kleiner Interpolationsradius zu wählen.

Abweichungen systematischer Art sind stark korreliert (von ähnlicher Grösse und Richtung). Der Interpolationsvektor an einem zu interpolierenden Punkt muss dieselbe Grössenordnung haben wie an den umgebenden Passpunkten. Folglich ist ein grosser Interpolationsradius zu wählen.

Bei stark korrelierten Abweichungen weist man zur Berechnung des interpolierten Wertes an einem Zwischenpunkt einer möglichst grossen Anzahl von Restklaffungen (selbst weit entfernten) ein gleichwertiges Gewicht zu. Hingegen gewichtet man bei schwach korrelierten Restklaffungen die am nächsten gelegenen Vektoren stärker.

Unter **Filterung** versteht man eine Methode, bei der die festgestellten Abweichungen nur teilweise berücksichtigt werden, also bei von Null verschiedenen Restklaffungen an den Passpunkten. Eine Filterung ist dann angemessen, wenn Abweichungen infolge der die Daten kennzeichnenden Unsicherheit mit einem «Rauschen» behaftet sind.

(9) Überprüfung der Ergebnisse auf ihre Richtigkeit

Für die Kontrollpunkte vergleicht man die direkt im globalen System aufgenommenen und berechneten Koordinaten mit den transformierten (und/oder interpolierten) Koordinaten. Diese Vektoren ergeben ein ordentliches Bild der Qualität, die der Operateur bei künftigen Nachführungen auf dem Feld vorfinden wird.

Nach Benutzung eines spezifischen Algorithmus: wenn diese Kontrollen im Falle der Anwendung der theoretischen Formel zeigen, dass die Ergebnisse im Vergleich zur erhofften Qualität unbefriedigend sind, ist eine Transformation mit Passpunkten vorzunehmen.

Nach Transformation/Interpolation: sind die Ergebnisse im Rahmen einer Transformation und/oder Interpolation mit Einpassung unbefriedigend, so wird eine vollständige Neuaufnahme erforderlich.

6.2 Analysemethoden und Werkzeuge

6.2.1 Komponenten der Abweichungen

Innerhalb der Transformationsprozesse nimmt die Analyse der Abweichungen eine herausragende Stellung ein und kommt in diesem Prozess mehrmals zum Tragen.

Im Allgemeinen lassen sich Abweichungen in 4 Teile zerlegen, nämlich in

- eine mittlere systematische Komponente,
- eine Vergrösserung (Variation) je nach Lage des Punkts,
- einen Zufallsanteil infolge der Unsicherheit, mit der die Daten behaftet sind,
- grobe Fehler infolge von Fehlern.

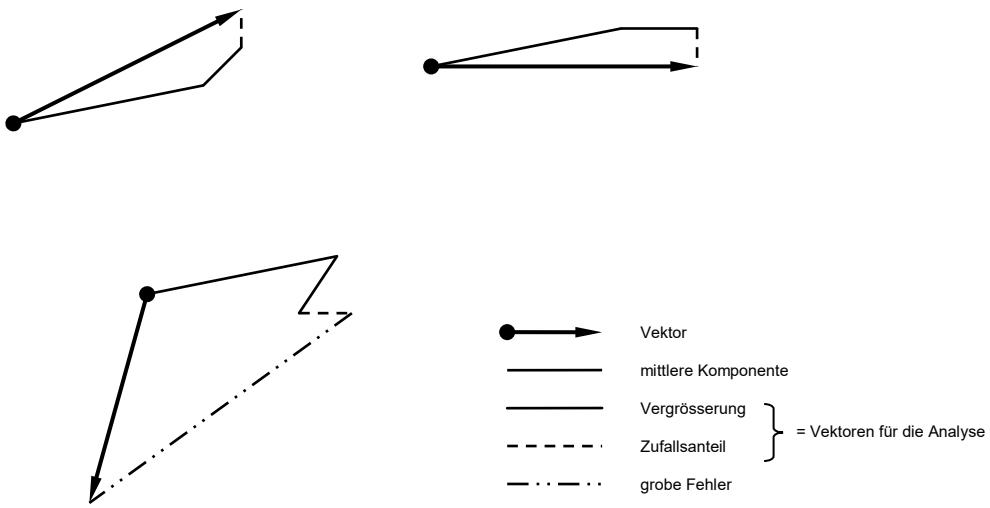


Abb. 27: Komponenten der Abweichungen

6.2.2 Analyse der ursprünglichen Abweichungen

Eine Analyse der ursprünglichen Abweichungsrohwerte ohne jeden Eingriff ermöglicht es, die Art der Abweichungen (systematisch oder zufällig, siehe Kommentare zum Allgemeinen Entscheidungsschema, Kapitel 6.1.3) und ihre geografische Verteilung (globale und lokale Tendenzen) herauszustellen und damit den nachfolgenden Eingriff (Transformation und/oder Interpolation) «vorzubereiten». Stellenweise werden die Vergrösserungen und die Zufallsanteile durch die systematische Komponente beseitigt, wenn diese deutlich grösser ist.

Systematische Komponenten (stark korreliert)

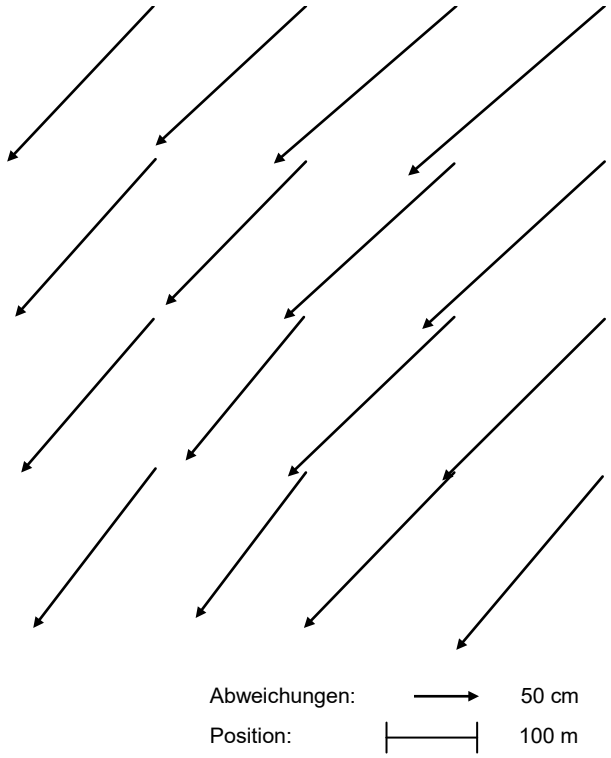


Abb. 28: Abweichungen mit hohem systematischem Anteil

Zufallskomponenten (schwach korreliert)

Es ist wichtig, den systematischen Anteil der Abweichung zu «eliminieren» (funktionales Modell: Translation, …), bevor die lokalen Restklaffungen analysiert werden, die noch interpolierbare Werte, d.h. (lokale) systematische Eigenschaften einer bestimmten Grösse aufweisen.

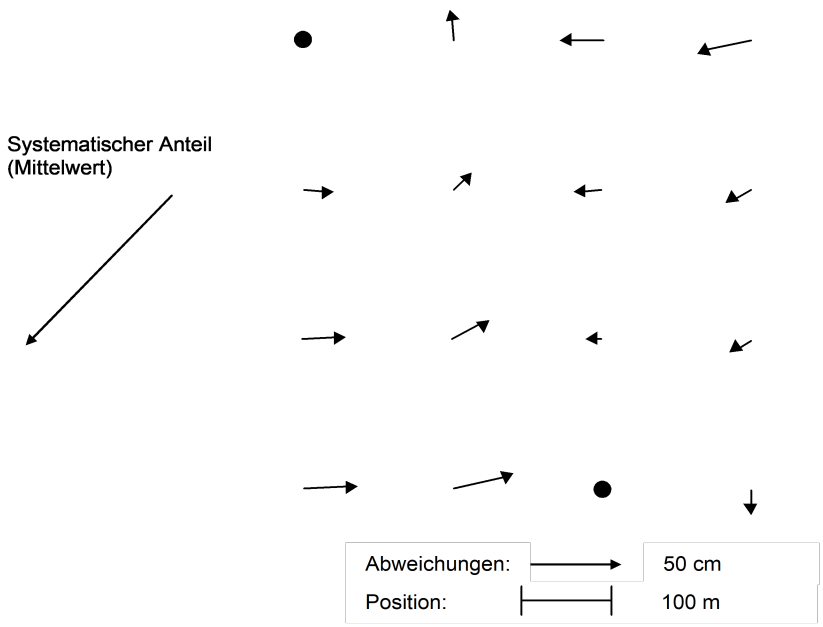


Abb. 29: Zufallsanteil nach Eliminierung des systematischen Anteils

Nach einer Helmert- oder einer affinen Transformation ist die Summe der Restklaffungen gleich Null. Signifikante lokale Tendenzen können jedoch fortbestehen. Eine Interpolation kann folglich sinnvoll sein.

Hingegen sollen eventuelle zufällige Restanteile, beispielsweise nach Transformation und Interpolation der lokalen Tendenzen in der Regel nicht mehr geglättet werden. Sie entsprechen der Unsicherheit der eingepassten Daten. In den beiden Tabellen im Kapitel 6.1.2 sind die Standardwerte für die schweizerische Vermessung angegeben.

Verteilung der Abweichungen

Aus der Verteilung und der Art der Abweichungen an den Passpunkten kann die Grösse des Einflussbereichs bestimmt und damit der Interpolationsradius festgelegt werden. Dieser Radius ist so zu wählen, dass «Bruchstellen» in der Interpolation zugunsten der «Glättung» vermieden werden. Eine **Bruchstelle** ist eine plötzliche Veränderung des Interpolationsvektors, wohingegen eine **Glättung** eine allmähliche Veränderung des Interpolationsvektors an aufeinander folgenden Punkten ist.

Im Falle homogener Vektoren können durch eine korrekte Glättung die zu interpolierenden Werte ohne Abschwächung übermittelt werden. Bei einer Mischung inhomogener Abweichungen müssen zwangsläufig kleine Einflussbereiche zur Anwendung kommen, d.h. es wird lokal um die Passpunkte herum interpoliert. Man muss in der Tat vermeiden, dass es durch unangemessene Interpolationen zu Bruchstellen kommt.

Eine Gruppe homogener Abweichungen erlaubt es hingegen, grössere Interpolationsbereiche in Betracht zu ziehen. Der Glättungseffekt ist dann maximal.

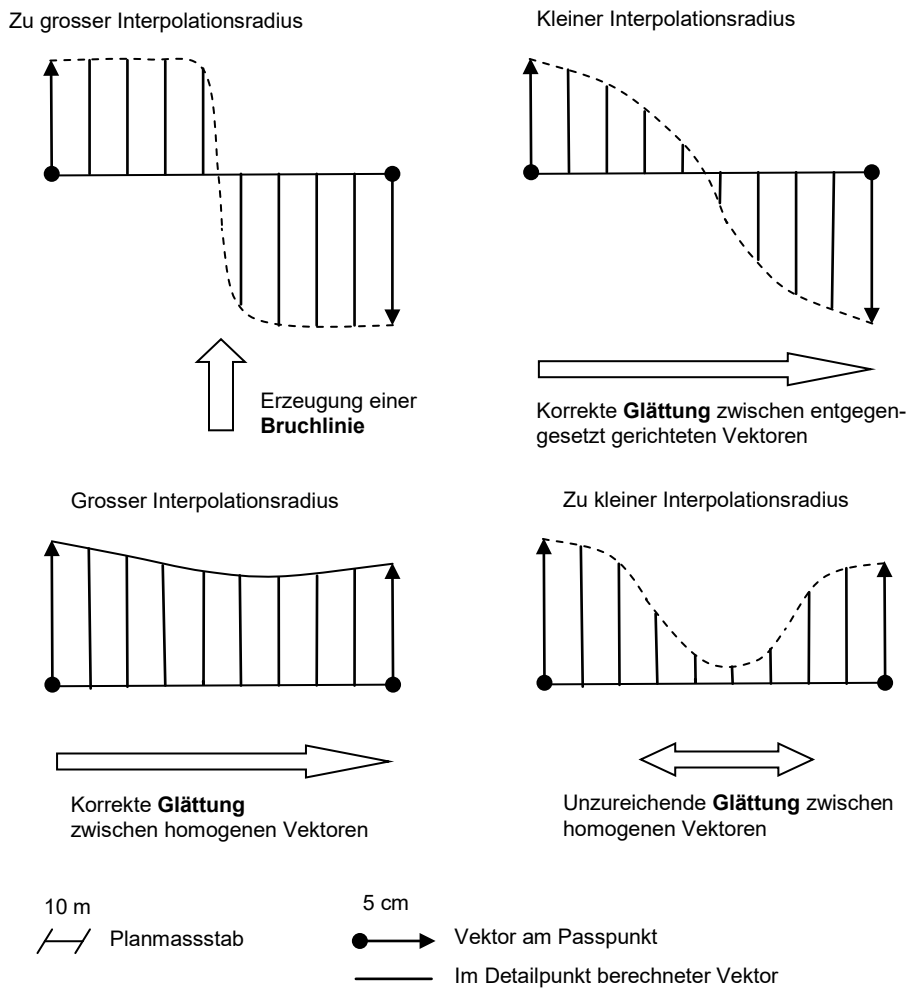


Abb. 30: Bruchstellen und Glättung

6.2.3 Darstellung der Abweichungen

Bei der Analyse der Abweichungen muss der Bearbeiter in jedem Fall sämtliche zur Verfügung stehenden Mittel nutzen. Hierzu gehören u.a.:

- Koordinaten- und Abweichungs**listen**, in denen sich atypische Werte, wie z.B. gegensätzliche Vorzeichen, stark vom Mittelwert differierende Werte usw. aufdecken lassen.
- Die **grafische Darstellung** der Vektoren auf einem Plan, in dem sich die geografische Verteilung der Tendenzen erkennen lässt. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Darstellungsmassstäbe stets bekannt sind.
- Diverse statistische Kennziffern (Summe der Absolutwerte, Dilatation, Scherung, usw.).

Lagemassstab
Übliche Werte: von 1:500 bis 1:25'000 je nach Ausdehnung des betrachteten Sektors

Massstab der Vektoren
Übliche Werte: von 2:1 bis 1:20 je nach Grösse der Abweichungen

Kleine Kartenmassstäbe erlauben einen guten Überblick und sind für die Bestimmung der globalen Parameter sinnvoll.

Grosse Kartenmassstäbe ermöglichen die Detailarbeit zur Eliminierung der nicht benötigten Passpunkte.

Anmerkungen

Man sollte darauf achten, sich nicht durch eine Darstellung der Lagesituation oder der Vektoren mit zu kleinem Massstab täuschen zu lassen. Zwei entgegengesetzt gerichtete Abweichungen können nämlich durchaus zulässig sein, sofern sie mehrere Kilometer voneinander entfernt sind. Eine Darstellung mit zu kleinem Lagemassstab wird den Eindruck vermitteln, dass sie nahe beieinander liegen und inkohärent sind. Hingegen können Vektoren selbst dann als nicht signifikant erscheinen, wenn sie mehrere ‘zig Zentimeter messen und offenkundig entgegengesetzt gerichtet sind.

Auch grosse Massstäbe haben ihre Mängel: bei der Lagedarstellung verliert man leicht den Überblick, und zu lange Vektoren sind nicht mehr lesbar. Ihr Ursprung, ihre Richtung und ihre Länge sind im Plan nicht mehr ersichtlich, weil sich die Striche und Vektoren gegenseitig überlagern oder die Zeichnung gar völlig unbrauchbar machen.

Abb. 31: Beispiel für einen ungeeigneten Massstab

Stellen wir uns einen ersten Auftrag der Vektoren aus Rohdaten und eine Tabelle der Abweichungen in Y und in X aus globalen und lokalen Daten vor. Im unten stehenden Beispiel erscheint alles ganz hervorragend. Der Punkt F ist jedoch völlig untypisch, was zwar nicht aus dem Plan, aber aus der Liste hervorgeht.

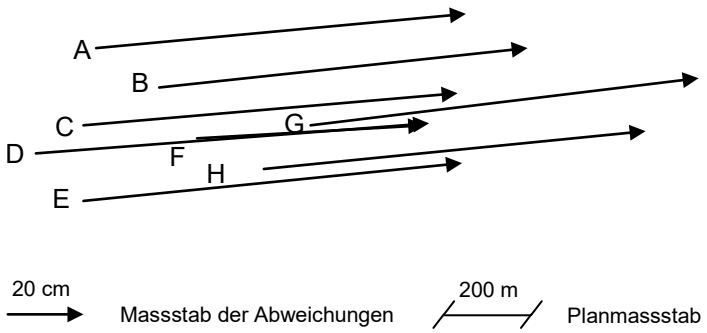


Abb. 32: Beispiel eines für die Analyse ungeeigneten Massstabs

Punkt	FY (m)	FX (m)	FS (m)
A	+0.94	+0.10	0.945
B	+0.96	+0.10	0.965
C	+1.00	+0.08	1.003
D	+1.02	+0.08	1.023
E	+1.00	+0.10	1.005
F	**+0.60**	**+0.06**	**0.603**
G	+1.04	+0.12	1.047
H	+1.00	+0.10	1.005

Im nächsten Fall hingegen erscheint alles deutlich schlechter. Gleichwohl handelt es sich nur um ganz kleine (schwach korrelierte) zufällige Abweichungen für untereinander genügend entfernte Punkte. Sie sind ohne weiteres zulässig.

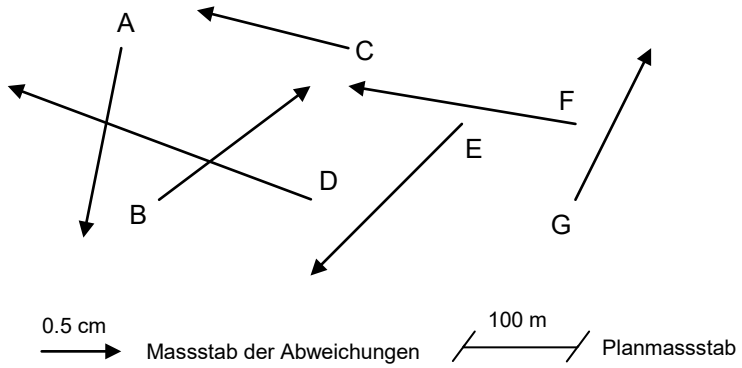


Abb. 33: Beispiel für einen ungeeigneten Massstab (Vektoren zu gross)

Punkt	FY (m)	FX (m)	FS (m)
A	-0.003	-0.013	0.013
B	+0.010	+0.008	0.013
C	-0.010	+0.003	0.010
D	-0.020	+0.008	0.022
E	-0.010	-0.010	0.014
F	-0.015	+0.003	0.015
G	+0.005	-0.010	0.011

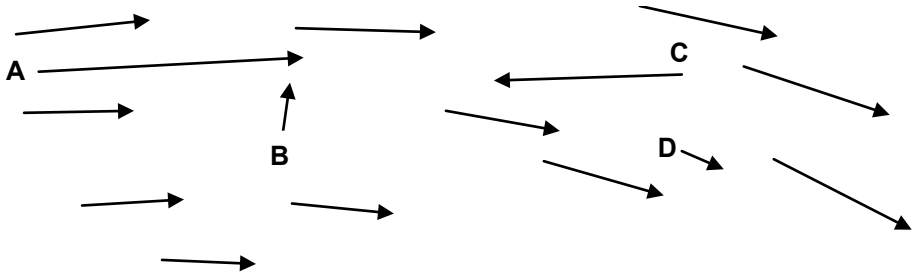
6.2.4 Verwaltung der Passpunkte

Anmerkung: das Hinzufügen oder Löschen eines Vektors, einer Abweichung oder einer Restklaffung ist gleichbedeutend mit dem Hinzufügen oder Löschen des Passpunkts, zu dem dieser Wert gehört.

Löschen nicht repräsentativer Abweichungen

In einer Serie von Punkten, die eine bestimmte Abweichung bestätigen, kann ein Wert von einem nicht repräsentativen Punkt stammen.

Diese atypischen Punkte liegen in Bereichen, wo eine ausgeprägte lokale Tendenz vorherrscht (starke Korrelation) und sollten daher eliminiert werden Die Ursache dieses «Ausreissens» ist mitunter erklärbar (schlecht integrierte Mutation, Punkt in geneigtem Gelände, neu abgesteckter Punkt, usw.). In jedem Fall ist die Frage zu stellen, auf welche Weise dieser Punkt seine Umgebung beeinflusst hat, und der Bereich ist ggf. separat zu bearbeiten.



A, B, C, D : Zu eliminierende oder separat zu bearbeitende atypische Punkte

Abb. 34: Ursprünglicher Zustand

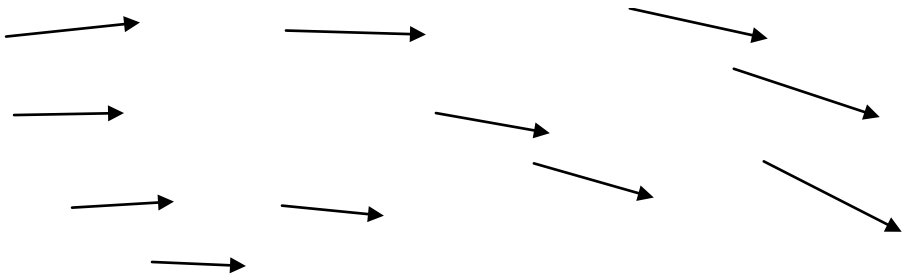


Abb. 35: Zustand nach Eliminierung der nicht repräsentativen Punkte

Löschen überzähliger Abweichungen

Eine Konzentration von Passpunkten mit gleichartigen Abweichungen kann eine anfängliche Transformation verfälschen, weil hierdurch diese Tendenz, die örtlich sehr begrenzt sein kann, zu stark gewichtet wird. Dies ist beispielsweise der Fall bei einer halbgrafischen Einpassung, die auf einigen, gut über das Territorium verteilten Triangulationspunkten und auf Duzenden von Punkten auf einer ganzen, bekannten Gemeindegrenze beruht.

In diesem Fall ist es ratsam, einige für jeden Ursprung und jede Tendenz repräsentative Passpunkte ausgewogen auszuwählen.

Bestimmte Programme tragen diesem Phänomen bereits Rechnung, sodass dieses Aussortieren weniger von Bedeutung ist.

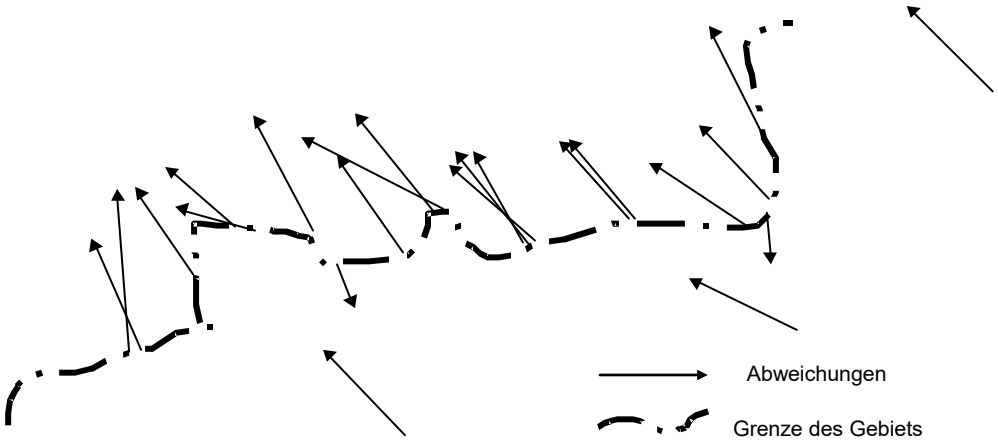


Abb. 36: Bereinigung der Abweichungen, ursprünglicher Zustand

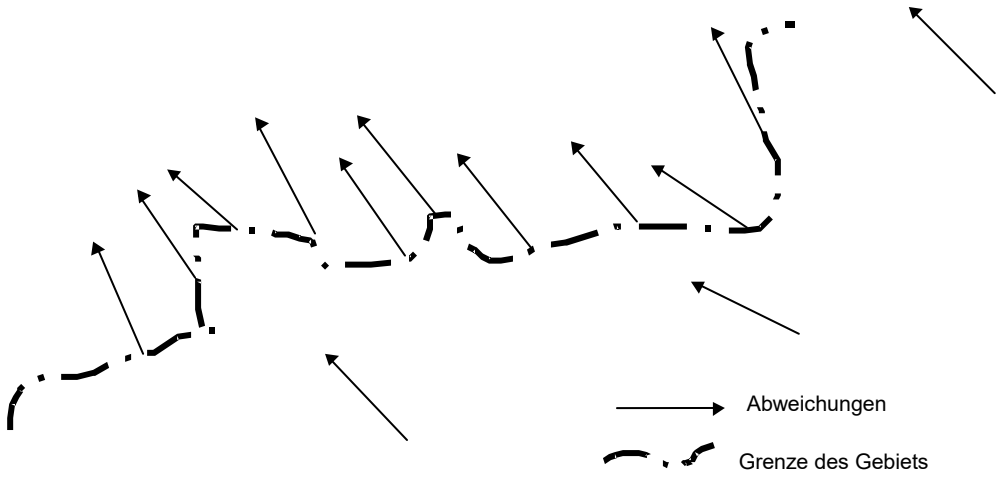


Abb. 37: Bereinigung der Abweichungen, Zustand nach Auswahl der Punkte

Beizubehaltende Abweichungen

Wenn hingegen Punkte weit gestreut und die Abweichungen zufällig sind aber sehr ausgeprägte Tendenzen aufweisen (partielle Korrelation), so muss man nicht Punkte entfernen, nur um die Standardabweichung (mittlerer Fehler) der Transformation zu verbessern, denn die Qualität der endgültigen Standardabweichungen einer Transformation ist nicht das einzige Entscheidungskriterium. Wenn die endgültigen Standardabweichungen zwar hoch sind, die Passpunkte jedoch die tatsächlichen Geländeverhältnisse repräsentieren, so kann das Endergebnis (Transformationsparameter) dennoch als qualitativ besser betrachtet werden, denn es entspricht der Realität.

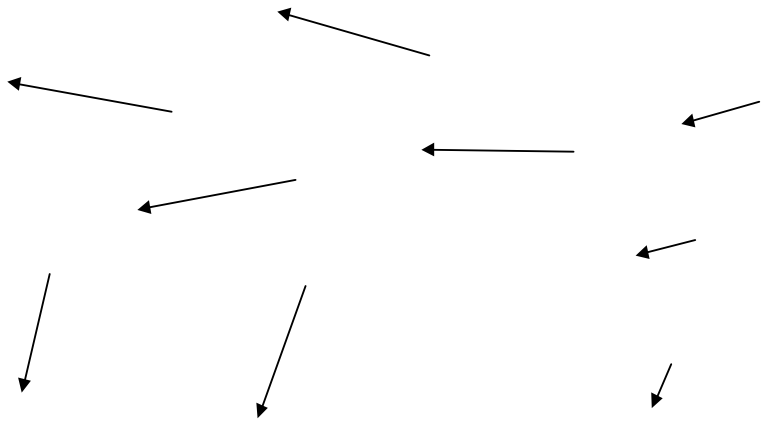


Abb. 38: Nicht zu bereinigende Abweichungen

Hinzufügen fiktiver Abweichungen

Liegt eine Konfiguration vor, in der man die Grenze gut kennt, jenseits derer Abweichungen nicht mehr zu interpolieren sind, wo jedoch Passpunkte fehlen, kann man fiktive Punkte hinzufügen und somit zu einer korrekt ausgeführten Interpolation innerhalb der Grenzen des Gebiets gelangen. Dies bedeutet, zunächst die Lage des Punktes auszuwählen, womit seine lokalen Koordinaten festgelegt sind, und dann in Abhängigkeit vom Vektor, den man dort anbringen möchte, seine globalen Koordinaten zu berechnen.

Das unten stehende Beispiel könnte der Fall eines (beispielsweise interpolierten) Neutriangulationssektors sein, der an einen Sektor grenzt, in dem die alte Triangulation aufrechterhalten wurde. Man muss die an den Detailpunkten anzuwendende Interpolation definieren, wissend, dass an der Grenze des Gebiets die Abweichungen gegen Null gehen müssen. Da es an Punkten nahe der Grenze fehlt,

fügt man eine Reihe von **fiktiven** Passpunkten mit der Abweichung Null hinzu. Ausnahmsweise kann man in dem zu bearbeitenden Sektor auch auf dieselbe Weise vorgehen, wenn die Passpunkte ungünstig verteilt sind. Die Abweichung am fiktiven Punkt muss kohärent sein mit den in der Nähe liegenden bestehenden Passpunkten. Diese Prozedur kommt jedoch eher bei Sektoren zur Anwendung, die rein mit Interpolationen zu bearbeiten sind.

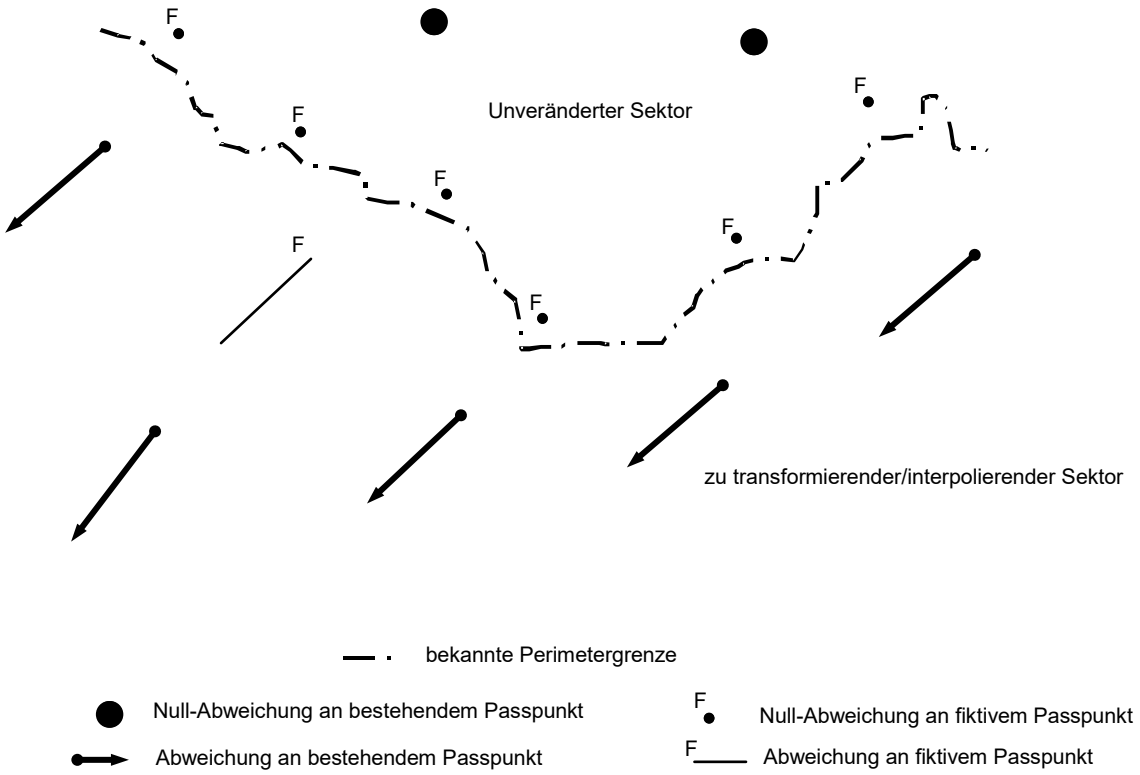


Abb. 39: Hinzufügen fiktiver Punkte

6.2.5 Kriterien für die Bildung von Affinitätsdreiecken (Lineare Transformation durch finite Elemente)

Diese Methode wird auch als Sektoraffinität, Dreiecksaffinität, Sektorinterpolation, affine Dreiecks-transformation, lineare Transformation mittels Dreiecken usw. bezeichnet (siehe Kapitel 4.5.2). Mit dem Programm GeoSuite-TRANSINT, Interpolation mittels Dreiecksvermaschung (FINELTRA) wird diese Transformation berechnet.

Für die Analyse stellt man hier nur die Resultierende der Zufallskomponente und der Vergrösserung des Vektors nach Eliminierung eines mittleren systematischen Anteils dar.

Fortpflanzungsprinzip der Abweichungen

Die an den Eckpunkten eingeführten Abweichungen pflanzen sich linear entlang der Dreiecksseite fort. Diese Eigenschaft wird die Wahl der Dreiecke beeinflussen.

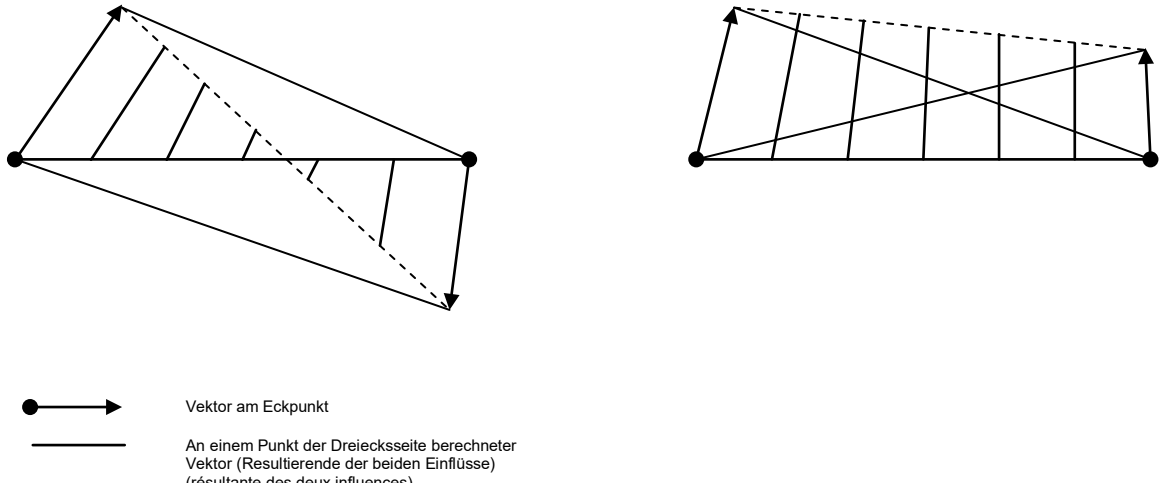


Abb. 40: Fortpflanzung der Abweichungen entlang einer Seite

Die an einem Eckpunkt eingeführte Abweichung geht umso stärker gegen Null, je weiter sie sich der gegenüberliegende Seite des Dreiecks nähert.

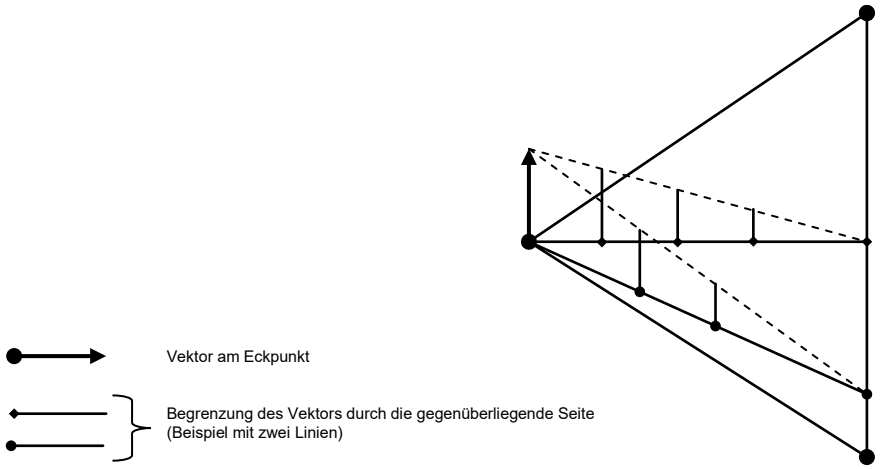


Abb. 41: Fortpflanzung einer Abweichung zur gegenüberliegenden Dreieckseite

Die Abweichung an einem beliebigen Punkt des Dreiecks ist die Resultierende des Einflusses jedes Eckpunkts in diesem Punkt. Die durch die drei Eckpunkte definierte Transformation gilt nur für das Innere des Dreiecks.

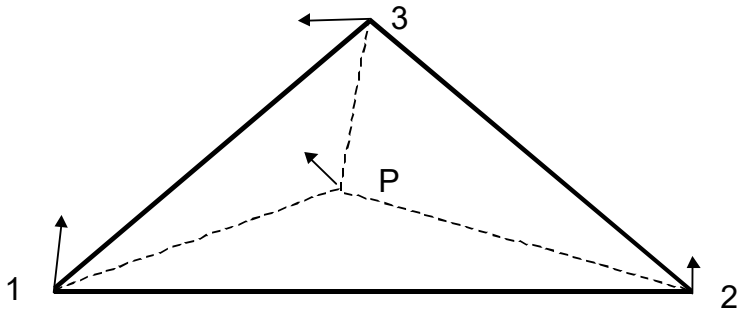


Abb. 42: Auf einem Neupunkt berechnete Abweichung

Eine der zwingenden Eigenschaften der Dreiecksaffinität ist die Notwendigkeit, Dreiecke lokal und in Kenntnis der bekannten Stützpunkte vorgängig zusammenzusetzen. Selbst wenn es Programme gibt, die für entsprechende Formkriterien eine «optimale» Lösung vorschlagen, bleiben eine **detaillierte Überprüfung** und allfällige **manuelle Korrekturen** immer unvermeidlich. Zum Beispiel Wahl von typischen Punkten zwischen abweichenden Passpunkten, Streichung zu naher Stützpunkte, Wahl der Seiten, die mit den zu interpolierenden Werten nach folgender Abb. 43 verbunden sind usw. Dabei müssen diverse Kriterien zur Anwendung kommen.

Form und Grösse der Dreiecke

Eine **Form, die dem gleichseitigen Dreieck sehr nahe kommt,** führt zu topologisch sicheren Ergebnissen. Eine **gute Homogenität in der Länge der Seiten** gewährleistet, dass die Transformation mit homogenen Kriterien für die Verteilung der Verzerrungen stattfindet.

Anzahl der Dreiecke

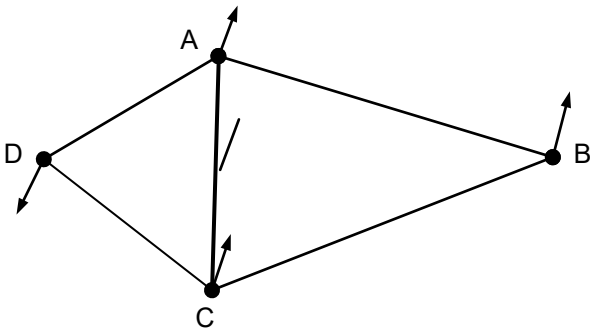
Sind die Werte der Abweichungen **homogen**, so kann man sich auf eine kleine Anzahl **grosser Dreiecke** beschränken. Neben der Arbeitsökonomie hat dies den Vorteil, die Geometrie der bearbeiteten Objekte wenig stören.

Sind die Werte der Abweichungen **heterogen**, so muss eine grosse Anzahl **kleiner Dreiecke** definiert werden. Die Verbesserung der Lage wird aufgewogen durch die geometrische Verformung der Objekte, die in mehrere Dreiecken liegen.

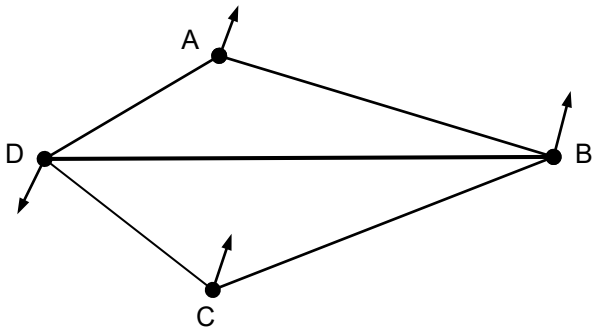
Einfluss der Abweichungen auf die Wahl

Im Falle sehr homogener und kohärenter Abweichungen könnten die Dreiecke im Grunde von beliebiger Form und Grösse sein. Dies ist jedoch kein Grund, die Dreiecke zu vermehren und sie länglich zu gestalten!

Im Falle von Abweichungen, die sich einer wohl bestimmten Kategorie zuordnen lassen, müssen die Dreiecke diesem Umstand gerecht werden.



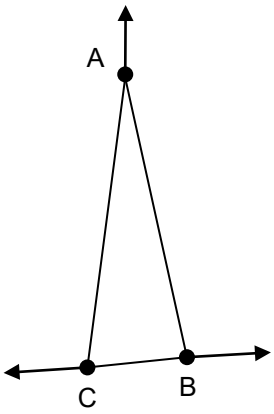
RICHTIG
Die vertikale Verbindung AC hält die Abweichung auf der linken Seite zurück und gewährleistet die Kontinuität der Abweichungen im Dreieck ABC



FALSCH
Durch die horizontale Verbindung BD kann sich die entgegengesetzt gerichtete Abweichung D auf den Bereich ABC auswirken, der eigentlich homogen ist

Abb. 43: Wahl der Dreiecke je nach den Abweichungen

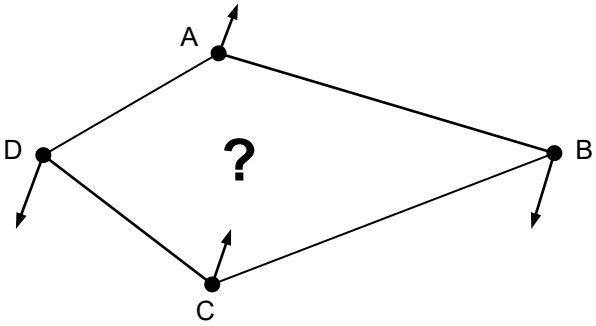
Im Falle entgegengesetzt gerichteter Abweichungen müssen die Dreiecke hinreichend Raum für eine schrittweise Interpolation (Glättung) lassen. Ihre Form sollte einem gleichseitigen Dreieck möglichst nahe kommen. Soweit topologisch möglich, sind kurze Seitenlängen zwischen entgegengesetzt gerichteten Abweichungen zu vermeiden.



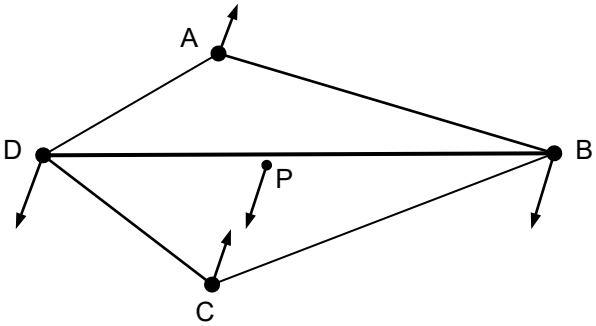
FALSCH
Die zu kurze Seite BC führt zu inakzeptablen Deformationen

Abb. 44: Kurze Seitenlänge bei entgegengesetzt gerichteten Abweichungen

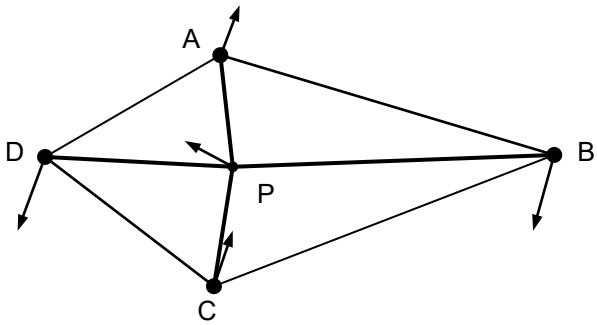
Manche Konfigurationen erlauben keine zufriedenstellende Wahl der Dreiecke. In dem Fall erweist sich ein zusätzlicher bekannter Punkt als notwendig, um entweder eine bestimmte Entscheidung zu bestätigen oder um die Anzahl der Dreiecke zu vergrössern.



URSPRUNGSZUSTAND



FALL 1
Die Seite BD kann als Seite der Dreiecke gewählt werden, denn der Kontrollpunkt P bestätigt die Tendenz



FALL 2
Der Vektor am Punkt P bestätigt keine der Tendenzen AC oder BD, die Lösung besteht in einer Verdichtung der Dreiecke unter Verwendung von P als neuem Eckpunkt.

Abb. 45: Lösung bei ungünstiger Konfiguration zur Zuweisung zu einer Kontrolle

Bruchstellen

In der Theorie führt man die lineare Transformation mit finiten Elementen von einem homogenen und kohärenten lokalen System zu einem homogenen und kohärenten globalen System aus.

Im konkreten Fall des Übergangs von LV03 nach LV95 ist das lokale System (LV03) nicht immer homogen und man findet zahlreiche Fälle, die Bruchstellen aufweisen. Wenn beispielsweise ursprüngliche und neue LV03-Triangulationsbereiche aneinander grenzen, stösst man auf Punkte, die zwei Paare lokaler Koordinaten besitzen.

Diese geografisch genau bestimmten Bruchstellen können durch die Bildung von Verdichtungsdreiecken aufgelöst werden, deren Eckpunkte äusserst dicht beieinander liegen, die gleichzeitig jedoch an der Gebietsgrenze (an der Bruchstelle) sehr unterschiedliche Abweichungen aufweisen.

Die Verwendung eines Gewässerlaufes ist eine elegante Lösung um eine Bruchstelle zu «überwinden». Wenn sie möglich ist, kann jedes Ufer von seinem System her transformiert werden.

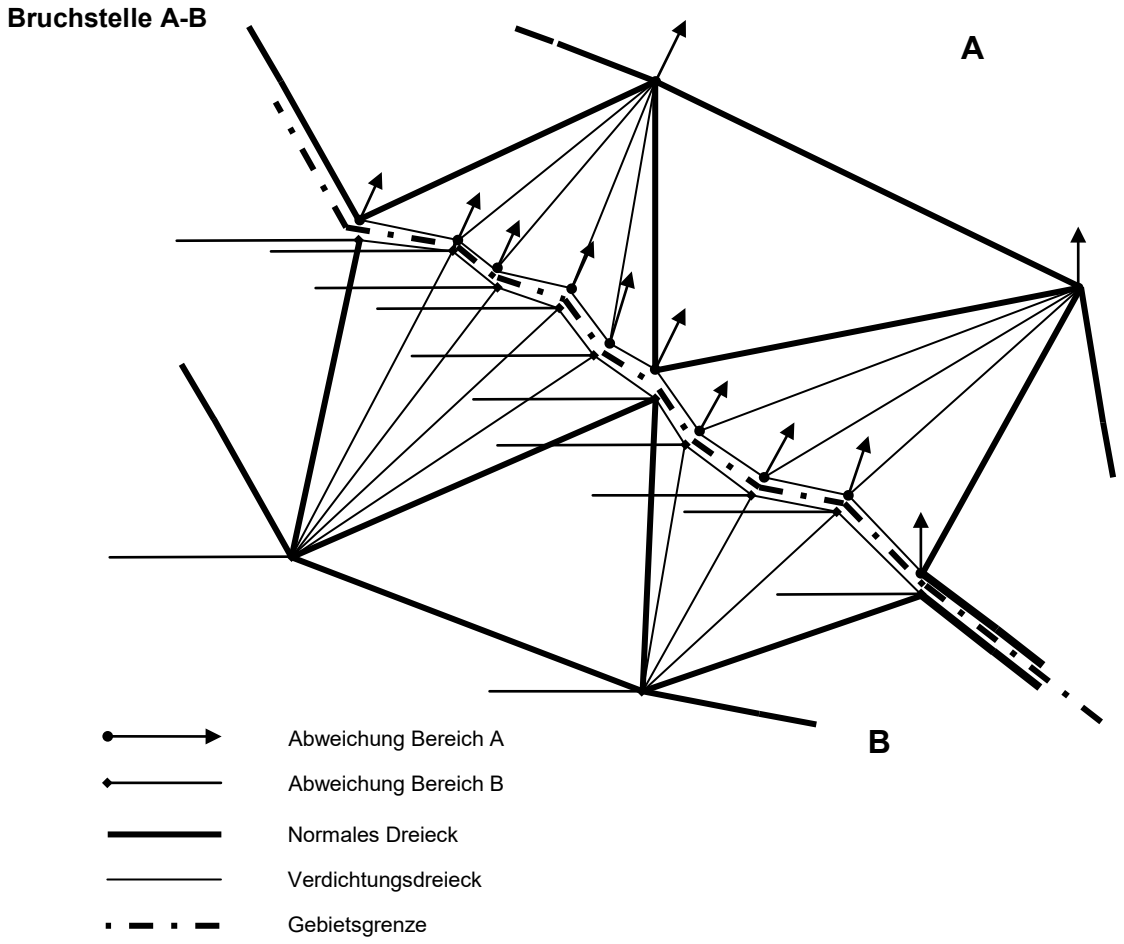


Abb. 46: Bruchstelle an der Grenze des Perimeters

Zwei Arten von Bruchstellen sind hierbei zu unterscheiden: diejenigen mit einer Lücke und diejenigen mit einer Überdeckung.

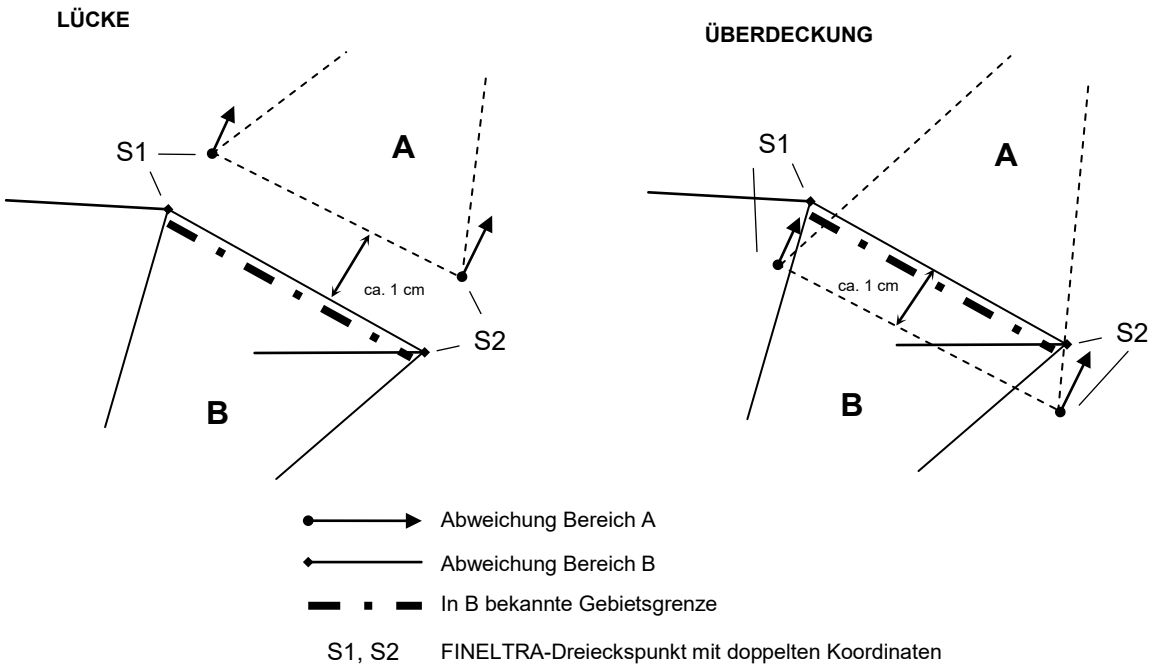


Abb. 47: Lücken und Überdeckungen

In der Praxis kommen auch gemischte Fälle vor.

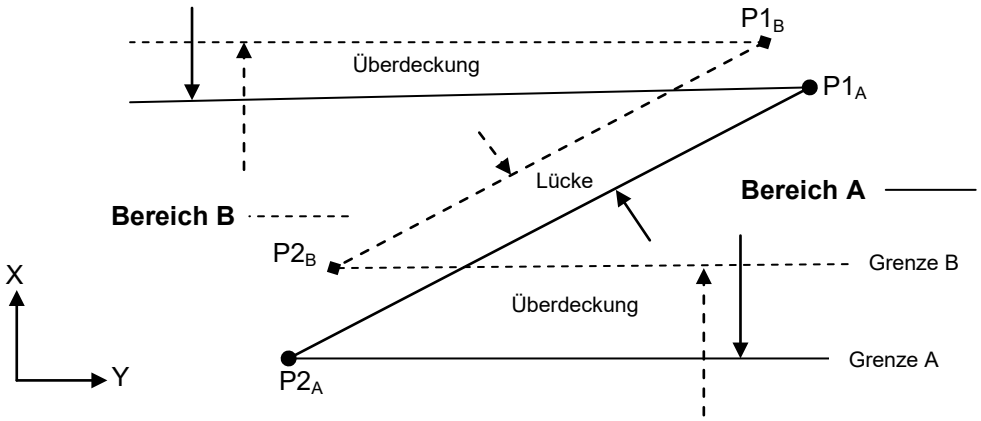


Abb. 48: Lücken und Überdeckungen, gemischter Fall

Da FINELTRA eine Anwendung ist, die Y- und X-Werte unabhängig voneinander behandelt, müssen folglich auch die Überdeckungen und die Lücken sowie deren Konsequenzen bei der Bearbeitung der Punkte für die Y- und die X-Werte getrennt betrachtet werden.

Z.B. weist in oben stehender Abbildung der Punkt P1 eine Lücke in Y- und eine Überdeckung in X-Richtung auf, während P2 in beiden Richtungen Überdeckungen zeigt.

Die Lücken werden aufgelöst, indem man entweder sehr kleine Dreiecke bildet, die den leeren Zwischenraum abdecken, oder indem man diesen Bereich ignoriert. Man muss mit einer intensiven Arbeit an lokalen «Retuschen» rechnen, bis eine topologisch annehmbare Lösung erreicht ist.

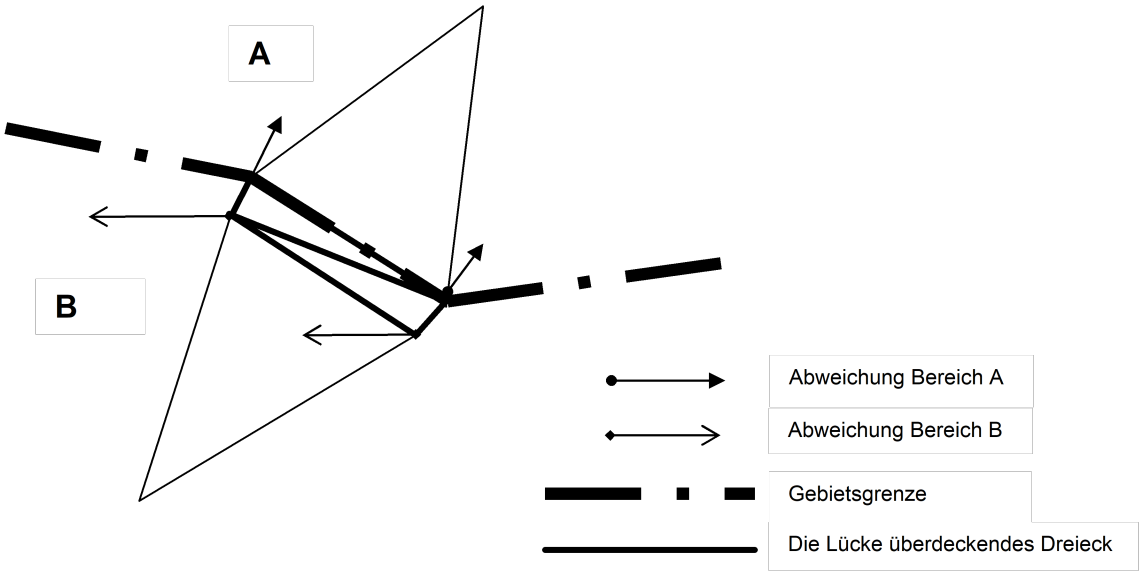


Abb. 49: Dreieck an einer Lücke

Die Überdeckungen stellen das praktische Hauptproblem dar, denn die FINELTRA-Topologie akzeptiert eine derartige Situation nicht.

Es können verschiedene Lösungen vorgesehen werden (hierbei wird angenommen, dass der Sektor A qualitativ besser ist als der Sektor B):

- Anpassung eines der Sektoren (B) im **alten** System, **bevor** FINELTRA zum Einsatz kommt,
- Bildung einer Menge zusammengehöriger spezifischer Dreiecke für jeden Sektor. Folglich gibt es nicht mehr eine einzige Datei für die gesamte Schweiz und konkurrierende Dateien überlappen sich an den Grenzen, woraus die Notwendigkeit erwächst, jeden Punkt einzeln zu sichten um zu wissen, in welchem Dreieck welches Sektors er zu transformieren ist,
- Transformation der Grenze mit dem qualitativ besseren Sektor (A) unter Verwendung sämtlicher bekannter Punkte der Grenze als Eckpunkte von Dreiecken (Verdichtung). Die so errechnete Grenze ist für beide Sektoren gültig. Die Daten des Sektors B werden nur ab der in A definierten Grenze transformiert. Es verbleibt aber ein Streifen von B, der nicht mit der Überdeckung vereinbar transformiert werden kann.

Übergang von grossen Dreiecken zu kleinen Dreiecken

Dieser Übergang wird – mit oder ohne fiktive Punkte – mittels ungewöhnlich lang gestreckter, spitzwinkliger Dreiecke realisiert. Es ist beispielsweise für kleine Orte inmitten grosser ländlicher Gebiete vorzusehen.

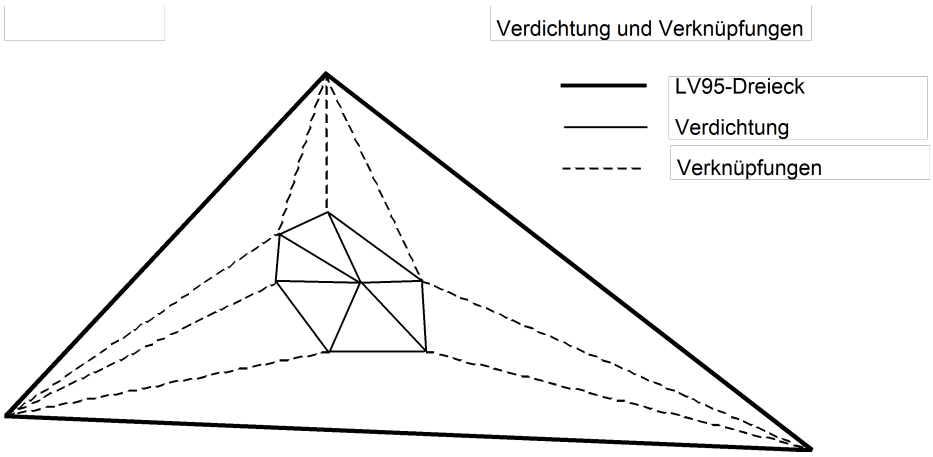


Abb. 50: Übergang von grossen Dreiecken zu kleinen Dreiecken

Das Problem der Übergangsbereiche

In einem Übergangsbereich sind grosse Dreiecke anzuwenden, die den gesamten Übergangsbereich abdecken, sofern die zwischen den beiden Triangulationssektoren vorgenommene Interpolation schon von guter Qualität ist.

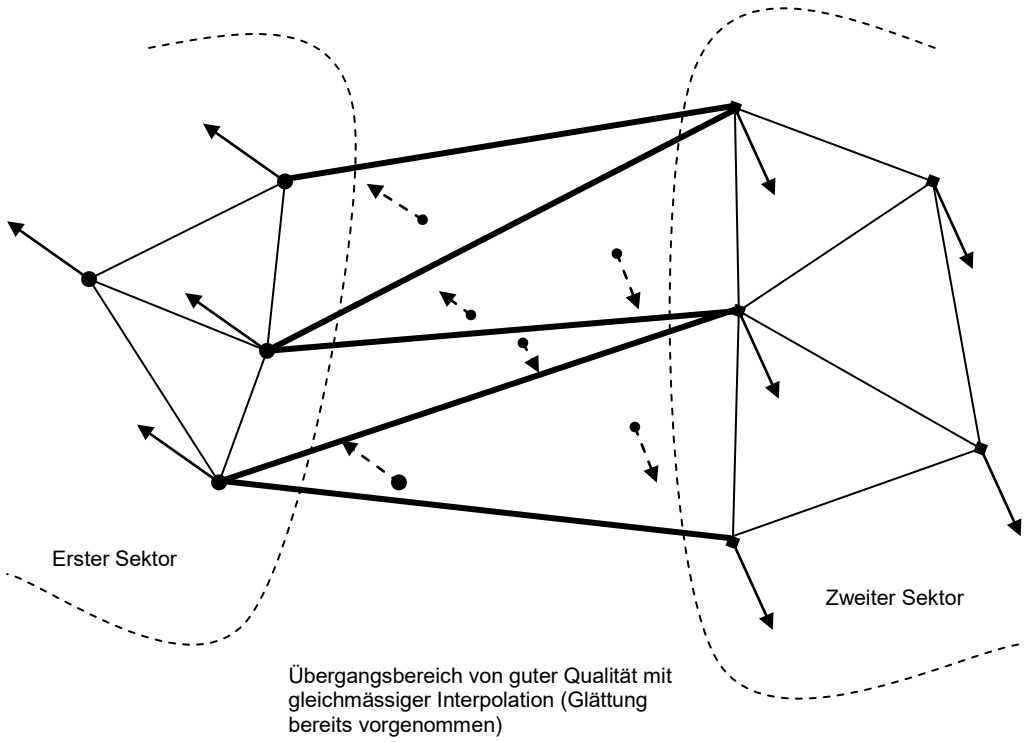


Abb. 51: Dreiecke in einem Übergangsbereich von guter Qualität

Ist jedoch die Interpolation im Übergangsbereich einfach noch nicht vorgenommen worden (evtl. mit einer Bruchzone), so müssen einige Punkte des Übergangsbereichs für die Bildung der Dreiecke herangezogen werden. Dies ist nur bei geringen Abweichungsbeträgen möglich (kleiner Interpolationsbereich).

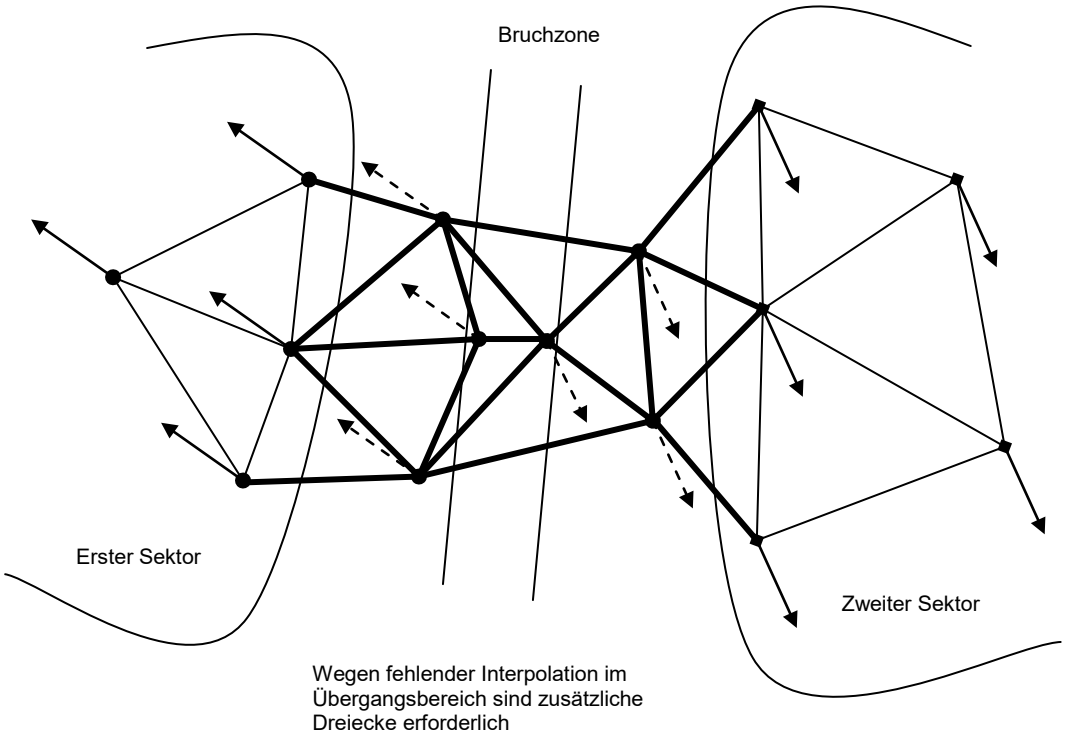


Abb. 52: Dreiecke in einem Übergangsbereich von schlechter Qualität

6.3 Übergänge von einem Referenzsystem zu einem anderen

Für den Übergang von einem Referenzsystem zu einem anderen lassen sich zwei Wege einschlagen.

Der theoretische Ansatz

Er besteht darin, die Transformationsformeln gemäss ihrer theoretischen Definition zu benutzen. Damit können die Transformationen im Prinzip ohne Qualitätsverluste in beiden Richtungen vorgenommen werden.

Diese Vorgehensweise stösst sich jedoch leider am Umstand, dass die tatsächlich bestehenden Systeme den theoretischen Formeln häufig nur näherungsweise gerecht werden.

Der lokale Ansatz, durch Einpassung mit Hilfe von Punkten

Er besteht in der Transformation und Interpolation der Daten auf der Basis von Passpunkten, die in beiden Systemen bekannten realen Punkten entsprechen.

Diese Gepflogenheit hat den Vorteil, die Daten lokal eng zusammenzubringen. Leider lässt sie sich wegen der Verzerrungen der Netze und systeminhärenter Verformungen nicht auf grosse Gebiete in einem Guss ausweiten. Sie erfordert die Existenz oder das Anlegen von Passpunkten, was sich als schwierig und kostspielig erweisen kann. Im Allgemeinen taugt sie nicht für den Transfer in beide Richtungen ohne Verlust von Eigenschaften, insbesondere dann, wenn im Anschluss an Transformationen noch interpoliert wird. Und schliesslich stösst sie an den Grenzen der Perimeter auf Probleme.

Die Transformationen zwischen Bonne'scher und zylindrischer Projektion in der Schweiz illustrieren die oben erwähnte Problematik hervorragend. In der Regel muss der lokale Ansatz verfolgt werden, da der theoretische Ansatz mitunter zu Abweichungen in der Grössenordnung mehrerer Meter führt.

Referenzsysteme in der Praxis

Die allgemeine Verbreitung des GNSS in der Vermessung zwingt den Nutzer dazu, sich die verschiedenen geodätischen Systeme, mit denen er konfrontiert ist, genau anzuschauen, bevor er seine GNSS-Messergebnisse in das gültige Referenzsystem transformiert. Hierzu findet man in (Egger, Marti, 1999) eine Präsentation:

- der geodätischen Grundlagen (Referenzsysteme und kartografische Projektionen),
- der aktuellen Bezugsrahmen und Referenzsysteme:
  - globale dynamische Referenzsysteme ITRS, ETRS89, CHTRS95, WGS84,
  - lokale statische Referenzsysteme: CH1903 (Bezugsrahmen LV03), CH1903+ (Bezugsrahmen LV95),
- der Methoden zur Änderung des Datums und der verschiedenen Arten der Transformation zwischen Bezugsrahmen (zwischen globalen Rahmen, zwischen lokalen Rahmen und zwischen lokalen und globalen Rahmen).

6.4 Änderung eines Bezugsrahmens

Wird eine Region (Beispiel Kanton Waadt) oder das gesamte Land (Beispiel LV95) mit einer Triangulation überzogen, so müssen hierfür die bestehenden Daten transformiert werden, die in diesem Bezugsrahmen vorliegen.

Die für diese Transformation zu wählende Methode hängt von den Bedingungen bei der Ausführung ab.

In einem begrenzten Gebiet, wo die Transformationen in einzelnen Losen und mit hinreichend langen Fristen erfolgen können, ist jede entsprechend hoch entwickelte Methode geeignet.

Im Falle einer globalen Transformation eines Landes spielen noch andere Kriterien eine Rolle:

- allgemeine Transformations- und Datenverwaltungsstrategie in den diversen Systemen,
- Umkehrbarkeit der Transformation,
- Benutzerfreundlichkeit (sichere und einfache Methode),
- Einmaligkeit und a priori Fixierung der Transformationsparameter (fest stehende Auswirkung, ohne die Möglichkeit des Irrtums oder der Manipulation).

Diese Kriterien führen dazu, dass die Methode einfach und fest vorgegeben sein muss.

Der Bund musste eine authentische Lösung erarbeiten, um die Daten der amtlichen Vermessung aus ihrem Bezugsrahmen LV03 (festgelegt 1903) in den neuen Bezugsrahmen LV95 (festgelegt 1995) zu überführen.

Der Bezugsrahmen LV03 ist heterogen und von unterschiedlicher Qualität (lokale Verzerrungen und Spannungen). Der neue Bezugsrahmen LV95 ermöglicht die Bestimmung von Koordinaten in einem «absoluten und homogenen» System über das gesamte Land, verglichen mit den aktuellen Anforderungen. Letztlich besteht das Ziel darin, direkt in LV95 zu arbeiten und auf lokale Einpassungsvorgänge zu verzichten, wie sie in LV03 unverzichtbar sind.

Die Schweiz wurde vorerst in Dreiecke von etwa 15-25 km Seitenlänge zerlegt. Dies ergab 468 Dreiecke gestützt auf 263 TSP, mit 100 KP und einer geschätzten Standardabweichung (der Transformation) von 1 bis 2 dm. Deren Eckpunkte verfügen über exakte Koordinaten sowohl in LV03 als auch in LV95. Für jedes Dreieck berechnet man auf der Basis der drei Eckpunkte (oder Transformationsstützpunkte – TSP) eine eindeutige, also reversible Transformation (Bijektion), anwendbar auf alle innerhalb des Dreiecks liegenden Punkte. Zur Berechnung dieser Transformation existieren zwei Methoden:

- durch Affinität: die Koordinaten der drei Eckpunkte ermöglichen die Berechnung der sechs Parameter der affinen Transformation, gültig für das Dreieck ohne Restklaffungen an den Einpassungen,
- durch Berechnung eines gewichteten Mittels aus den Koordinaten der Eckpunkte; die Gewichte sind proportional zur Fläche der Sub-Dreiecke, die den durch den zu berechnenden Punkt definierten Eckpunkten gegenüberliegen (in FINELTRA angewandte Methode).

Für die Transformation der Daten der amtlichen Vermessung war eine **Verdichtung der Dreiecke** erforderlich, die in enger Zusammenarbeit mit den Kantonen geschah. Die Eckpunkte der Dreiecke wurden endgültig gewählt und die Datei **CHENyx06** angelegt. Sie beinhaltet die Definition der Dreiecke und die Koordinaten der Punkte in den beiden Bezugsrahmen.

Diese Verdichtung führte zur Lösung einer Reihe von Problemen, worunter:

- Dreiecksbildung ausgerichtet auf die Bearbeitungszone, wie beispielsweise: verkleinern des Einflusses eines LFP1 auf einem Berggipfel auf die Transformation eines Dorfes im Tal; im Allgemeinen hat man mit einem TSP im Zentrum des Siedlungsgebietes verdichtet.
- Koordination der Dreiecke an den Kantonsgrenzen: die TSP Koordinaten sind identisch, hat es Überlappungen oder Lücken?
- Koordination der Dreiecke an den Grenzen erneuerter und alter Triangulationen: welches ist das Einflussgebiet dieser Erneuerung, bestehen Vermischungen zwischen erneuerten und nicht erneuerten Gebieten, Bruchgrenzen zwischen Gebieten, Überlappungen mit Vermessungen vor der Erneuerung?
- Sind die benachbarten Vermessungen in der gleichen Triangulation in LV03 berechnet?
- usw.

Die endgültige Datei CHENyx06 enthält 11'731 Dreiecke aufgespannt auf 5'925 TSP und kontrolliert durch 46'601 KP. Die mittlere Restklaffung auf KPs wird zu **2 cm** ± 1.1 cm geschätzt. Diese Schätzung der durchschnittlichen Qualität des Übergangs erfordert die folgenden Hinweise:

- Jeder Kanton hat eine eigene geschätzte Standardabweichung, sie variiert zwischen einigen mm für die genaueren Kantone (ZG, SH, ZH, BS, BL) bis zu mehr als 4 cm für die weniger genauen (VS, UR, SG, AI, AR). Einige Kantone sind sehr homogen mit fast allen Kontrollpunkten besser als 4 cm (ZG, AG, OW, NW, SH, ZH, BS, BL), andere weisen bedeutende Genauigkeitsunterschiede im Kantonsinnern auf (VS, UR, FR, SG, AR, AI, BE). Eine detaillierte Qualitätskarte mit wahrscheinlichen lokalen Genauigkeiten im Kantonsinnern ist auf dem «Portal: Bezugsrahmenwechsel LV03 – LV95» von www.swisstopo.ch zugänglich.
- Einige Kantone haben die Kontrollen nur auf dem Niveau der LFP2 durchgeführt (GR, AG, TG, LU, SO), andere haben auch in hohem Umfange LFP3 verwendet (GE, ZG, VS, SZ, OW, NW, FL, SG, AI, AR, BS, BL, TI, NE; im Mittel 61.5%). Dies bedeutet, dass die Standardabweichungen für amtliche Vermessungen in Kantonen mit vielen LFP3 realistischer sind als in solchen mit nur LFP2. Schliesslich weisen Kantone, welche alte LFP3 neu gemessen haben, auch beachtenswerte Abweichungen bei schon älteren numerischen und teilnumerischen Vermessungen aus. Einige Kontrollpunktbestimmungen wurden aus verschiedenen Gründen noch nicht abgeliefert (BS, VD, …), unter anderem weil gewisse teilnumerische Gebiete besonders dürftig waren und ausserhalb der globalen Transformation eine Erneuerung benötigen.
- Manche Kantone gaben sich mit einer begrenzten Zahl grosser Dreiecke zufrieden (durchschnittliche Fläche von 13 bis 15 km^2) (UR, TI) und andere wählten eine Aufteilung in kleine Dreiecke (durchschnittliche Fläche von weniger als einem km^2) (GE, VS, ZH, BS, NE). Die durchschnittliche Fläche über alles beträgt 5.8 km^2. Die kleinen Dreiecke sichern eine genauere und vertrauenswürdigere Lagetransformation als die grossen, sie deformieren aber die geometrischen Eigenschaften mehr.
- Manche Kantone haben eine grosse Dichte an Kontrollpunkten eingerichtet (5 und mehr pro km^2) (GE, ZG, BS, NE), andere beschränkten sich mit einer schwächeren Dichte (weniger als 0.5 pro km^2) (GR, JU, UR, GL, BE). Im Mittel beträgt die Kontrollpunktdichte 2.2 pro km^2. Eine grosse

Kontrollpunktdichte erlaubt es, die Genauigkeit besser zu bestimmen und erhöht die Zuverlässigkeit der Transformation.

CHENyx06 ist die obligatorische Parameterdatei, die beim Bezugsrahmenwechsel zwischen LV03 und LV95 zu verwenden ist

Diese Parameter können so in die Informatiksysteme jedes Benutzers integriert werden. Das vollständige Programm kann als «Paket» mit dem Namen REFRAME erworben werden. Ein Gelegenheitsbenutzer kann seinen Bezugsrahmenwechsel mit REFRAME letztlich auch gratis auf der Webseite www.swisstopo.ch ausführen.

Die Katasterdaten, die Gegenstand einer strengen Ausgleichung sind und sich auf die LFP3-Netze stützen, die wiederum an als Transformationsstützpunkte verwendete LFP1/2 angebunden sind, können ohne zusätzlichen Arbeitsaufwand in LV95 transformiert werden.

Für diejenigen lokalen Daten, die diesen Anforderungen nach der in CHENyx06 realisierten Dreiecksverdichtung noch nicht entsprechen, ist eine Katastererneuerung nach den Richtlinien des Bundes vor oder nach dem Bezugsrahmenwechsel nach LV95 vorzusehen.

Das Bundesamt für Landestopografie hatte für dieses Projekt bis 2007 das **Kompetenzzentrum** «**Raumbezogene Daten, Landesvermessung 95 (CC RD/LV95**)». Dieses CC ist in ein **Ausführungsorgan** überführt worden, welches die Aufgaben weiter verfolgt.

Der Wunsch nach einer einzigen Transformation für das ganze Land und die Langzeitstabilität scheiterte in mehreren Kantonen. Sie betrachteten CHENyx06 als noch verbesserungsfähig. So haben BS in 2013, BE in 2015, NE und FR in 2016 verdichtete Versionen des Parametersatzes erzeugt. BS ging so weit, die Interpolationsmethode zu ändern (siehe Kapitel 7.4.5).

6.5 Erneuerung von Festpunktnetzen

Ein LFP3 Netz muss bestimmten Qualitätskriterien genügen, um als AV93 konform anerkannt zu werden. Erweist es sich nach einer Analyse, dass die Koordinaten der Netzpunkte lokal oder vollständig vom offiziellen Bezugsrahmen abweichen, muss einer der 4 nachstehend beschriebenen Abläufe ausgeführt werden, abhängig von den massgebenden Kriterien.

6.5.1 Reine Koordinatentransformation

Diese Option ist dann vorzusehen, wenn die Eigenschaften des Netzes völlig akzeptabel sind:

☺ Ausreichende Materialisierung,

☺ Struktur und Originalmessungen in akzeptabler Qualität,

☺ hinreichende ursprüngliche Ausgleichung,

☺ hinreichende Anbindung an das aktuelle übergeordnete Netz.

Die Integration des Netzes geschieht mit Hilfe einer Transformation und eventuell einer Interpolation auf der Grundlage der durch die höhere Ordnung gegebenen Elemente. Das Ergebnis ist ein an die aktuellen Grundlagen angeschlossenes Netz. Die Materialisierung bleibt unverändert.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ rasch angeschlossenes Netz
+ geringe Kosten
+ keine Feldarbeiten
- keine Kontrolle und keine Verbesserung des Netzes abgesehen von seiner globalen Integration (aber seine Qualität ist von vornherein sehr gut)

- keine neue Punkte im Feld

Man denke daran, dass die a priori Qualität sehr gut ist.

6.5.2 Teilweise Neubestimmung und Transformation

Diese Option ist dann vorzusehen, wenn die Eigenschaften des Netzes akzeptabel, aber einige Ergänzungen im Gelände erforderlich sind, das heisst:

☺ ausreichende Materialisierung,

☺ Struktur und Originalmessungen in akzeptabler Qualität,

☺ hinreichende ursprüngliche Ausgleichung,

☹ unzureichende Anbindung an das aktuelle übergeordnete Netz.

Die Integration des Netzes geschieht mit Hilfe einiger Messungen im Gelände, um die Passpunkte für die Transformation und die Interpolation zu bestimmen. Das Ergebnis ist ein an die aktuellen Grundlagen angeschlossenes Netz. Die Materialisierung bleibt unverändert.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ rasch angeschlossenes Netz
+ relativ geringe Kosten
- einige Feldarbeiten sind unerlässlich
- wenig Kontrolle, keine neuen Punkte und geringe Verbesserung des Netzes, abgesehen von seiner globalen Integration

6.5.3 Teilweise Neubestimmung und Neuberechnung

Diese Option ist dann vorzusehen, wenn die Eigenschaften des Netzes beinahe akzeptabel, aber einige Ergänzungen im Gelände erforderlich sind, das heisst:

☺ ausreichende Materialisierung,

☺ Struktur und Originalmessungen in annehmbarer Qualität,

☹ ursprüngliche Ausgleichung problematisch, entweder wegen ihrer vereinfachten Art oder wegen Zwängen, die aufgrund einer Lagerungsschwäche eingeführt worden sind,

☹ Anbindung an das aktuelle übergeordnete Netz unzureichend.

Das Netz wird mittels einiger neuer Punkte, Messungen im Gelände und einer Neuberechnung durch strenge Ausgleichung im aktuellen Referenzsystem der bestehenden und der neuen Messungen verbessert. Das Ergebnis ist ein Netz in neuer Gestalt, das sich auf eine teilweise aktualisierte Materialisierung und auf kohärente Messungen stützt.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ verbesserte Ausgleichungsqualität und Integration des Netzes
- recht hohe Kosten (bedeutende Büroarbeiten)
- informatikgerechte Erhebungen (falls fehlend) bestehender Daten
- einige Feldarbeiten sind unerlässlich (Versicherungen, Anschlüsse)
- Zuverlässigkeit des Netzes durch Neuausgleichung

6.5.4 Vollständige Neubestimmung

Diese Option ist nur dann vorzusehen, wenn die Eigenschaften des Netzes ausserordentlich schlecht sind, die alten Punkte zerstört oder problematisch neu zu bestimmen sind und die bestehenden Netzinformationen nutzlos sind, das heisst:

☹ gegenwärtige Materialisierung mangelhaft,

☹ Struktur und Originalmessungen in schlechter Qualität,
☹ ursprüngliche Ausgleichung problematisch,
☹ Anbindung an das aktuelle übergeordnete Netz unzureichend,
☹ geringe Bedeutung der auf dem Ursprungsnetz basierenden Detaildaten.

Die Methodenfreiheit ist hier sehr gross. Ein modernes Netz kann konzipiert werden, das sich auf eine aktuelle Materialisierung und auf genaue und kohärente Messungen stützt.

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ quasi «perfektes» neues Netz
- hohe Kosten mit
- bestehende Daten werden sehr begrenzt verwendet
- umfangreiche Feldarbeiten sind unerlässlich (wichtige Versicherungen, Messungen)
- Verknüpfung mit dem Bestehenden in vermehrtem Masse

6.6 Integration von GNSS-Messungen

Die charakteristische Problematik besteht hier in der Integration einer Menge präziser und homogener (GNSS-)Koordinaten in ein bestehendes System, das häufig nur von geringer Qualität ist (bestehende Vermessung).

Mittels GNSS erhält man pro «Session» einen «Koordinatensatz», der sich auf eine tatsächliche oder virtuelle Referenzstation bezieht. Mit den beispielsweise in (Egger, Marti, 1999) definierten Transformationsschemata und -parameter werden diese Koordinaten bei Anwendung auf die GNSS-Messungen repräsentierenden WGS84-Koordinaten in die «Form» von Landeskoordinaten gebracht.

Im Ergebnis der Transformationen erhält man Vektoren, die dank der durch die Parameter übertragenen Eigenschaften (Orientierung und Massstab) an das «globale» schweizerische System angebunden sind. Diese Vektoren werden auf dem Umweg über die Koordinaten der Referenzstation in das System «eingepasst».

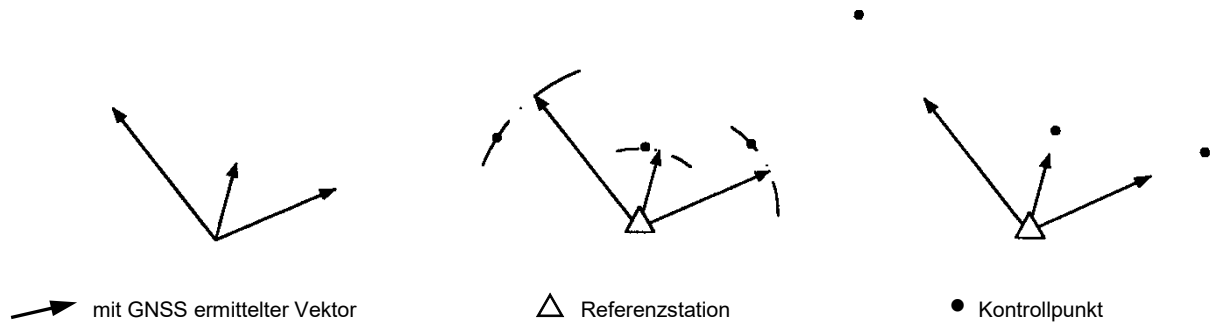


Abb. 53: Einpassung der GNSS-Vektoren auf der Referenzstation

Repräsentiert der Bearbeitungsbezugsrahmen, in den sich die Referenzstation und die Kontrollpunkte einfügen, exakt das schweizerische System, wie es LV95 ist, so werden die erhaltenen Koordinaten direkt integriert. Die an den Kontrollpunkten verzeichneten Abweichungen (Restklaffungen) sind dann in Funktion der Genauigkeit der GNSS Messungen, der Genauigkeit der bestehenden terrestrischen Daten und der Qualität der Materialisierung zu betrachten. Eine lokale Einpassung kann also vermieden werden, um die Degradierung der GNSS Daten zu vermeiden, sofern die Genauigkeitsanforderungen dabei eingehalten werden.

Ist hingegen der durch die Referenzstation und die Kontrollpunkte definierte Bezugsrahmen nicht völlig identisch mit demjenigen, auf den sich die Transformationsparameter beziehen, wie es in LV03 der Fall ist, so werden systematische Abweichungen auftreten (vgl. Abb. 53). In diesem Fall muss eine

Neutransformation vorgenommen werden, die man als «korrektive» oder «differenzielle» Transformation vom Typ Helmert einstufen könnte, um die lokalen Eigenschaften des unvollkommenen Bezugsrahmens zu berücksichtigen.

Somit definiert man eine Transformation / Integration in zwei Schritten.

Falls erforderlich, kann dieser Transformation in zwei Schritten noch eine Interpolation folgen (klassische Problematik bei der Helmert-Transformation).

Für den Einsatz des GNSS im Bezugsrahmen LV03 ist diese Situation typisch. Die Transformationsparameter erlauben es in jedem Fall, in Anbetracht der Qualität (Genauigkeit und Homogenität) der alten Triangulation **Untersuchungen** im RTK-Modus anzustellen. Handelt es sich um **Berechnungen** oder um **definitive** Absteckungen, erweist sich eine lokale Einpassung als notwendig. Die «lokale» Einpassung ist auch dann unvermeidlich, wenn die Referenzstation nicht auf einem koordinatenmässig bekannten Punkt eingerichtet wurde.

6.6.1 GNSS-Messungen im DGNSS-Modus oder im Navigations-Modus

Die Problematik der Einfügung von GNSS-Messungen, die im DGNSS- oder Navigations-Modus ohne Korrekturdaten ausgeführt wurden, in das schweizerische Referenzsystem ist im Wesentlichen dieselbe wie die zuvor beschriebene. Angesichts der Genauigkeit dieser Messungen (zwischen einem und mehreren Metern) können bestimmte Etappen ausser Acht gelassen werden. Häufig wird lediglich die Datumsänderung berücksichtigt (keine lokale Einpassung oder Interpolation).

6.6.2 Programme

Sämtliche gegenwärtig erhältlichen Empfänger oder Programme zur Auswertung von GNSS-Beobachtungen enthalten in der Regel auch geräteinterne Transformationsprogramme. Sie erlauben die Berücksichtigung von Datumsänderungen (von WGS84 in das schweizerische System) und/oder lokaler Eigenschaften (Helmert 2D / 3D). In bestimmten Programmen werden sogar Transformation und Interpolation kombiniert angeboten (Kollokation).

Diese integrierten Transformationsprogramme sind absolut unerlässlich für isolierte Messungen ohne nachfolgende Ausgleichung und genaue Echtzeit - Absteckungsarbeiten (RTK).

Für Arbeiten grösseren Umfangs, die beispielsweise zur Bestimmung des LPF2- oder LFP3-Netzes gedacht sind, werden die Koordinatensätze im Allgemeinen mit Hilfe der Software LTOP ausgeglichen. Sie berücksichtigt nicht nur lokale Charakteristiken mittels Helmert-Parameter, sondern erlaubt auch die Verknüpfung der verschiedenen Sessionen untereinander und ihre Ausgleichung über gemeinsame vermessene Verknüpfungspunkte.

Programme:
Für die Datumsänderung: REFRAME, GEOREF, NAVREF

Für die Einpassung / lokale Anpassung: LTOP oder andere Programme, die eine Helmert-Transformation ermöglichen.

6.7 Integration von Koordinaten aus photogrammetrischer Aufnahmen

Dieses Sonderthema wird in dieser Empfehlung nicht behandelt. Die Integration photogrammetrischer Aufnahmen geschieht in der Regel durch Transformations-/Interpolations-Module, die Bestandteil der Auswertesysteme sind.

6.8 Vollständige Digitalisierung von Plänen

Die VAV und die TVAV sehen eine mögliche provisorische Numerisierung der alten Pläne der amtlichen Vermessung vor. Diese provisorische Numerisierung durch Digitalisierung erfordert den Einsatz von Transformationen bzw. Interpolationen. Unter allgemeinen Gesichtspunkten ist es ebenfalls ratsam, ein **Digitalisierungskonzept** zu verfolgen, das in ein interaktives grafisches System integriert ist. Dies setzt der Auswahl der Methoden Grenzen, wenn man im Rahmen dieses Systems bleiben möchte. Müssen spezielle Bearbeitungen vorgenommen werden, so ist es angebracht, bei der Dateiverwaltung das Extrahieren von «Punkten» und deren Wiedereinführung in die Abfolge integrierter Operationen vorzusehen.

Generell müssen folgende Punkte abgehandelt werden:

- Abschätzung der Qualität der Triangulation und der Polygonierung,
- Prüfung der das Gebiet umgebenden Vermessungen, um ihre Art (digital / halbgrafisch oder grafisch), ihren Bezugsrahmen und die definitiven oder verfügbaren Punkte am Perimeterrand zu ermitteln,
- Suche nach weiteren möglichen und bestehenden Einpassungen (Polygonierung des Übersichtsplans, private Polygonierungen usw.),
- Beurteilung der Notwendigkeit, ergänzende Einpassungen vorzunehmen,
- Zusammenstellung der Einpassungsunterlagen (Punktwahl, Einpassungstechnik),
- Überwachung der Qualität der Einpassung während der Digitalisierungsarbeiten.

6.8.1 Endgültig anerkannte halbgrafische Vermessungen

Aluminium-Platten

Digitalisierung auf Platte: diese nahe liegende Alternative stösst sich heute am Umstand, dass viele Anlagen es nicht erlauben, Koordinaten auf dem Aluminiumträger zu erfassen. In diesem Fall ist man auf die Erfassung auf Film oder auf am Bildschirm erfasste, gescannte Daten angewiesen.

Transformationsmethode

Im Allgemeinen ist die Helmert-Transformation geeignet, da die Pläne auf ALU-Platte dank der Steifigkeit des Trägers keine unterschiedlichen Verzüge aufweisen.

Passpunkte

Das Koordinatennetz bildet die natürliche Basis für die Einpassung, weil es nicht mit den Ungenauigkeiten der Geländedaten behaftet ist. Lediglich seine Kartierung kann schlecht ausgeführt sein. Für den Fall der Änderung der Triangulation nach dem Auftragen siehe die Lösung in den Kapiteln 3.5 und 6.5.

Auch die Polygonpunkte sind als Einpassungselemente vorstellbar. Ihre unregelmässige Verteilung und die ihnen eigenen Ungenauigkeiten begrenzen ihre Nutzung.

Digitalisierung über Fotos der ALU-Platten

Angesichts der mit der Fotografie verbundenen Verzerrungsrisiken wird als Transformationsmethode im Allgemeinen das affine Verfahren gewählt. Ansonsten ist die Vorgehensweise dieselbe wie mit den Originalplatten.

Kartonpläne

Der Fall der halbgrafischen Vermessungen auf Kartonplan kommt den späteren qualitativ guten grafischen Vermessungen gleich. Auf einer Kartonunterlage hängt der Verzug von der Richtung ab, in der die Kartonfasern verlaufen. Als Transformationsmethode wird im Allgemeinen das affine Verfahren gewählt. Die Transformationsprozedur ist in Kapitel 6.8.2, dem Fall «mit Koordinatennetz» beschrieben.

6.8.2 Provisorisch anerkannte grafische Vermessungen

Pläne mit Koordinatennetz oder Kreuzen

Ermittlung des Verzugs

Der Verzug der Pläne wird mit Hilfe des ursprünglichen Koordinatennetzes bestimmt. Ist ein Mittelkreuz eingezeichnet, so kann es ebenfalls zur Ermittlung des Verzugs dienen. Im Allgemeinen jedoch reicht das Kreuz allein nicht aus. Idealerweise kann man für einen Plan 50 cm x 70 cm auf etwa zehn gut verteilte Punkte zählen, um den Verzug zu berechnen. Die Korrektur des Verzugs erfolgt mit Hilfe der affinen Transformation.

Im Allgemeinen ist es mit dieser Transformation nicht möglich, die Koordinaten im Landessystem zu gewinnen, sondern bestenfalls in der Bonne'schen Projektion. Die Einpassung in den endgültigen Bezugsrahmen wird Plan für Plan mit Hilfe von im Gelände aufgenommenen Punkten vorgenommen oder unter Benutzung von LTOP, wo Pläne (als Koordinatensätze) zusammengefügt werden.

Pläne ohne jedes Koordinatennetz

Ermittlung des Verzugs

Eine Bestimmung des Verzugs «im Büro» ist im Allgemeinen nicht möglich. Auf dem Plan fehlen die zu seiner Bestimmung erforderlichen Elemente, selbst wenn am Planrand ein Massstabsbalken eingezeichnet ist.

Die örtlich aufgenommenen Passpunkte sind häufig weder in ausreichender Anzahl vorhanden noch hinreichend gut verteilt, um eine wirklich zuverlässige affine Transformation Plan für Plan zu ermöglichen. Folglich bevorzugt man eine Bestimmungsmethode, in der die verschiedenen Pläne miteinander verbunden werden (die weiter unten beschriebene LTOP-Methode). In allen Fällen ist insbesondere auf die Restklaffungen, auf die Plausibilität der Massstabsfaktoren (im Vergleich zum Massstabsfaktor einer Helmert-Transformation) und auf die Richtung der Affinitätsachsen (im Bezug zur Richtung der Fasern) zu achten.

Im Gelände aufgenommene Punkte

Die Bestimmung der für die Einpassung und die Montage der grafischen Pläne notwendigen Punkte müssen bestimmte Voraussetzungen wie ein grobmaschiges Festpunktnetz oder GNSS im Landessystem erfüllen, die nicht von vornherein gegeben sind.

Diese Passpunkte sind im Gelände aufgenommen nach folgenden Kriterien:

- gut festgelegte Punkte, klar materialisiert (Markzeichen, Bolzen, bündige Ecken von Mauern und Gebäuden),
- kleine Gruppen von benachbarten Punkten, idealerweise 3, um grobe Identifizierungsfehler leicht zu eliminieren, jedoch verbunden mit Zusatzkosten,
- an den Rändern der Pläne gelegene Punkte (um ihre Anzahl zu optimieren),
- Ursprungspunkte in den Bereichen, die wenigen Mutationen unterworfen waren, für Mutationen repräsentative Punkte in Gebieten hoher Nachführungsaktivitäten,
- gut verteilte Punkte, um Extrapolationen zu vermeiden und um lokale Verzerrungen zu berücksichtigen.

Einpassung und Montage mit LTOP

Im Kanton Waadt wurde vom Vermessungs- und Grundbuchamt *(SCRF, aktuell OIT)* und der *Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL)* in Zusammenarbeit mit swisstopo und der Privatwirtschaft eine Methode zur Einpassung und zum Zusammenfügen grafischer Pläne unter Verwendung der Software LTOP (Version GNSS) entwickelt. Die digitalisierten Koordinaten jedes Plans werden wie eine GNSS-Session betrachtet. Im Zuge der Berechnung können die Pläne untereinander zusammengefügt und die Parameter der verschiedenen Helmert-Transformationen angegeben werden, die jeden Plan bestmöglich dank der Auswertung des ganzen Planwerks transformieren.

Definitionen: die **Passpunkte** sind diejenigen Punkte, welche im Landessystem und auf einem oder mehreren Plänen bekannt sind; die **Verknüpfungspunkte** sind die Punkte an den Grenzen zwischen zwei oder mehreren Plänen, die jedoch nicht im Landessystem bekannt sind.

Ablaufschema

1. Definition des technische Einpassungsgebiets

Es kann vom Gebiet des zugeordneten Loses verschieden sein. Dort, wo das Gebiet des Loses noch nicht numerisierte grafische Vermessungen berührt, muss der technische Perimeter mindestens eine Reihe von Plänen derselben zusammenführen. An den Grenzen der numerischen oder der bestehenden numerisierten Vermessungen sind Passpunkte auszuwählen.

2. Passpunkte

Bestandesaufnahme und Identifizierung der bestehenden Passpunkte und der örtlich zu bestimmenden Punkte. Zu den bestehenden Punkten gehören die Festpunkte aller Ordnungen (Triangulation, Polygone, SBB-Punkte usw.) sowie die aus anderen Aufnahmen hervorgegangenen Detailpunkte. Diese Punkte sind entweder direkt oder als Anschlusspunkte für Neuaufnahmen verwendbar.

3. Verknüpfungspunkte

Auswahl und Identifizierung einer gewissen Anzahl von Verknüpfungspunkten an den Rändern der Pläne, die gleichmässig über das Gebiet verteilt und auf jedem Plan an möglichst geeigneten Stellen festgelegt werden sollen (Punkte an Bachläufen möglichst vermeiden). Ein Punkt alle 100 bis 200 m auf dem Gelände genügt. Man verwendet nicht alle Punkte des Perimeters, da die Anzahl der Punkte im Programm LTOP begrenzt ist, und da der Umfang des Zusammenbaus und der Berechnung hierdurch unnötig zu gross würde.

4. Punkte zur Reproduktion der mittels LTOP errechneten Transformation

Um die mittels LTOP errechneten Transformationsparameter für jeden Plan exakt reproduzieren zu können, sind 2 oder 3 (in der Praxis 4) (virtuelle) Sollpunkte in lokalen Koordinaten (so, wie sie digitalisiert wurden) vorzusehen, die den zu digitalisierenden Inhalt umschliessen.

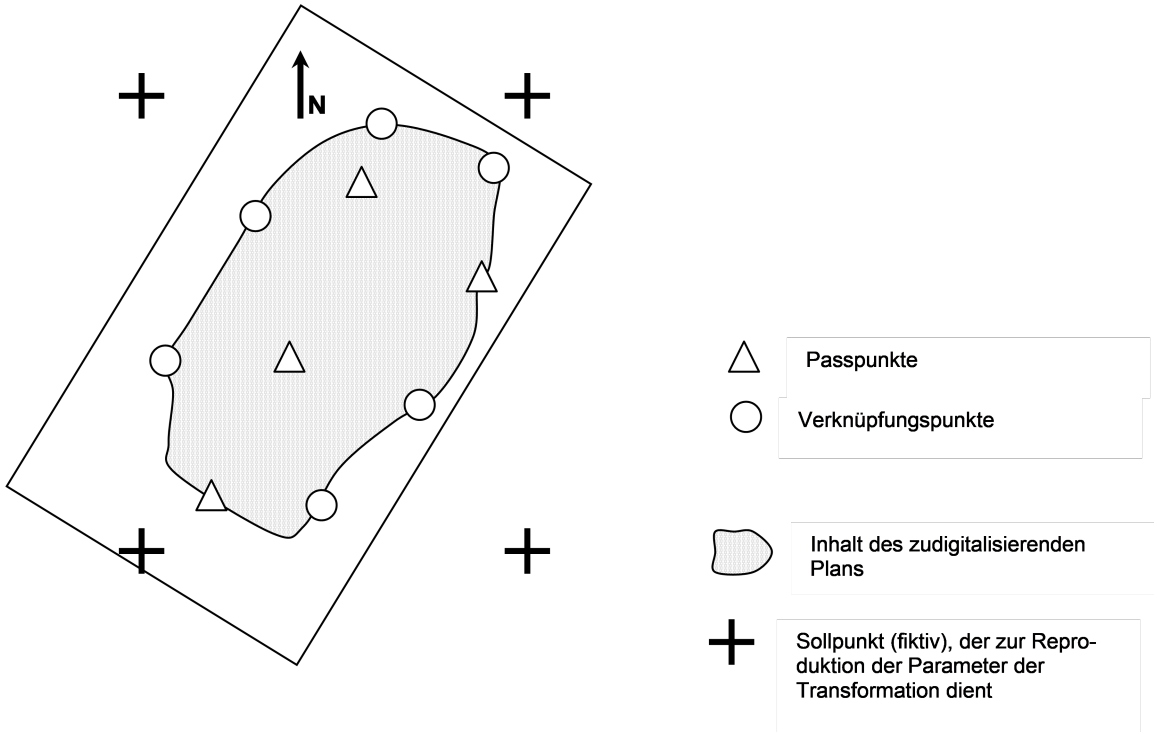


Abb. 54: Lage der Sollpunkte

5. Digitalisierung und Transformation der Perimeter und der Passpunkte für sämtliche Pläne

Mit dieser Operation lassen sich Näherungskoordinaten im Landessystem gewinnen. Diese Koordinaten dienen als vorläufige Koordinaten für die Ausgleichung sämtlicher Pläne mittels LTOP.

6. Ausgleichung der Pläne untereinander

Berechnung der Ausgleichungs- und Transformationselemente aller Pläne mittels LTOP.
Fehler a priori (Waadtländer Norm 3805):

Massstab	Theoretische Standardabweichungen
1:500	150 mm
1:1000	300 mm
1:2000	600 mm
1:4000	1200 mm
1:5000	1500 mm

Einzuhaltende Bedingungen:

- w_i kleiner als 3.5,
- Quotienten kleiner als 1.5.

Es kann zweckmässig sein, diese Operation in kleinere Komponenten zu zerlegen, um die Analyse der Fehlermeldungen zu erleichtern, wobei man möglichst mit den grossen Massstäben (1:500) beginnt. Am Ende der Analyse werden die Komponenten zwecks Gesamtausgleichung wieder zusammengeführt. Das Programm LTOP berechnet für jeden Plan (Session) die Parameter der Transformation.

7. Berechnung der Landeskoordinaten der Perimeter

Auf der Grundlage der LTOP-Ausgleichung wird über die fiktiven Punkte die Helmert-Transformation der Perimeter vorgenommen, um die Landeskoordinaten der anderen Punkte jedes einzelnen Planperimeters zu bekommen. Diese Koordinaten werden in Abhängigkeit vom Massstab des Originalplanes gewichtet gemittelt und stellen dann die offiziellen Koordinaten dar, die zur Einpassung des restlichen Inhalts und zur Inkraftsetzung im Grundbuch dienen.

Die ersten Erfahrungen wurden gesammelt, indem man sämtliche, an den Rändern gelegenen Punkte als Verknüpfungspunkte verwendete. Mit einer enger gefassten Punktauswahl lässt sich die mühselige Arbeit der Nummerierung und der Fehleranalyse jedoch entscheidend vereinfachen und bringt dennoch befriedigende Ergebnisse hervor. Die überzähligen Punkte werden dann gemäss der weiter oben beschriebenen «halbgrafischen» Methode numerisiert.

Digitalisierungsstrategien

Für die provisorische Numerisierung der grafischen Pläne sind mehrere Strategien zur Digitalisierung möglich.

A priori / A posteriori Digitalisierung

Zunächst Digitalisierung der Pläne in (möglichst verzugskorrigierten) lokalen Koordinaten, dann Feldaufnahme der erforderlichen Einpassungen und Ausgleichung/Transformation mittels LTOP. Die lokalen Koordinaten können für die Suche nach Einpassungen verwendet werden.

Zunächst Feldaufnahmen, dann Digitalisierung der für die Ausgleichung/Transformation erforderlichen Elemente auf den Plänen. Die Suche nach Punkten erfolgt mithilfe von Koordinatenabgriffen aus Kopien der Originalpläne.

Digitalisierung in einem / zwei Schritten

Digitalisierung des gesamten Planinhalts in lokalen Koordinaten in einem Zug, möglichst mit korrigiertem Verzug.

In einer ersten Phase werden zunächst nur die Perimeter, die Montage- und die Passpunkte digitalisiert. In einer zweiten Phase und nach LTOP-Ausgleichung wird dann der restliche Inhalt des Planes digitalisiert (zweimaliges Einrichten der Pläne auf dem Tisch).

Vorteile (+) und Nachteile (-)

+ Die Vorgehensweise der Digitalisierung des gesamten Inhalts in einem Arbeitsschritt ist immer akzeptabel, unabhängig davon, ob die Feldarbeiten der Digitalisierung vorausgehen oder ihr folgen. Zwar ist die Ausgleichung hierbei erst nach der Digitalisierung des gesamten Inhalts aller Pläne möglich. Die Pläne werden jedoch nur einem einzigen Arbeitsgang unterzogen.
- Die Vorgehensweise mit zwei Digitalisierungen ist nur gerechtfertigt, wenn die Feldarbeiten der Digitalisierung vorausgehen. Sie gestattet eine rasche Digitalisierung der für die Ausgleichung erforderlichen Elemente, ohne die Digitalisierung des gesamten Inhalts aller Pläne abwarten zu müssen. Hingegen müssen die Pläne zwei Arbeitsgängen unterzogen werden.

6.8.3 Integration von örtlich sehr begrenzten Elementen in einen numerischen Bezugsrahmen

Bei einer Vermessung kann man festlegen, dass bestimmte einzelne Elemente – wie etwa die Knickpunkte einer Trennwand im Innern eines Hauses oder ein Punkt, der sehr schwer zugänglich geworden ist (z.B. im Wald) usw. – nicht aufgenommen, sondern aus bestehenden alten Dokumenten entnommen werden. Hier ist also die Rede von **einzelnen Elementen geringer Anzahl**, für die **vereinfachte Methoden** völlig ausreichend sind (keine Verwendung von Programmen wie LTOP oder

TRANSINT). In diesem Fall bieten sich dem Bearbeiter zwei Lösungen an: die Berechnung oder die Digitalisierung.

Durch Berechnung

Wenn Daten aus genügender Aufnahme noch existieren, lassen sich die Punkte direkt im neuen nationalen Bezugsrahmen berechnen. In diesem Fall ist keine Transformation auszuführen. Mitunter ist es jedoch erforderlich, die alten Aufnahmen in einem lokalen Bezugsrahmen zu berechnen. In diesem Fall transformiert man die lokalen Koordinaten mit einer Helmert-Transformation und mit Hilfe von Passpunkten, die in beiden Bezugsrahmen bekannt sind. Eine Berechnung durch «Freie Station» ist ebenfalls denkbar. Mit einer optischen Kontrolle (Auftragen des Ergebnisses und Vergleich mit dem Original) wird der Vorgang im Minimum vervollständigt.

Durch Digitalisierung

Die Praktiker sind sich bewusst geworden, dass sich die Berechnung von Elementen einzelner Aufnahmen, die in einem teilnumerischen Bezugsrahmen fehlen, unter dem Gesichtspunkt der Stückkosten häufig verbietet. Die Suche nach Messungen und exakten Bezügen für den Anschluss der Aufnahme erweisen sich oft als sehr mühselig.

Die gegenwärtigen Programme setzen Bedingungen voraus, die seinerzeit bei den alten Aufnahmen nicht gefordert waren, wodurch sich die Berechnungen undurchschaubar und schwierig gestalten. Der Umstand, dass die früheren Massstabsfaktoren kaum bekannt sind und dass sich die Ergebnisse an der Grenze der heute üblichen Toleranzen bewegen, sprechen eher für die Vervollständigung durch Digitalisierung. Die zu digitalisierenden Elemente werden auf der Grundlage nahe gelegener Punkte (Koordinatennetz, PP oder Detailpunkte) eingepasst und mit Hilfe einer Helmert- oder Affintransformation transformiert. Um diese Ergebnisse von den anderen aus Messungen direkt berechneten Daten unterscheiden zu können, erlauben die Attribute LageGen und LageZuv des Datenmodells DM.01-AV eine Qualifikation der Daten und damit eine Spur zu ihrer Entstehung zu bewahren.

6.9 Transformation von gescannten Bildern (Rasterdaten)

Die Grundelemente gescannter Bilder (Rasterdaten) von Fotos oder Plänen sind «Pixel» (picture element): diskrete und regelmässige, normalerweise orthogonale Vierecke ohne Überlappungen.

Die Rasterdaten haben eine punktuelle Bedeutung (die Information trifft das Mittel des Rasters) oder einen flächendeckenden Sinn (die Attribute betreffen die ganze Zelle).

In einer Studie untersuchten (Nebiker et al., 2002) die verbreiteten Verfahren zur Georeferenzierung und zur geometrischen Transformation von Rasterdaten. Zudem untersuchten sie, inwiefern sich die lineare Transformation mit finiten Elementen auch für die Transformation von Rasterdaten eignet. Mit der Implementierung einer Prototypsoftware 'dilas – Raster Transformation' zeigten sie die Anforderungen an eine softwaremässige Umsetzung auf und untersuchten die in der Praxis erzielbaren Resultate.

Die geometrische Transformation von Rasterdaten besteht aus zwei Komponenten: 1. der Koordinatentransformation und 2. dem Resampling der Pixelwerte, d.h. der Wertezuweisung bzw. Werteinterpolation. Die eigentliche Koordinatentransformation ist identisch mit der geometrischen Transformation von Punkt- oder Vektordaten. Jedoch ergibt die Transformation einer in einem Startsystem ganzzahligen Pixelposition (Zeile, Spalte) in aller Regel eine nicht-ganzzahlige Position im Zielsystem. Dadurch ergibt sich die Problematik der optimalen Zuweisung bzw. der Interpolation von Pixelwerten. Diese Wertezuweisung wird als Resampling bezeichnet. Die Wahl des Resamplingverfahrens (nächster Nachbar, bilineare oder bikubische Interpolation) wird neben der geforderten Bildqualität auch vom Inhaltstypus des Rasters bestimmt.

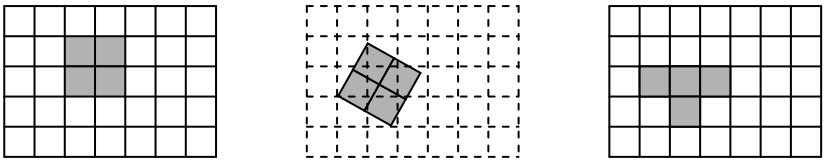


Abb. 55: Wirkung einer Rotation über Rasterdaten

Die Hauptunterschiede zwischen einer Raster- und einer Vektortransformation liegen also im zusätzlichen Resampling-Prozess, in der Transformation der Rasterobjekt-Umrisse und in einem um Faktoren grösseren Rechenaufwand.

Bei einer Rastertransformation auf der Basis finiter Elemente (FINELTRA) liegt ein Rasterobjekt oft in mehreren Dreiecksmaschen (vgl. Abb. 56). Dabei weist jede Polygonfläche einen eigenen Satz an Transformationsparametern auf.

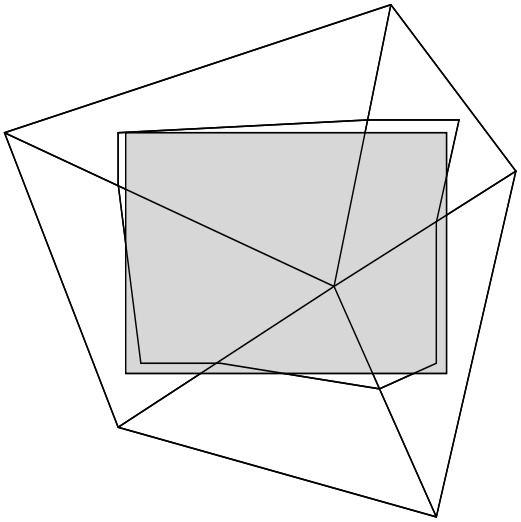


Abb. 56: Überlagerung eines zu transformierenden Rasterobjekts (grau) mit der Dreiecksvermaschung und dem transformierten Objektrumriss (ausgezogen).

Der Rastertransformationsprozess beginnt mit einer Transformation des Umrisses des Rasterobjekts (vgl. Abb. 56) und der Definition eines 'optimalen' neuen Rastergitters. Die eigentliche Rastertransformation erfolgt dann mittels Rückwärtstransformation, wobei die Rasterzellen jeder Polygonfläche mit einer Affintransformation und jeweils einem eigenen Parametersatz pro Masche abgebildet werden. Diese strenge Transformation ist relativ aufwändig.

Als Alternative ist daher in einigen Fällen auch der Einsatz von Näherungsverfahren (Transformation der Metadaten ohne Rastertransformation oder globale Rastertransformation mit Hilfe eines mittleren Transformations-Parametersatzes) sinnvoll.

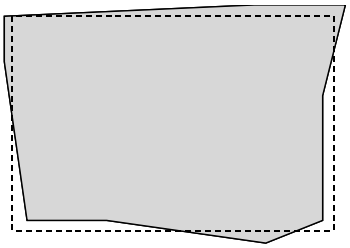


Abb. 57: Originalgrundriss (gestrichelt) und transformierter Grundriss (ausgezogen)

Softwaremässige Umsetzung

Zurzeit beschränkt sich die Rastertransformationsfunktionalität der meisten Softwarepakete auf globale Verfahren (Helmert, Affin). Vereinzelt sind aber auch schon Systeme im Einsatz, die neben der Transformation von Einzelrastern auch die strenge, zwangsfreie Transformation von beliebig grossen Rastermosaiken erlauben.

Resultate und Schlussfolgerungen aus ersten Untersuchungen

Die lineare Transformation mit finiten Elementen ist auch für die Transformation von Rasterdaten uneingeschränkt geeignet und sinnvoll. Sie erlaubt einen zwangsfreien Übergang in den neuen Bezugsrahmen und ermöglicht die nachhaltige Nutzung bestehender Rasterdatensätze.

Bei Rasterobjekten mit einer geringen bis mittleren Auflösung ist der Einsatz von Näherungslösungen eine sinnvolle Alternative. Dies gilt insbesondere für die Transformation der Georeferenzierungsdaten, welche keine eigentliche Rastertransformation erfordert.

In der Praxis wird man daran interessiert sein, Rasterobjekte im Zielsystem so zu erzeugen, dass sie eine vorgegebene Lage und Ausdehnung erhalten, z.B. Rasterbilder mit einer 1kmx1km-Ausdehnung und einer Begrenzung durch die Kilometergitter des Zielsystems. Mit diesem Ansatz ist eine optimale Verwendung der transformierten Rasterobjekte in sämtlichen GIS gewährleistet. Der Ansatz verlangt allerdings nach einer Rückwärtstransformation, bei welcher in aller Regel mehrere georeferenzierte Input-Dateien erforderlich sind. Die Untersuchungen der geometrische Genauigkeit der Rastertransformation ergaben eine manuelle Digitalisiergenauigkeit in der Grössenordnung von ca. 0.25 Pixel vor und ca. 0.3 Pixel nach der Transformation, was einem Genauigkeitsverlust in der Grössenordnung von 10-20 % der Pixelgrösse entspricht.

Die Wahl eines geeigneten Rastertransformationsverfahrens ('FINELTRA', Affin / Helmert oder Transformation der Metadaten) hängt ab vom Verhältnis zwischen der Pixelgrösse und der Grössenordnung der lokalen Restfehler innerhalb des Projektperimeters. Bei Datensätzen mit nationaler Ausdehnung empfiehlt sich eine zwangsfreie, strenge Transformation mit finiten Elementen bei einer Pixelgrösse von weniger als 3-5 Metern; bei lokalen bis regionalen Rasterdatensätzen bei einer Pixelgrösse von 0.5 Metern oder kleiner.

Bei der softwaremässigen Umsetzung der Transformation mit finiten Elementen erfordert die Implementierung der Rasterdatenhandhabung und der verschiedenen Resamplingverfahren einen deutlich höheren Aufwand als die reine Koordinatentransformation, wie sie beispielsweise in FINELTRA implementiert ist.

Zusammengefasst bleibt die Manipulation gescannter Bilder eine anspruchsvolle Aktion, sei es hinsichtlich der Grösse der Dateien, der Bilddeformationen oder der Verfälschung des Rasterinhaltes.

6.10 Transformation von komplexen Daten der Informationssysteme

Mit den geometrischen Transformationen können die Koordinaten geändert werden, die den als solche identifizierten Punkten zugeordnet sind. Dies bedeutet, dass die Landinformationssysteme, welche die Daten verwalten, in der Lage sein müssen, Transformationen durchzuführen, das heisst:

- die Transformationen in ihre internen Funktionen (vollständige Dateien oder Punktdateien) zu integrieren,
- ihre Daten zur Bearbeitung zu exportieren und wieder in ihre eigene Struktur zu übernehmen.

Mit den meisten der heutigen Systeme ist das Bearbeiten von Koordinaten mit Hilfe elementarer (Helmert- oder Affin-)Transformationen und einer (Polynom- oder anderen) Interpolationsmethode möglich. Diese Funktionen eignen sich sehr gut für Daten, die im Zuge von Erfassungen gerade in das System importiert werden.

Für eine völlige Änderung der Gesamtheit der im System enthaltenen Koordinaten sind sie weniger geeignet. Insbesondere Rundungsfehler wirken sich auf die topologischen Beziehungen zwischen den Objekten aus. Ein System, das topologische Beziehungen auf rechnerischem Wege herstellt, muss eine Toleranzmarge einräumen, um transformierte Daten nutzbar zu machen. Ansonsten ist eine systematische Rekonstruktion der Topologie unumgänglich.

Die Variante, eine «exotische» Methode (wie etwa FINELTRA oder TRANSINT) für eine grundlegende Modifizierung des Referenzrahmens sämtlicher enthaltenen Daten zu nutzen, ist noch problematischer.

Die Fähigkeit zum Export der Gesamtheit der im System enthaltenen Daten und der anschliessenden Reintegration in das System erfordert ein Modul, das in der Lage ist, über eine Standardschnittstelle (beispielsweise vom Typ AVS/INTERLIS) Operationen vom Typ TRANSINT oder FINELTRA auszuführen. Dies macht beispielsweise das von swisstopo zur Verfügung gestellte Programm REFRAME. Hinter dieser Problematik versteckt sich im Grunde das Problem der Aktualisierung der Informationssysteme, die direkt mit der amtlichen Vermessung zusammenhängen, insbesondere jedoch das Problem der Aktualisierung der Systeme der Nutzer (Elektrotechniker, Gemeinden usw.).

6.11 Erneuerung und Integration der Vermessungen in LV95

Der Staatsrat des Kantons Wallis hat an seiner Sitzung vom 24. August 2004 beschlossen, LV95 schon ab 1. September 2005 als offiziellen Bezugsrahmen der Vermessungen und der Gesamtheit der amtlichen georeferenzierten Walliser Daten einzuführen. Das Wallis ist somit zum ersten Schweizer Kanton geworden, der den neuen Bezugsrahmen einführt und hat somit eine Pilotrolle in dieser Angelegenheit übernommen.

Die unmittelbare Folge dieses Entscheids war, dass die Gesamtheit der Vermessungsarbeiten zwingend in LV95 auszuführen ist: Ersterhebungen, Erneuerungen, Nachführungen.

Denn für die neuen Daten, die nach dem Entscheid erhoben werden, tritt man einfach ein ins Zeitalter von Erhebungen, die sofort in absoluter Lage bekannt sind und keine lokale Einpassung mehr benötigen. Die Numerisierung der alten Daten und ihre Integration in LV95 hat eine Reihe von neuen technischen Verfahren vorausgesetzt, mit denen neue Messungen harmonisiert und alte Daten wieder hergestellt werden, was mit einer Folge von Probleme verbunden ist, die zu lösen sind.

Das kantonale Amt für Geomatik (der Dienststelle für Grundbuchämter und Geomatik) hat im September 2005 eine allgemeine Richtlinie für die «Integration bestehender und neuer Vermessungen in den Referenzrahmen LV95» erlassen und für alle Vermessungsfachleute eine allgemeine Fortbildung über diese Richtlinie und die offenen Probleme der Transformationen in die Wege geleitet. Diese Richtlinie beschreibt im Detail die einzuführenden Strategien für die Behandlung heterogener Daten in LV95. Im Besonderen die anzuwendenden Lösungen und Hierarchien angesichts verschiedener Vermessungen, die zu erreichenden qualitativen Ziele, als auch die verfügbaren wichtigsten Werkzeuge, sowie die Behandlung der Abweichungen ausserhalb der Toleranz und der Gebiete permanenter Verschiebungen. Sie ist im Mai 2006 durch eine zweite Richtlinie «**Transformation halbgrafischer Vermessungen in den neuen Bezugsrahmen LV95**» vervollständigt worden. Diese beschreibt im Detail die möglichen Methoden, wie man bestehende teilnumerische Daten in LV95 integriert.

Die **Erneuerung der LFP3-Netze** wird zum Thema. Sie erfolgt durch partielle Erhebung der alten noch brauchbaren PP in LV95.

Für die **Integration von alten Daten** – die von diesen erneuerten Netzen abhängen – **mittels Transformation** stehen den Auftragnehmern drei Möglichkeiten zur Auswahl: Transformation in Funktion der Daten, der lokalen Bedingungen oder der verfügbaren Werkzeuge. Zuerst wird eine Reihe von Kontrollgrenzpunkten erhoben und einer «Diagnosetransformation» mithilfe der offiziellen kantonalen Transformation (konform mit CHENyx06) unterworfen. Dies ermöglicht es, die Qualität der Integration

mit einer Analyse der Abweichungen zu qualifizieren. Dann ist die definitive Feinintegration der Detaildaten, die vorher mit der kantonalen Transformation ungenügend in LV95 integriert waren, mit 3 Mitteln möglich:

- Interpolation der Restklaffungen (nach CHENyx06)
- lokale ad hoc Transformation (Helmert oder Affin), gefolgt von einer Interpolation
- lokale «ad hoc» FINELTRA Anwendung, die in der betroffenen Zone CHENyx06 ergänzt.

Die Genauigkeitsanforderungen sowie eine detaillierte Beschreibung der technischen Unterlagen für die Verifikation (einschliesslich Anforderungen an die Pläne der Restklaffungen) vervollständigen diese Richtlinie.

Beide Richtlinien zeigen mögliche Lösungselemente für die praktischen Probleme, mit denen die Geometer der ganzen Schweiz in den nächsten Jahren konfrontiert sein werden.

6.12 Transformation von Geodaten in Folge von Fixpunktnetzerneuerungen

Seit dem Jahr 2000 bedecken alle Daten der AV das gesamten Genfer Hoheitsgebiet. In einem Anerkennungsvorhaben von Daten der «halbgrafischen» Vermessungsdaten auf den AV93-Standard sind seither die Arbeiten der **Fixpunkterneuerung** (LFP3) in Angriff genommen worden.

Dabei stellten sich zwei Probleme:

- Umwandlung nicht nur der Vermessungsdaten **auf die Grundlage der neuen Netze**, sondern auch der Geodaten anderer Datenverwalter (Kataster der belasteten Standorte, Kataster unterirdischer Leitungen usw.). Auf diese wirkt sich eine Transformation der Daten der amtlichen Vermessung aus.
- Hunderte von Objekten sollen transformiert werden, die klassischen Transformationsprogramme arbeiten aber «Punkt für Punkt». In der Regel muss man die Punkte für eine Transformation extrahieren, anschliessend wieder Objekt für Objekt der Art «Linie» oder «Fläche» bilden.

Ein Transformationsprogramm FINELTRA wurde 2005 entwickelt, das jede Art von Geodaten behandeln kann. Diese Erweiterung, «**Konverter**» genannt, wandelt jede Art von Vektorobjekten (im ESRI Format) und Rasterbilder von einem Bezugsrahmen in einen anderen um und berücksichtigt die FINELTRA Transformationsparameter.

Die CHENyx06-Parameter für den Übergang in den Bezugsrahmen LV95 sind endgültig. Sie wurden in Festpunktnetzen entwickelt, die sich in oder vor einer Erneuerung befanden. Es galt eine Lösung zu finden, die es ermöglicht, jederzeit mit den offiziellen Dreiecken in den Bezugsrahmen LV95 zu wechseln und dabei die AV93-Anerkennungsarbeiten mit ihren vielfachen Erneuerungen weiterzuführen.

Das Umfeld für eine Geodatenverwaltung wird durch die Softwarepakete von ESRI ArcMap, ArcCatalog gebildet. Die Geodaten befinden sich auf einem Server, der mehreren Dienststellen der kantonalen Verwaltung dient. Dieser Server umfasst einen grossen Teil der Daten, die das Genfer Geoinformationssystem bilden (nachstehend SITG genannt).

Die Integration eines alten Netzes auf die neuen Bestimmungen im Bezugsrahmen LV95 ist gemeindeweise organisiert, mit folgenden Etappen:

1. Bestimmung des neuen LFP3-Netzes in LV95.
2. Überführung des alten LFP3-Netzes in LV95 mit CHENyx06.
3. Vergleich der identischen Punkte der beiden Netze im Bezugsrahmen LV95.
4. Ad hoc FINELTRA-Dreiecke bilden für den Übergang vom alten zum neuen Netz, um die Verzerrungen zu verringern.
5. Alle Daten mit den offiziellen Dreiecken von LV03 auf LV95 überführen.
6. Diese Daten mit den ad hoc Dreiecken konvertieren, um sie ins erneuerte Festpunktnetz zu integrieren.

7. Die erhaltenen Daten in die vorhergehende Etappe zurückführen – mittels der offiziellen Dreiecke im Bezugsrahmen der derzeitigen Datenverwaltung LV03.
8. Bereit sein, jederzeit mithilfe der offiziellen Dreiecke in den Bezugsrahmen LV95 zu wechseln.

Diese Lösung ermöglicht es, eine sehr grosse Datenmenge in ein paar Tagen zu behandeln. Bis heute hat die kantonale Direktion der amtlichen Vermessung (DCMO) die Transformationen in zwei Sektoren ausgeführt und dabei mehrere Gemeinden neu geordnet. Diese wiesen Restklaffungen in der Grössenordnung von durchschnittlich 6 cm und maximal 20 bis 25 cm zwischen transformierten und neu bestimmten Daten auf.

Die Transformationen der Daten der AV haben Auswirkungen auf die auf den AV-Objekten aufbauenden Geodaten anderer Datenverwalter, die eine gleichwertige Genauigkeit wie die AV- Spezialisten fordern. Beispielsweise könnte ein belasteter Standort nach einer Transformation ebenfalls eine Nachbarparzelle um einige Millimeter betreffen, wenn er durch die nahen Grenzen einer Parzelle definiert ist. Das gleiche Problem stellt sich für die Berechnungsgrundlage der Dienstbarkeiten, die von der DCMO verwaltet werden.

Daher wurde festgelegt, welche Objektklassen die gleichen Transformationen wie die Objekte der AV durchlaufen müssen.

Ein erstes Transformationsgebiet wurde im Mai 2006 bearbeitet und umfasste 4 Gemeinden mit insgesamt mehreren hunderttausend Objekten.

Die **Vorbereitung** war:

1. Die Definition der ad hoc-Dreiecke verbunden mit der Definition eines Einflussgebietes für die Verteilung der Klaffungen zwischen dem neuen und dem bestehenden Netz um den Perimeter herum.
2. Die Information an die betroffenen Datenverwalter über den zu transformierenden Perimeter und die Prozessplanung.
3. Der Aufbau eines internen Verfahrens für die Behandlung der Integration von bearbeiteten Mutationen auf der Grundlage der alten Elemente und eingebettet in den neuen Bezugsrahmen.
4. Die Zustandsdokumentation über die Daten vor der Transformation.

Die **Umformungen** erfolgten in einer lokalen Geodatenbank im offline Mutationszustand. Jede Etappe wurde gesichert, um die Verschiebungsvektoren der einzelnen Objekte wieder zu finden. Nach einer **Verifikation** der umgeformten Daten wurden sie in die rechtsgültige Datenbasis integriert und kontrolliert.

Zweierlei Probleme tauchten auf:

1. Die Anzahl der umzuformenden Objektpunkte; der Konverter akzeptierte bis zu 32'000 Punkte pro Objekt. Diese Grenze musste angehoben werden.
2. Die Zahl der Objekte, die pro Geodatenbank konvertiert werden konnte, war auf rund 55'000 Objekte begrenzt. Die Lösung bestand darin, die Geodatenbanken zu vervielfachen und dabei die Objektmenge besser zu verteilen.

Diese Probleme des Datenvolumens bewirkten eine Verlängerung der Bearbeitungszeit. Ohne diese Klippe wäre es möglich gewesen, den ganzen Sektor in zweieinhalb Tagen zu behandeln.

Es sei daran erinnert, dass die FINELTRA-Transformation die geometrischen Bedingungen nicht erhält. Deshalb müssen hier und da manuelle Korrekturen an einzelnen Objekten durchgeführt werden. In der Tat, ein Gebäude, eine Mauer oder andere Objekte an Parzellengrenzen (aber nicht in diese integriert), kann sich andernfalls nach der Transformation in die benachbarten Parzelle hinüber erstrecken.

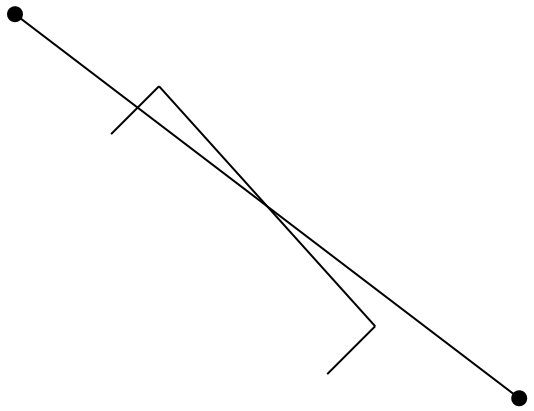


Abb. 58: Überlappung nach einer Transformation

Die DCMO hat eine effiziente und wirtschaftliche Methode eingerichtet, um die Geodaten schnell anzupassen, nachdem die Bezugsobjekte geometrisch verändert wurden. Diese Erfahrungen zeigen auch, dass es der von der DCMO entwickelte Konverter erlaubt, der Transformation von Geodaten des SITG in ein neues Bezugsrahmen gelassener entgegenzusehen.

7 Konkrete Beispiele und Erfahrungen

7.1 Allgemeines

Jeder der Fälle wird in der Regel nach dem folgenden Schema präsentiert:

- Art des Falls und Identifizierung,
- Umfang der Arbeiten,
- Gewählte Lösung,
- Beurteilung der technischen Machbarkeit,
- Beurteilung der wirtschaftlichen Machbarkeit mit Texten, Berechnungen und schematischen Darstellungen.

7.2 Anpassung bestehender Vermessungen an die neue Triangulation im Kanton Waadt

Infolge der Einführung der neuen Triangulation im Kanton Waadt seit 1980 wurden diverse Transformationen an bestehenden Vermessungen vorgenommen, um diese in den neuen Bezugsrahmen anzupassen. Abweichungen von mehreren Dezimetern (DY von -31 bis +16 cm, DX von -18 bis +11 cm), die zudem von einem zum anderen Sektor stark variierten, konnten klar herausgestellt werden. An mehreren Orten erkannte man beträchtliche Bruchstellen (bis zu 10 cm innerhalb weniger hundert Meter).

7.2.1 Transformation der numerischen Vermessungsoperate im Kanton Waadt

Mehr als 75 numerische Vermessungslose, die 1980 im Kanton Waadt rechtskräftig waren und die mehr als 30 Gemeinden umfassten, wurden gemäss der in Kapitel 6.5 beschriebenen Vorgehensweise an die neue Triangulation des Kantons angepasst. In diesen Vermessungslosen wurden die Polygonpunkte (aktuell LFP3) in der Regel nach einem vereinfachten Verfahren ausgeglichen.

Arbeitsphasen

Feststellung der Anschlüsse an die neue Triangulation: die in beiden Bezugsrahmen bekannten Punkte und die Abweichungen klar aufzeigen.

Übersichtsplan der bestehenden Polygonzüge: Erstellung eines Netzplans, der die bereits gemessenen (Original- und Nachführungs-) Polygonzüge enthält, sowie Erfassung der Messungen.

Realisierung eines «grossmaschigen» Einpassungsnetzes mit Ermittlung der zusätzlichen Verknüpfungen zwischen der neuen Triangulation und bestimmten bestehenden Polygonen sowie einigen Detailpunkten zur Kontrolle.

Berechnung des «grossmaschigen» Netzes mittels LTOP.

Berechnung der vereinigten alten Netze in der neuen Triangulation mittels LTOP. Die im «grossmaschigen» Netz neu bestimmten alten PP dienen als Festpunkte.

Berechnung der Transformation und der Interpolation der Detailpunkte mittels TRANSINT auf der Grundlage der Abweichungen zwischen alten und neuen PP.

Vergleich zwischen den transformierten Koordinaten der Kontrollpunkte und den aus den Aufnahmen in dem grossmaschigen Netz erhaltenen. Statistische Angaben.

Einführung der neuen Koordinaten in das Grundbuch, mit (schrittweiser) neuer Zeichnung und Neuberechnung der Flächen. Die alten Flächen werden für das Grundbuch beibehalten. Die als technische Flächen bezeichneten neuen Flächen werden für sämtliche geometrischen Operationen verwendet.

Technische Machbarkeit

Technisch gesehen haben diese Arbeiten die Leistungsfähigkeit des Ausgleichungsprogramms LTOP für die Berechnung von Netzen und die Neuberechnung alter Netze sowie die des Programms TRANSINT für die Transformation und Interpolation grosser Punktmengen unter Beweis gestellt.

Es stellte sich heraus, dass die alten Netze aus der Ära vor der elektronischen Streckenmessung bis zu 20-mal ungenauer waren als moderne Netze (Winkel und/oder Strecken), wobei diese Netze bis zu 6-mal grössere Konfidenzellipsen aufwiesen.

Die wichtigsten technischen Schwierigkeiten waren:

- atypische Abweichung zwischen den neu erhobenen und den neu ausgeglichenen Koordinaten eines PP bei der Neuberechnung. Konsequenz: dies bedeutet praktisch, dass der Punkt Gegenstand einer «physischen» Verschiebung war und dass er bei der Neuberechnung der ursprünglichen Polygonzüge mittels LTOP als variabel betrachtet werden musste. Seine neu ausgeglichenen Koordinaten finden lediglich für die Transformation der umliegenden Detailpunkte Verwendung. In die endgültige Datei wird ein neuer Punkt mit den neu erhobenen Koordinaten eingeführt. Somit werden die alten Detailpunkte unter Verwendung des ursprünglichen Punkts transformiert, der zu ihrer Aufnahme gedient hat, und der Punkt im Gelände hat gleichwohl die Koordinaten, die seiner gegenwärtigen Lage entsprechen (einfache Verwaltung).
- Vermischung von ursprünglichen und Nachführungspolygonzügen mit divergierenden Abweichungen. Konsequenz: Auswahl der Polygonzüge mit der grössten Anzahl an Detailpunkten für die Transformation und differenzierte Bearbeitung der mutierten Punkte entsprechend den Angaben zu den Nachführungspolygonzügen (aufwändige Verwaltung).

Finanzielle Machbarkeit

Mehr als 1'000 neue LFP3 (grossmaschig) ermöglichten die Neuberechnung von mehr als 5'000 bestehenden Polygonpunkten sowie die Transformation und Interpolation von mehr als 150'000 Detailpunkten.

Für diese Einpassungs- und Transformationsarbeiten wurde eine Gesamtsumme von über 1 Mio. Franken ausgegeben (das Neuzeichnen der Pläne nicht inbegriffen).

Bei gut nachgeführten Vermessungen erwiesen sich die Transformationen als relativ einfach. Im Falle von stark und nicht immer durchgehend nachvollziehbar veränderten Vermessungen hingegen nimmt nicht nur die Qualität rasch ab, sondern die Lösung der auftretenden Schwierigkeiten wird auch enorm kostspielig.

Die Abschlussberichte zu diesen Arbeiten sind beim Vermessungsamt des Kantons Waadt erhältlich.

7.2.2 Numerisierung der halbgrafischen Grundbuchpläne des Kantons Waadt

Erste Operation: <u>Transformation des Koordinatennetzes</u>

Die provisorische Numerisierung der halbgrafischen Vermessungen von mehr als einem Drittel des Kantonsgebietes (1'000 km^2) machte zunächst die Transformation und die Interpolation des **Koordinatennetzes** der Pläne in der neuen Triangulation erforderlich.

In dieser Arbeitsphase werden die Parameter für die Transformation der halbgrafischen Koordinaten des Bezugsrahmens «alte Triangulation» der halbgrafischen Vermessungslose in den Bezugsrahmen der digitalen «neue Triangulation» der numerischen Vermessungslose bestimmt.

Diese Transformation beruht quasi ausschliesslich auf in der alten und neuen Triangulation bekannten Triangulationspunkten sowie auf Punkten numerischer Vermessungen an den Grenzen derselben. Für

sämtliche Punkte des Koordinatennetzes der bestehenden Pläne können somit den Auftragnehmern Einpassungskoordinaten entsprechend den Werten der neuen Triangulation bereitgestellt werden.

Arbeitsphasen

Abweichungen zwischen der alten und der neuen Triangulation deutlich herausstellen: vor allem für identische Triangulationspunkte und bekannte Polygonpunkte an der Grenze numerischer Lose in der neuen Triangulation (ausnahmsweise ergänzende Bestimmungen im Gelände).

Transformations- und Interpolationsberechnung mittels TRANSINT: Auswahl der Methode (je nach Fall Translation, Helmert, affin oder reine Interpolation) und Bereinigung von überflüssigen oder atypischen Punkten, Auswahl des Interpolationsradius.

Erstellung eines Koordinatenrasters (je nach Fall 50 oder 100 m Maschenweite) mit der Funktion Gitterbildung des Programms TRANSINT.

Ein Beispiel erlaubt einen besseren Einblick in diese Arbeit:

- bei einer Abweichung der neue Triangulation von der alten um durchschnittlich 20 cm werden aus den Koordinaten eines Koordinatennetzpunktes eines Plans in der alten Triangulation (z.B. 540'500.00 / 155'400.00) die Koordinaten (540'499.89 / 155'399.84) in der neuen Triangulation. **Die digitalisierten Punkte werden somit direkt mit diesen Werten in die neue Triangulation eingepasst.**

Bei der Interpolation der Restklaffungen können lokale Verzerrungen der Triangulation und der umliegenden Vermessungen berücksichtigt werden (Interpolationsradius R zwischen 150 und 300 m, teils auch kleiner, je nach Punktdisposition und Art der Abweichungen).

Technische Machbarkeit

Die Leistungsfähigkeit des Programms TRANSINT und seiner Funktion Gitterbildung konnte nachgewiesen werden.

Hauptsächliche technische Schwierigkeiten:

- Mangel an Passpunkten: die Variationen der Abweichungsrohwerte (Differenz zwischen alten und neuen Koordinaten) zwischen den verschiedenen Triangulationspunkten rühren sowohl von der Bestimmungsart als auch von der Verwendung (oder nicht) der alten Triangulationspunkte her und können je nach den örtlichen Bedingungen, dem Integrationsmodus und dem Bearbeiter stark schwanken; ein Bereich ohne Passpunkt kann nicht ohne Überprüfung entsprechend den umliegenden Werten interpoliert werden.
- entgegengesetzt gerichtete Abweichungen in der Triangulation: in diesem Fall muss ermittelt werden, unter dem Einfluss welcher Punkte die angrenzenden Vermessungen ausgeführt wurden; nicht verwendete Punkte müssen eliminiert werden; bei unlösbaren Widersprüchen ist der Interpolationsradius zu verkleinern.
- entgegengesetzt gerichtete Abweichungen an den Rändern: die Randbereiche der numerischen Vermessungen liefern mitunter eine zu hohe Punktkonzentration für konsistente Transformationen (angesichts der wenigen Triangulationspunkte) und / oder eine gut geglättete Interpolation (Interpolationsradius von einigen ’zig Metern für die numerischen Punkte an den Grenzen und einigen hundert Metern für die Triangulationspunkte); folglich muss eine gewisse Anzahl davon ausgewählt werden, um zu einer konsistenten Transformation und Interpolation zu gelangen.

Finanzielle Machbarkeit

Die vollständige (affine oder Helmert-) Transformation mit nachfolgender Interpolation kostet einige hundert Franken pro Los, einschliesslich der Bereitstellung einiger hundert bzw. tausend Koordinaten für die Verwendung des Koordinatennetzes als Passpunkte für die Numerisierung.

Fallbeispiele aus der Praxis und gefundene technische Lösungen

Trey (grafische Flurbereinigungspläne mit Koordinatenachsen, die als halbgrafisch betrachtet und bearbeitet wurden)

Trey ist eine Gemeinde, die im Kanton Waadt in einer Übergangszone der Triangulation an der Grenze zum Kanton Freiburg liegt. Die Abweichungen tendieren gegen Null, wenn man sich Freiburg nähert. Eine (affine oder Helmert-) Transformation ist folglich ungeeignet; es kam stattdessen eine **reine Interpolation** mit einem Radius von R = 400 m zur Anwendung.

Das Endprodukt ist die Datei mit den interpolierten Koordinaten der Koordinatennetzpunkte eines 100 m Rasters.

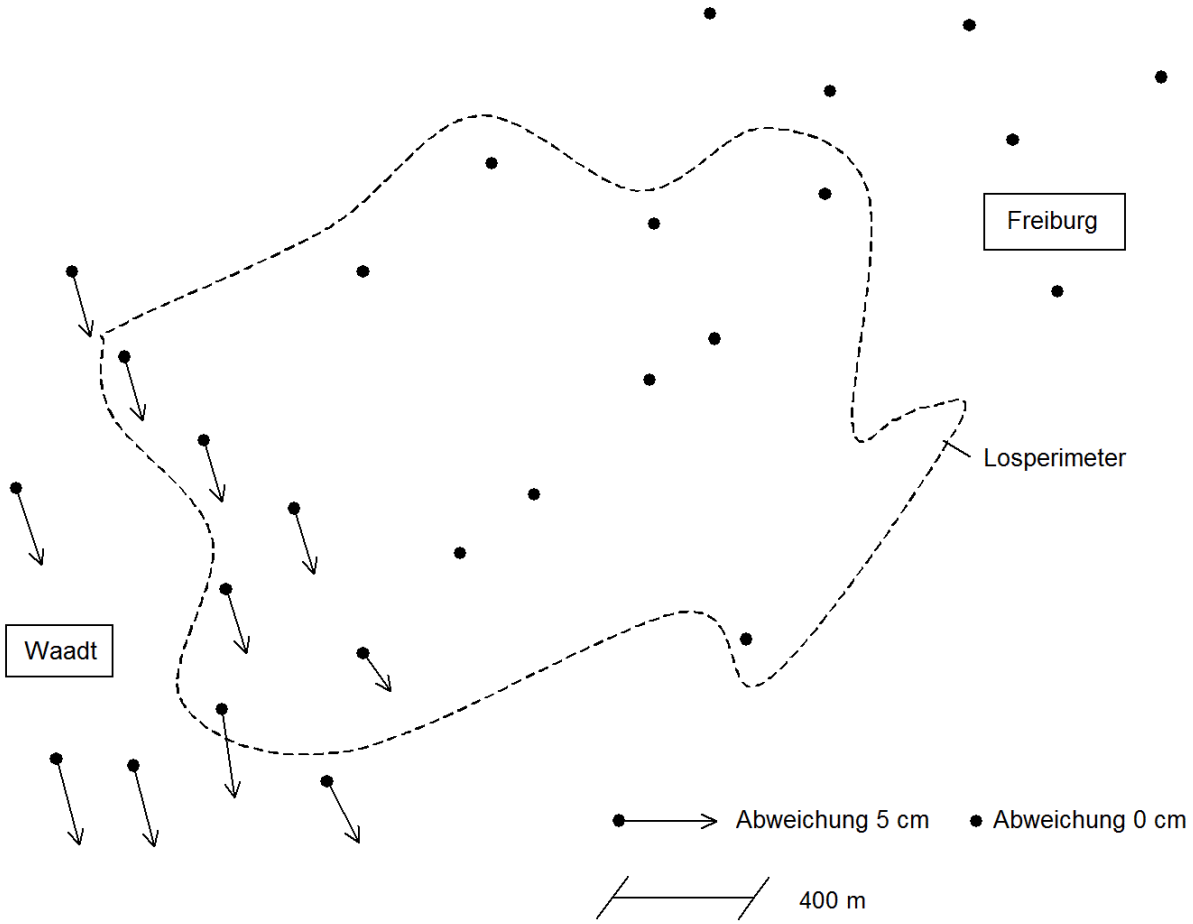


Abb. 59: Ursprüngliche Rohabweichungen, gültig für definitive Transformation (Trey)

<u>Villars-sous-Yens</u> (grafische Flurbereinigungspläne mit Koordinatenachsen, die als halbgrafisch betrachtet und bearbeitet wurden)

Im Westen der Gemeinde hat die neue Triangulation die alten Punkte nur wenig verwendet, was zu einer mangelnden Verknüpfung zwischen dem alten und dem neuen System führte. Gleichwohl existierten für diese Punkte bereits im neuen System interpolierte Koordinaten. Im östlichen Randbereich des Loses dienen einige Punkte des benachbarten Loses ebenfalls zur Einpassung.

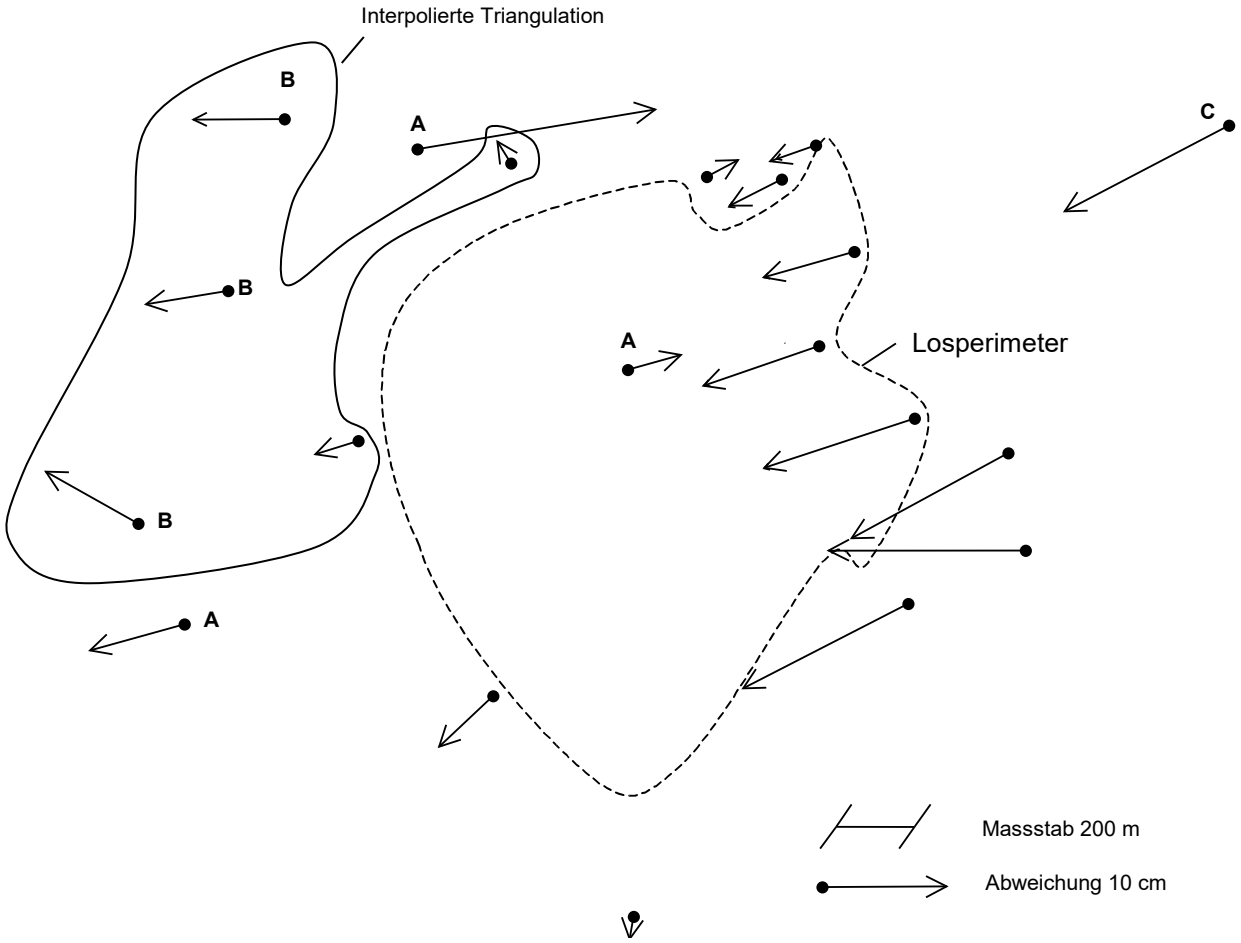


Abb. 60: Ursprüngliche Rohabweichungen (Villars-sous-Yens)

Die zu eliminierenden Punkte sind: **A** = Kirchtürme; **B** = entfernt liegende LFP1-2 mit interpolierten Koordinaten, während die anderen Punkte neu bestimmte Koordinaten haben; **C** = zu weit entfernt.

Die endgültige Version ist eine affine Transformation, gefolgt von einer Interpolation mit einem Radius von R = 100 m (mittels TRANSINT). In verschiedenen Operationen wurden «störende» Punkte gelöscht, die nötig gewesen wären. Dies macht die Operation aus Sicht der Zuverlässigkeit schwach.

Das Endprodukt ist die Datei mit den interpolierten Koordinaten der Punkte des Koordinatennetzes mit einem 100m-Raster.

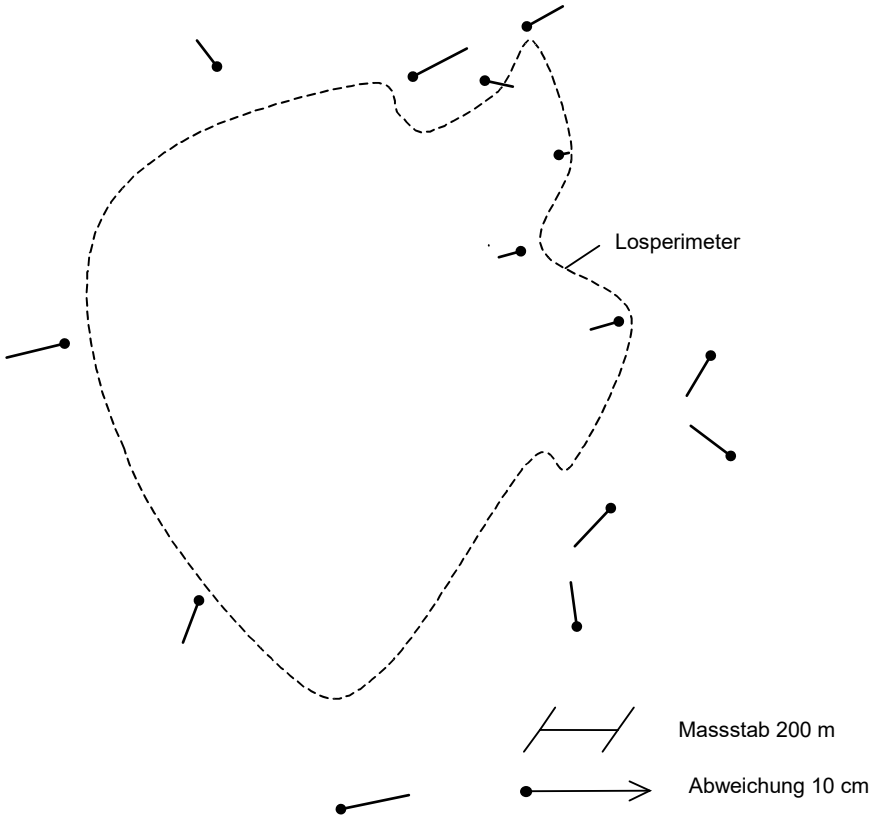


Abb. 61: Restklaffungen nach affiner Transformation (Villars-sous-Yens)

<u>Goumoëns</u> (grafische Flurbereinigungspläne mit Koordinatenachsen, die als halbgrafisch betrachtet und bearbeitet wurden (Abb. 62))

Die grafischen Flurbereinigungspläne von Goumoëns - Eclagnens wurden nach der halbgrafischen Methode mit grafischer Toleranz digitalisiert. Die Grenzen des Loses sind teilweise aus numerischen Vermessungen bekannt.

Im Innern des Loses wurden sehr wenige alte Punkte im neuen System neu erhoben, wodurch es unmöglich war, die Einpassung ausschliesslich über die Triangulationspunkte vorzunehmen. Hingegen enthielten die zu digitalisierenden Pläne Polygonpunkte, die im alten System bekannt waren und zur Einpassung verwendet wurden, sofern sie sich auf einer numerischen Grenze befanden. Dort, wo die PP fehlten und wo die Abweichungen überraschend gross schienen, wurden einige Detailpunkte, die Übereinstimmungen an den numerischen Grenzen aufwiesen, im alten System digitalisiert. Die allgemeine Tendenz (Grösse und Richtung der Abweichungen) wurde bestätigt und nur wenige repräsentative Punkte wurden für die Einpassung beibehalten.

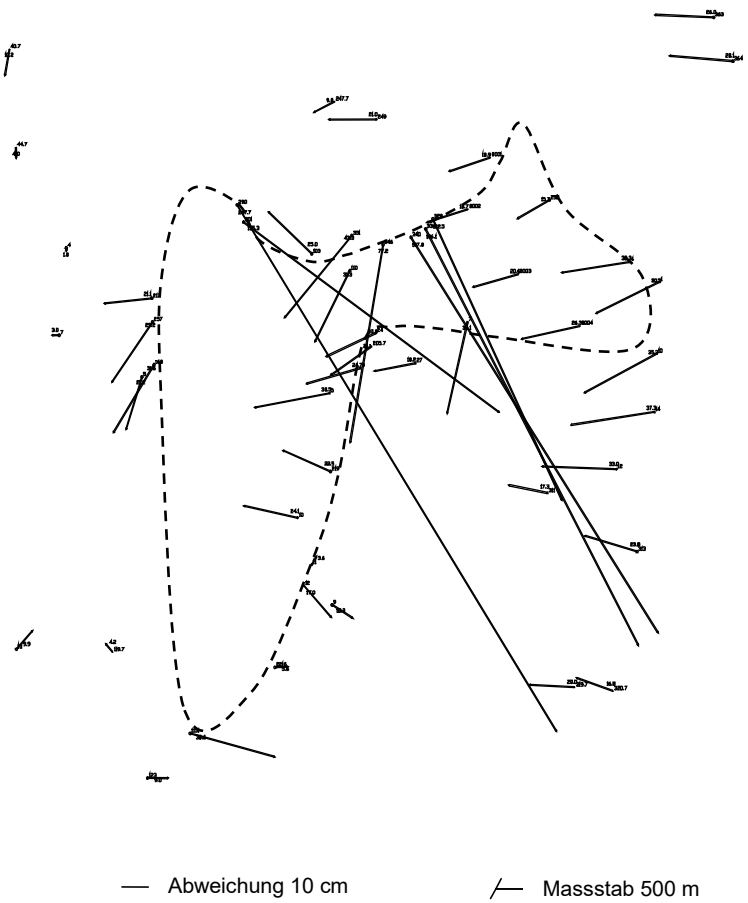


Abb. 62: Zu interpolierende Abweichungsrohwerte
(nach Aussortierung der Punkte)(Goumoëns)

Man stellt fest, dass die nördliche Grenze von sehr schlechter Qualität ist und Abweichungen aufweist, die zwei bis drei Meter umfassen. Die Abweichungen im Süden schwanken so stark, dass insgesamt nur eine **reine Interpolation** (ohne Transformation) mit einem Radius von R = 200 m als Lösung in Betracht kommt.

Hier mussten Abweichungen von nahezu zwei Metern über einige hundert Meter interpoliert werden. Dies soll jedoch die Ausnahme bleiben. Die Qualität der globalen Koordinaten wird nicht in Frage gestellt, da sich die verwendeten Punkte im Gelände wieder auffinden liessen (bestehende Punkte und Aufnahmen). **In einem solchen Fall kann die Einpassung der Pläne im Bereich mit stark variierenden Abweichungen nicht von guter Qualität sein, was dann folglich auch für Numerisierung ihres Inhalts zutrifft. Die den Punkten zugewiesene Bestimmungsklasse weist den Benutzer auf die mässige Qualität der erhaltenen Koordinaten hin.**

<u>Berolles, Bière, Mollens, Saubraz</u> (halbgrafisch)

Diese Gemeinden liegen am Fuss des Jura im Kanton Waadt. Das zu transformierende halbgrafische Los enthält im Norden Forstwirtschaftsgebiete und im Süden ein Flurgebiet.

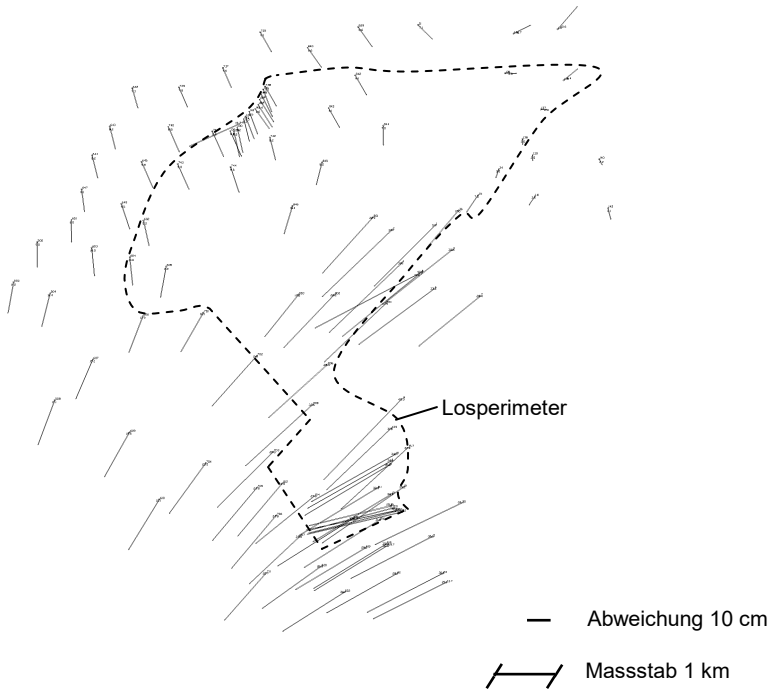


Abb. 63: Ursprüngliche Abweichungsrohwerte (Berolles … Saubraz)

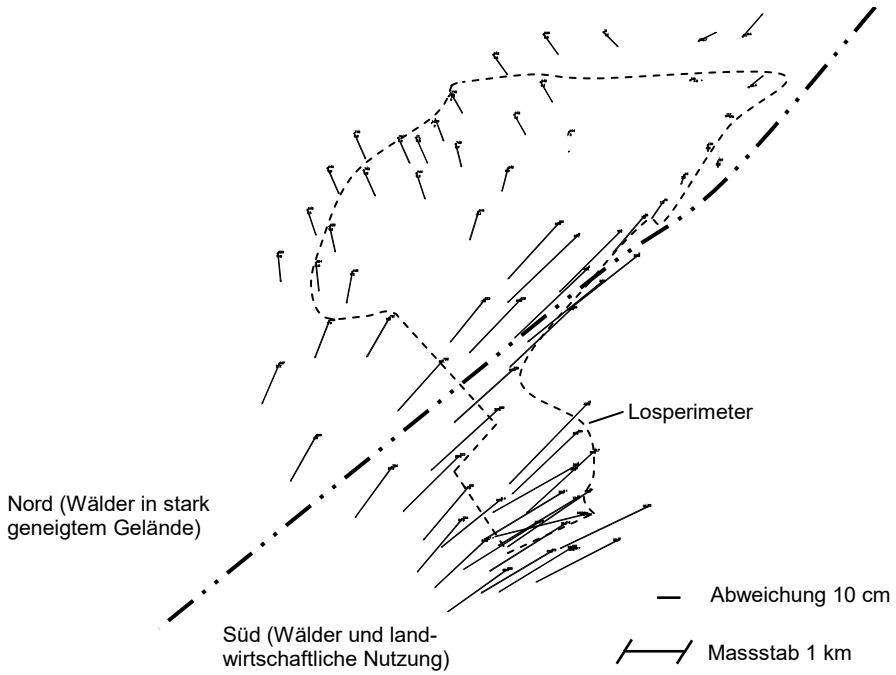


Abb. 64: Rohabweichungswerte nach Aussortierung der Punkte (Berolles … Saubraz)

Überzählige, atypische oder zu weit entfernte Punkte im Gebiet des Loses wurden eliminiert. Die geometrische Konfiguration der Abweichungen weist zwei unterschiedliche Bereiche auf: im Norden sind die Abweichungen eher gering und verlaufen in Nord-Süd-Richtung; im Süden sind sie grösser und verlaufen in Ost-West-Richtung. Die mittlere Distanz zwischen den Punkten ist im Norden grösser als im Süden.

Die Aufteilung in zwei Transformationssektoren ist folglich gerechtfertigt. Aus praktischen Gründen wurde die Trennlinie innerhalb des Loses entlang der Grenzen der zu numerisierenden Grundbuchpläne gelegt.

Schliesslich wurden folgende Transformationen gerechnet (mittels TRANSINT):

- Süd: Affintransformation, gefolgt von einer Interpolation mit dem Radius R= 250 m
- Nord: Affintransformation, gefolgt von einer Interpolation mit dem Radius R= 400 m

Es wurden einige Passpunkte jenseits der Grenze jedes Sektors ausgewählt, um die Konsistenz der Grenze zwischen den Sektoren zu gewährleisten.

Das Endprodukt ist - für jeden Sektor - die Datei mit den interpolierten Koordinaten der Koordinatennetzpunkte eines 100 m Rasters sowie halbgrafische PP.

Zweite Operation: Digitalisierung der Pläne

Auf der Grundlage eines umfassenden Konzepts zur Numerisierung hat der Kanton Waadt bis heute mehrere 'zig provisorische Numerisierungsoperate im halbgrafischen Kataster vorgenommen.

Arbeitsphasen

Nach der Phase der Transformation der Koordinatennetzpunkte sind folgende Aufgaben zu lösen: Einpassung und Aufteilung der Pläne: Digitalisierung der Umrissgrenzen und Mittelwert zwischen den Plänen.

Digitalisierung des Inhalts der eingepassten Pläne über das Koordinatennetz und die gemittelten Umrisspunkte (nach Unterbrechungen sind stets dieselben Passpunkte wieder zu verwenden).

Anforderungen an die Einpassung der Pläne

Je nach Fall werden zur Transformation entweder die Affin- oder die Helmert-Transformation benutzt. Für Kartonpläne ist die Affintransformation zwecks Korrektur von Verzugseffekten zu bevorzugen. Für ALU-Träger und Film wird hingegen die Helmert-Transformation verwendet.

Für diese Numerisierungen wurden die Systeme GRADIS, ADALIN und ARGIS verwendet. Unter der Leitung des SIT (ehemals Vermessungs- und Grundbuchamt [SCRF]) wurde ein spezielles Numerisierungsmodul entwickelt, das dem Numerisierungskonzept des Kantons Waadt entspricht.

Genauigkeitsanforderungen:

- Der Bearbeiter muss den vom SIT vorgeschriebenen Test der Digitalisierungsstation erfolgreich durchgeführt haben.
- Mit Hilfe von Toleranzen können grobe Fehler herausgefiltert und die aus diversen Quellen stammenden Daten gewichtet werden; sie werden in die beiden verwendeten Programme eingeführt.
- Für die Passpunkte, die durch die Berechnung der Transformation kontrolliert werden, ist eine einzige Anzielung gefordert.
- Für die PP und die Grenzpunkte (ausser am Rand von Bachläufen) sind zwei Anzielungen gefordert.
- Im Falle der systematischen Überschreitung der Toleranzen müssen die Bestimmungsklassen der Punkte herabgestuft werden.

7.3 Digitalisierung grafischer Vermessungen

Auf der Grundlage eines umfassenden Numerisierungskonzepts, das um eine Strategie zur Einpassung entsprechend der in Kapitel 6.8.2 ausgeführten Methode ergänzt wurde, hat der Kanton Waadt im alten grafischen Kataster zahlreiche provisorische Numerisierungsoperationen vorgenommen.

Diese Numerisierungen erfordern zunächst die Aufnahme einer gewissen Anzahl von Passpunkten im Gelände, die vorzugsweise an den Umrissgrenzen der Pläne ausgewählt werden. In einem ersten Schritt muss das Gebiet über einige bekannte Punkte digitalisiert werden, was nichts anderes bedeutet, als Plan für Plan eine (affine oder Helmert-) Transformation durchzuführen, um somit für die Verknüpfungspunkte vorläufige Koordinaten für eine LTOP-Berechnung zu erhalten. Im Anschluss werden dann mit der affinen LTOP-Variante sämtliche Pläne verknüpft und eingepasst. Da die alten Pläne auf Karton vorliegen, ist wegen des Papierverzugs eine Affinität im Allgemeinen deutlich ausgeprägt, und ihre Korrektur verbessert die Qualität des Endprodukts. **Da zwei aufeinander folgende Affintransformationen zweifelhafte und schwer zu analysierende Ergebnisse liefern, sollte für den ersten Teil des Verfahrens vorzugsweise die Helmert-Transformation zur Anwendung kommen**.

Nach diesen allgemeinen Einpassungsoperationen werden – wie bei den Numerisierungen des halbgrafischen Katasters – die Systeme GRADIS, ADALIN und ARGIS benutzt.

Die Kosten dieser Numerisierungen liegen folglich höher als diejenigen für halbgrafische Vermessungen, wobei die Qualität der Ergebnisse schlechter ist. Gleichwohl wird dieses Verfahren benötigt, sofern eine Neuvermessung langfristig nicht in Betracht kommt.

Diese Vorgehensweise bei der Numerisierung wird überall dort angewendet, wo mittelfristig (innerhalb der nächsten 10 Jahre) keine Neuvermessungen geplant sind.

7.4 Übergang von LV03 zu LV95

7.4.1 IGP/ETHZ-Test im Tessin

Dieser Test hatte zum Ziel, die für einen optimalen Einsatz von FINELTRA einzuhaltenden Bedingungen festzuschreiben, und zwar sowohl in technischer (Einhaltung der Anforderungen der TVAV nach der Transformation) als auch in finanzieller Hinsicht (besseres Qualität/Preis-Verhältnis). Genauere Angaben hierzu finden sich im Bericht des IGP.

Ausgangsbedingungen

Um FINELTRA zu testen, wurden sowohl ein halbgrafisches Vermessungslos (Ponte Capriasca) als auch ein numerisches Vermessungslos (Luggagia) ausgewählt.

Vier LV95-Punkte und 6 weitere LFP 1/2 sind in LV03 und LV95 bekannt, wie auch etwa 30 Detailpunkte in jedem Los.

Wahl der Dreiecke

Es wurden vier Varianten untersucht:

A. Vier LV95-Punkte, die 2 Dreiecke mit einer Fläche von etwa 220 km^2 und 23 km Seitenlänge bilden.

B. Vier LV95-Punkte und ein Verdichtungspunkt, die 4 Dreiecke mit einer Fläche von etwa 70 km^2 und 15 km Seitenlänge bilden.

C. Vier LV95-Punkte und zwei Verdichtungspunkte, die 6 Dreiecke mit einer Fläche von etwa 35 km^2 und 10 km Seitenlänge bilden.

D. Vier LV95-Punkte und sechs Verdichtungspunkte, die 10 Dreiecke mit einer Fläche von etwa 5 km^2 und 2 km Seitenlänge bilden.

Ergebnisse

Für jede Variante wurden die Differenzen zwischen den mittels FINELTRA transformierten Koordinaten und den Aufnahmekoordinaten der Punkte errechnet.

Tabelle der Restklaffungen zwischen Aufnahme- und transformierten Koordinaten:

	Variante A	**Variante B**	**Variante C**	**Variante D**
LFP	6 bis 23 cm	5 bis 19 cm	4 bis 13 cm	
Numerisches Los	14 bis 18 cm	5 bis 10 cm	1 bis 6 cm	0 bis 3 cm
Halbgrafisches Los	15 bis 20 cm	8 bis 14 cm	2 bis 10 cm	1 bis 7 cm

Variante A:

Die Abweichungen erreichen durchschnittlich 20 cm. Die relative Genauigkeit, die innerhalb der Lose bestand, geht verloren.

Variante B:

Die Form der Dreiecke ist nicht ideal (zu unterschiedliche Seitenlängen). Die Koordinatendifferenzen in den beiden Vermessungslosen liegen zwischen 5 und 15 cm.

Variante C:

In beiden Losen sind die Dreiecke kleiner und haben eine günstigere Form. Die errechneten durchschnittlichen Differenzen betragen im numerischen Los 3 cm und im halbgrafischen Los 10 cm (infolge der weniger genauen LV03-Koordinaten). Der Zufallscharakter ihrer Verteilung ist stärker ausgeprägt als in Variante B und sie entsprechen den Genauigkeitsanforderungen der TVAV. Diese Variante bietet das beste Qualität/Preis-Verhältnis.

Variante D:

Diese hohe Dichte von Dreiecken führt zu den mathematisch besten Ergebnissen. Die durchschnittlichen Differenzen betragen für das numerische Los etwa 1.5 cm und für das halbgrafische Los 3 cm. Der Preis dieser Variante ist höher.

Generelle Anmerkungen:

- Die Transformation der Daten der amtlichen Vermessung von LV03 in LV95 mittels FINELTRA ist möglich.
- Eine Verdichtung der Dreiecke ist nötig.
- Es ist sinnvoll, vor der endgültigen Auswahl der Verdichtungspunkte einige Varianten zu testen.
- Der Übergang von LV03 zu LV95 verbessert nicht die ursprüngliche Qualität der Vermessung, deren relative Genauigkeit beibehalten werden kann.

Schlussfolgerung

Erforderliche Dichte an Passpunkten

Punkte höherer Ordnung sind unabhängig von ihrer Qualität nur dann wirkungsvoll einsetzbar, wenn sie die für die Detailaufnahme benutzten Punkte niederer Ordnung tatsächlich beeinflusst haben. Somit hat der Monte Generoso praktisch keinerlei Einfluss auf die Punkte um Lugano herum, weshalb die dort interpolierte Abweichung für die in diesem Bereich ermittelten Abweichungen nicht hinreichend repräsentativ ist.

Die Bestimmung von Abweichungen auf den Punkten niederer Ordnung in der Nähe oder innerhalb des Loses ist zwingend erforderlich. Im Falle der Übereinstimmung mit den Punkten höherer Ordnung

können sie als einfache Kontrollen betrachtet und aus der Interpolation eliminiert werden. Andernfalls sollen sie als ergänzende lokale Einpassungen verwendet werden.

Wenn die lokalen Abweichungen relativ stark von den Abweichungen auf den Punkten höherer Ordnung differieren, stellt man eine deutliche Verbesserung der Qualität der Ergebnisse fest, sobald ein erster Punkt eingeführt wird, der in der Nähe liegt und für die lokalen Abweichungen repräsentativ ist.

Sobald jedoch der Einfluss der lokalen Abweichungen im Interpolationsgebiet hinreichend gross ist, werden die Ergebnisse auch durch eine Erhöhung der Anzahl der Passpunkte im Grunde nicht mehr verbessert.

7.4.2 Test Stadt Zug

Einführung

Dieser Auftrag bestand im praktischen Einsatz des an der ETH Zürich erarbeiteten Programms FINELTRA sowie der Formulierung von Leitlinien für dessen Anwendung in der amtlichen Vermessung, insbesondere die Optimierung der Passpunktanzahl für bestmögliche Transformationen ohne lokale Erneuerung und bei vorheriger lokaler Erneuerung (Details hierzu finden sich im technischen Bericht).

Beschreibung der Situation in der Stadt Zug

Von 1928 bis 1935 fand eine halbgrafische Vermessung nach Instruktion 2 statt.

Seit 1980 wurde eine Erneuerung vorgenommen: zunächst im Zuge der jeweiligen Mutationen, später dann auch systematisch Plan für Plan.

Es folgte eine Erneuerung des LFP2-Netzes mit dem Ziel, einen homogenen Bezugsrahmen für die Erneuerung der LFP3-Lose bereitzustellen.

Im Rahmen der Deformationsmessungen an der Seebucht von Zug durch das Bundesamt für Landestopografie wurde in der Nachbargemeinde Menzingen ein LV95-Verdichtungspunkt gemessen. Man nutzte diese Gelegenheit, um in Zug 4 LFP2 zu messen.

Im Prinzip sind also Punkte gleichermassen bekannt:

- im **ursprünglichen** Bezugsrahmen **LV03** (1928-35 und spätere Aktualisierungen),
- im **neu bestimmten** Bezugsrahmen **LV03** (1995),
- im Bezugsrahmen **LV95** (1995),
- in einem **durch Transformation und Interpolation erneuerten** Bezugsrahmen **LV03** (5 TRANSINT-Konfigurationen mit verschiedener Anzahl an Passpunkten).

Referenzdaten

Die Arbeiten von swisstopo liefern globale Parameter für die Umsetzung von LV03 in LV95 auf der Basis von 4 Punkten höherer Ordnung: Albis, Rigi, Stöckerli, Schwerzlen. Auf diesen Punkten beträgt der Vektor zwischen LV03 und LV95 **77.7 cm**, mit einer Streuung in der Grössenordnung von **7.8 cm**.

Der Vektor zwischen lokalen ursprünglichen Punkten und lokalen LV95-Punkten beträgt **78.2 cm**, mit einer Streuung in der Grössenordnung von **4.8 cm**.

Für die 11 erneuerten lokalen Punkte beträgt er **80.7 cm**, mit einer Streuung von nur **1.3 cm**.

Die in Zug vorgenommenen Erneuerungsarbeiten im Detail (grossmaschige Polygonierung und Kontrollpunkte) führen zu einer aktuellen und «exakten» Bestimmung folgender Punkte sowohl im Bezugsrahmen LV03 als auch in LV95:

- 209 Festpunkte (Triangulations- und Polygonpunkte, davon 79 bestehende Punkte),
- 558 Punkte aller Art (Triangulations-, Polygon-, Grenzpunkte).

Eine Neuausgleichung der Messungen eines Teils des ursprünglichen Netzes mittels LTOP ergibt ebenfalls eine Serie von etwa 320 alten Punkten, die in der neuen lokalen Triangulation konsistent ausgeglichen wurden.

Erneuerung in LV03 mit Hilfe von TRANSINT

Es wurden fünf Varianten zur Erneuerung in LV03 (mit 11, 23, 38, 179 und 201 Festpunkten) mit Hilfe einer Affintransformation mit nachfolgender Interpolation (Programm TRANSINT) untersucht. Sie beruhen auf alten, 1995 neu bestimmten Punkten, die über das gesamte Gemeindegebiet verteilt sind. Als Lösung wählte man schliesslich die Variante mit 201 Festpunkten. Hierzu gehören: neu bestimmte Festpunkte, eine Auswahl an neu berechneten Festpunkten und eine Auswahl an neu bestimmten Grenzpunkten (TRANSINT: affine Transformation mit einem «robusten» K = 0, Interpolation: R = 30 m).

Die Parameter der Transformation bleiben relativ stabil, unabhängig davon, ob man 11, 23, 38, 179 oder 201 Passpunkte benutzt. Bei mehr als einigen ‘zig Punkten wirkt sich die Verwendung von noch mehr Punkten nur bei der Interpolation erkennbar aus.

Die maximale Verbesserung mit 201 Passpunkten führt zu einer Abnahme der Standardabweichung von **8.8 cm** auf **4.3 cm** über sämtliche erneuerten Daten (Pass- und Kontrollpunkte), was einer Verbesserung der Übereinstimmung zwischen Koordinaten und Gelände um 50% gleichkommt. Der Effekt resultiert einerseits aus der grösseren Anzahl an Passpunkten (Restklaffung Null) und andererseits aus der Verringerung der Abweichungen auf den anderen Punkten. Für diese «rein» (ohne die Passpunkte) interpolierten Kontrollpunkte verringert sich die Standardabweichung von **9.0 cm** auf **5.2 cm**, was einer Verbesserung von 42.2 % entspricht.

Integration in LV95 mit Hilfe von FINELTRA

Drei Varianten der Integration in LV95 mittels FINELTRA wurden letztlich ausgewählt, und zwar mit schrittweiser Verdichtung des Dreiecksnetzes:

- **Variante «0», Netz höchster Ordnung mit Anbindung an LV95**: 4 Punkte 1. und 2. Ordnung/LFP1, 2 Dreiecke mit Seitenlängen von 15 - 30 km,
- **Variante «+1», Hinzufügung des neu bestimmten lokalen Punktes Nr. 543** 3. Ordnung / LFP1 3.5 km vom Mittelpunkt, wodurch 4 Dreiecke mit Seitenlängen von 11 - 20 km entstehen,
- **Variante «+11», Hinzufügung von 11 für die lokalen Abweichungen repräsentativen Punkten**, wodurch 19 Dreiecke mit Seitenlängen von 1 - 24 km entstehen; nur 9 Dreiecke mit Seitenlängen von 1 - 12 km fallen jedoch in das Gebiet.

Die dritte Variante (+11) überschreitet bereits deutlich die maximale Dichte der in einer FINELTRA-Ausgleichung zu integrierenden Punkte auf Landesebene (für Städte).

Mehrere der ‘zig Kombinationsmöglichkeiten wurden an diversen Punktdateien getestet (alte und neu bestimmte Festpunkte / alte, erneuerte und neu bestimmte Polygon- und Grenzpunkte):

- Original-LV03 ⇨ LV95 (3 FINELTRA-Varianten, 1 TRANSINT-Variante)
- LV03/erneuert ⇨ LV95 (15 TRANSINT-/FINELTRA-Varianten)
- LV03/neu erhoben ⇨ LV95 (3 FINELTRA-Varianten)
- Original-LV03 ⇨ LV95 (1 Vergleich zwischen FINELTRA und TRANSINT)

Die Ergebnisse dieser Kombinationen wurden systematisch mit den Ergebnissen der Neubestimmung derselben Daten in LV95 («absoluter» Bezug) verglichen.

FINELTRA-Analyse

A. Vergleich der (mit hoher absoluter Qualität) in LV03 neu bestimmten und mittels FINELTRA in LV95 umgesetzten Daten mit der direkten Berechnung in LV95

Tabelle der Standardabweichungen für die umgesetzten Daten:

	FINELTRA Variante 0	FINELTRA Variante +1	FINELTRA Variante +11
Festpunkte	4.1 cm	0.8 cm	0.5 cm
Festpunkte und lokale Detailpunkte	4.1 cm	0.4 cm	0.1 cm

Für qualitativ hochwertige, neu bestimmte Festpunkte und lokale Punkte ist die Integration von Daten von LV03 in LV95 nur eingeschränkt möglich, sofern kein lokaler Punkt in die Umsetzung einbezogen wird.

In unserem Fall erbrachte ein einziger lokaler Passpunkt eine Verbesserung der Umsetzungsqualität um 89.5 %, und elf lokale Passpunkte erbrachten eine Verbesserung um 94.9 %.

Für andere Gebiete ist diese Charakteristik nur bei nachgewiesener Homogenität der lokalen Triangulation gültig. Es ist zudem nicht unbedingt notwendig, dass dieser Punkt **im** Sektor liegt, wenn die lokale Triangulation hinreichend homogen ist (was der Fall ist, wenn sie in letzter Zeit neu bestimmt wurde).

Für Gebiete, die eine totale Konsistenz zwischen höheren und niederen Ordnungen der alten Triangulation aufweisen, muss diese Verdichtung keineswegs unerlässlich sein.

B. Vergleich der ursprünglichen und aus LV03 (mit mittlerer absoluter Qualität) erneuerten, mittels FINELTRA in LV95 umgesetzten Daten mit der direkten Berechnung in LV95

Tabelle der Standardabweichungen für die umgesetzten Daten:

	FINELTRA Variante 0	FINELTRA Variante +1	FINELTRA Variante +11
Festpunkte und lokale Detailpunkte	7.7 cm	8.7 cm	7.1 cm
Mit TRANSINT erneuerte Punkte (11 Punkte)	7.4 cm	7.2 cm	7.2 cm
Mit TRANSINT erneuerte Punkte (23 Punkte)	7.3 cm	6.2 cm	6.2 cm
Mit TRANSINT erneuerte Punkte (38 Punkte)	7.0 cm	5.6 cm	5.5 cm
Mit TRANSINT erneuerte Punkte (179 Punkte)	6.3 cm	4.9 cm	4.9 cm
Mit TRANSINT erneuerte Punkte (201 Punkte)	6.9 cm	4.5 cm	4.4 cm

Die lokalen Daten beruhen auf verschiedenen, untereinander näherungsweise integrierten Festpunktgenerationen. Dieser qualitative Mangel kann bei der Integration in LV95 nicht beseitigt werden und die Ergebnisse bleiben heterogen, unabhängig von der Konfiguration der FINELTRA-Dreiecke.

Ohne Erneuerung ist die Übereinstimmung zwischen den in LV95 umgesetzten ursprünglichen LV03-Koordinaten und der Wirklichkeit im Gelände für die Festpunkte nicht befriedigend. Eine vorherige lokale Erneuerung der Detaildaten unabhängig von der Umsetzung mittels FINELTRA ist unerlässlich.

Man stellt fest, dass die Integration mittels FINELTRA zunehmend besser verläuft, wenn man Passpunkte für die **lokale** Erneuerung in LV03 hinzufügt.

Die maximale Verbesserung zwischen den grob in LV95 eingepassten ursprünglichen Daten (Standardabweichung **7.7 cm**) und den mittels TRANSINT mit 201 Passpunkten lokal erneuerten und mit Hilfe von 11 ergänzenden Punkten in LV95 eingepassten Daten (Standardabweichung **4.4 cm**) beträgt **43 %**.

Man erzielt hier (ausgehend von Daten der 1930-er Jahre und ihrer erneuerten sukzessiven Nachführungen) die bestmögliche Qualität. Lediglich punktuelle Verbesserungen können in bestimmten Bereichen noch realisiert werden.

Äquivalente Ergebnisse lassen sich auch mit weniger Passpunkten für FINELTRA (2 - 3 Punkte) und mit einer erneuerten, etwas weniger dichten Polygonierung erzielen.

Einfluss auf die geometrischen Formen und Objekte der AV

Die Auswirkungen auf die Winkel, Strecken und Flächen sind in jedem Fall so gering, dass sie bei der AV vernachlässigt werden können, und zwar unabhängig davon, ob die Umsetzung mit Hilfe der ursprünglichen oder der erneuerten Daten geschieht.

Die Deformationseffekte von FINELTRA bleiben innerhalb der an den Passpunkten nachweisbaren Inkonsistenzen. «Zentimetergenaue» Daten bleiben «zentimetergenau» und «millimetergenaue» Daten bleiben «millimetergenau».

Verschiebung von administrativen Daten und von Makros

Bitte achten Sie auf die in den Computersystemen «versteckten» Koordinaten (Position von Texten, von Treppenstufen). Sie gilt es ausnahmslos zu finden, um sie mit allen anderen Daten korrekt umsetzen zu können.

Schlussfolgerungen

Aus den verschiedenen getesteten Varianten lässt sich folgendes ableiten:

- Ohne lokale Verdichtung durch ergänzende Punkte ist die Umsetzung in LV95 auf der Grundlage von Punkten höherer Ordnung mittels FINELTRA unvollkommen.
- Für qualitativ hochwertige, homogene Daten kann man mit einem Minimum an ergänzenden Punkten zu einer «absoluten» Umsetzung gelangen.
- Die Qualität in LV95 bleibt abhängig von der Ursprungsqualität in LV03.
- Die alten Daten lassen sich nur unvollkommen umsetzen. Eine Erneuerung kann ihre Integration beträchtlich, aber doch vollständig bezüglich der AV93-Anforderungen verbessern.

7.4.3 Grenze Waadt - Genf

Bei der Modifizierung der geodätischen Grundlagen der Westschweiz (Veränderung von etwa 30 cm auf dem LFP1 La Dôle), passte zwar der Kanton Waadt seine Triangulation an, Genf jedoch nicht. Folglich kommt es an der Grenze zwischen diesen beiden Kantonen zu Koordinatendifferenzen mit Extremwerten an Lücken oder Überdeckungen zwischen 23 und 37 cm. Diese Differenz von etwa 30 cm zwischen den Systemen LV03 GE und LV03 VD wirkt sich über den gesamten Kanton aus.

Um die Umsetzung dieser Daten in LV95 zu ermöglichen, wurden verschiedene Lösungen ins Auge gefasst.

Mögliche Lösungen

Eine erste Möglichkeit besteht in der provisorischen Eliminierung der Abweichung von 30 cm über das gesamte Genfer Territorium vor der Umsetzung in LV95:

- Genf korrigiert all seine in LV03 VD vorliegenden Daten (auch Benutzerdaten) um 30 cm; der Übergang in LV95 erfolgt dann auf klassische Weise. Nachteil: aufwändige und teure Operation mit Konsequenzen für sämtliche Benutzer.
- Entwicklung einer Routine, um die Genfer Daten zu erkennen und sie um 30 cm zu korrigieren (= Übergang zu LV03 VD), bevor sie in LV95 umgesetzt werden. Nachteil: Aufwand des Integrierens einer Routine, dafür jedoch keine Konsequenzen für die Benutzer.

Eine zweite Möglichkeit besteht in der nichtkoordinierten Umsetzung der Daten der Kantone Genf und Waadt mit Hilfe einer speziellen FINELTRA-Dreiecksanordnung für den Kanton Genf mit LV03 GE-Koordinaten an den Eckpunkten. Der Kanton Waadt würde dann auf anderen FINELTRA-Dreiecken mit LV03 VD-Koordinaten an den Eckpunkten beruhen. Nachteile: es gibt nicht mehr eine einzige FINELTRA-Datei für die gesamte Schweiz. Ausserdem müsste eine Routine die Herkunft der Punkte (VD oder GE) erkennen, um sie einer adäquaten Transformation unterziehen zu können.

Gewählte Lösung

Sie besteht darin, die Kantonsgrenze auf der Grundlage der bereits erneuerten Daten des Kantons Waadt (LV03 VD) nur einmal zu transformieren. Die Genfer Daten werden nur jenseits der in LV03 VD definierten Grenze (siehe auch Kapitel 6.2.5 Bruchstellen) transformiert.

Im Kanton Waadt werden in den FINELTRA-Dreiecken alle Punkte der Grenze als Eckpunkte benutzt.

Im Kanton Genf werden – im Falle einer Überdeckung – sämtliche bekannten Grenzpunkte mit den (um 3 cm verschobenen) LV03 VD- und LV95-Koordinaten benutzt. Im Falle von Lücken werden analog sämtliche Punkte der Grenze mit den (um 3 cm verschobenen) LV03 GE- und LV95-Koordinaten benutzt. Die Verschiebung um 3 cm verhindert, dass Rundungseffekte die VD- und GE-Eckpunkte identisch werden lassen oder Überschneidungen hervorrufen.

Die Erwägungen betreffs Lücken und Überdeckungen müssen für Y und X getrennt angestellt werden. Ein «Niemandsland» von 3 cm zwischen den Dreiecken beider Kantone muss frei von jedem FINELTRA-Dreieck bleiben, um jegliche Überlappung infolge von Rundungseffekten zu vermeiden. Die in diesem Streifen befindlichen Daten sind Punkte mit einer Distanz von ca. 30 cm von der Grenze in LV03 GE und werden dort völlig falsch mit einem Deformationsfaktor von 10 transformiert.

Ein Streifen von etwa 40 cm Breite entlang der Grenze auf Genfer Seite kann von LV03 GE nicht nach LV95 transformiert werden, und die umgekehrte Transformation kann nur Werte in LV03 VD ergeben. Diese nicht transformierbaren Punkte müssen direkt in LV95 berechnet werden.

7.4.4 Homogenisierung von Festpunktnetzen

Diplomanden untersuchten an der Fachhochschule Nordwestschweiz in mehreren Abschlussarbeiten im Zeitraum 2001 bis 2013 den Wechsel des Bezugsrahmens und die Homogenisierung von Festpunktnetzen. Sie bearbeiteten Operate von verschiedenem Qualitätsstandard in den Kantonen BE, BS, BL, SG und in Baden-Württemberg D.

Daraus ergaben sich folgende Erkenntnisse:

- Lokale Spannungen können nicht durch eine Helmert- oder Affintransformation beseitigt werden. Diese behandeln den ganzen transformierten Perimeter gleichmässig (Dreh-Streckung). Die Kollokation und Filterung ermöglichen eine lokale Variation (siehe Kapitel 4.6 und 0).
- Grosse lokale Spannungen werden in Punkten nicht aufgedeckt, welche nicht Pass- oder Kontrollpunkte sind. Sie bestehen auch nach der Transformation fort.

- Eine Transformation hat nur geringen Einfluss auf die Resultate, wenn später eine Interpolation angebracht wird.
- Anstelle einer Interpolation kann auch eine Gebietsaufteilung vorgenommen werden; dies ist jedoch mit hohem Aufwand verbunden.
- Wenn davon ausgegangen werden kann, dass die Passpunkte die umgebenden Punkte gut wiedergeben, ist eine Interpolation angezeigt.
- Die Dichte der zu bestimmenden Passpunkte hängt stark von der Homogenität des Gebietes ab. (Furrer, Sievers, 2009) behandelt deren Auswahl und das konkrete Vorgehen vertieft.
- Die Genauigkeiten der Punkte in beiden Bezugsrahmen sind massgebend für die weitere Bearbeitung (Beurteilung Restklaffen, Abgrenzung von Teilgebieten («Schollen»), Einsatz als TSP).
- Da die maschenweise Affintransformation nicht auf einer Überbestimmung beruht, gehen Fehler in den Passpunkten voll in die transformierten Punkte ein und bleiben unentdeckt.
- Die Auswahl der Transformationsstützpunkte ist massgebend für die Qualität der Vermaschung und damit der Transformation.
- Eine manuell ausgewählte Dreiecksvermaschung führt im Vergleich zu einer automatischen Delaunay Triangulation bei vernünftiger Passpunktwahl zu vergleichbaren Ergebnissen, mit einem leichten Vorteil der letzteren.
- Eine vollständige Elimination und Modellierung von lokalen Spannungen ist mit der maschenweisen Affintransformation nicht möglich. Diese Spannungen müssen im Rahmen einer Erneuerung eliminiert werden.
- Die Forderung nach einer kleinen Anzahl an Dreiecken und hohen Transformationsgenauigkeiten verhalten sich entgegengesetzt.
- Um eine begründete Aussage über die Güte eines Dreieckes zu machen, sind mindestens drei Kontrollpunkte im jeweiligen Dreieck erforderlich.

Eine allgemein gültige Regel ist schwer zu erstellen, denn jedes Gebiet stellt einen Sonderfall dar, welcher individuell bearbeitet werden muss: **«Knopfdruck»-Lösungen und -Softwares gibt es nicht!**

Details zu den Arbeiten siehe: https://www.fhnw.ch/de/studium/architektur-bau-geomatik/bachelor-studiengang-geomatik → Bachelor Thesis

7.4.5 Einführung von LV95 im Kanton Basel-Stadt

(Haffner, 2014) berichtet über die erfolgreiche Einführung von LV95 im Kanton Basel-Stadt durch das Grundbuch- und Vermessungsamt per 1. November 2013 (leicht veränderte Fassung):

7.4.5.1 Ausgangslage

Bei den Arbeiten für die nationale Dreiecksvermaschung CHENyx06 zeigte sich, dass diese den Genauigkeitsanforderungen an die Daten der amtlichen Vermessung im Kanton Basel-Stadt nicht genügte. Die Restklaffen der Kontrollpunkte wiesen bis zu 5 cm auf. Eine Verfeinerung der Dreiecksvermaschung hätte viele schmale Dreiecke zum Nachbarkanton bedeutet. Deshalb wurde in Absprache mit dem Bundesamt für Landestopografie swisstopo entschieden, den Rahmenwechsel und eine gleichzeitige lokale Entzerrung mittels Interpolation durchzuführen. Als Grundlage diente ein dichtes Lagefixpunktnetz, das gut mit den vermarkten Grenzpunkten zusammenpasst. Als Hauptziele wurden definiert, dass die Restklaffen der transformierten Lagefixpunkte im Mittel 5 mm nicht überschreiten sollen und grosse Datenmengen (Anzahl bzw. Dateigrösse) problemlos verarbeitet werden können.

7.4.5.2 Technisches Verfahren

Die notwendigen Passpunkte für die lokale Entzerrung wurden mit einer LTOP-Gesamtausgleichung aller verfügbaren Lagefixpunktmessungen in LV95 bestimmt. Die Ausgleichung der 14'000 Stationen und 45'300 originalen Messwerte erfolgte in einem Guss mit einer Lagerung auf allen Transforma-tionsstützpunkten von CHENyx06. Der mittlere Punktfehler im Stadtgebiet lag bei 3 – 5 mm. Ausser-

halb des Kantonsgebietes wurden die Passpunkte in LV95 mittels CHENyx06 bzw. entlang der Kantonsgrenze mit einer verfeinerten Dreiecksvermaschung berechnet. Dies ergab 5'100 Passpunkte im Kantonsgebiet und weitere 4'400 im Perimeter des Stadtplanes.

Interpolationen sind sehr rechenintensiv und können mehrere Stunden dauern. Deshalb wurde ein zweistufiges Verfahren angewendet, das mit der Software GeoSuite-TRANSINT von swisstopo ermöglicht wird. In einem ersten Schritt wurden mit den Passpunkten regelmässige Interpolationsgitter mit unterschiedlicher Rasterweite berechnet und zu einem Gesamtgitter (BSENyx13) kombiniert (Abb. 65). Die Rasterweiten von 10 m bis 100 m hingen vom Grad der lokalen Verzerrung ab. Die Rechenzeit für dieses kombinierte Interpolationsgitter betrug ca. 3 Stunden.

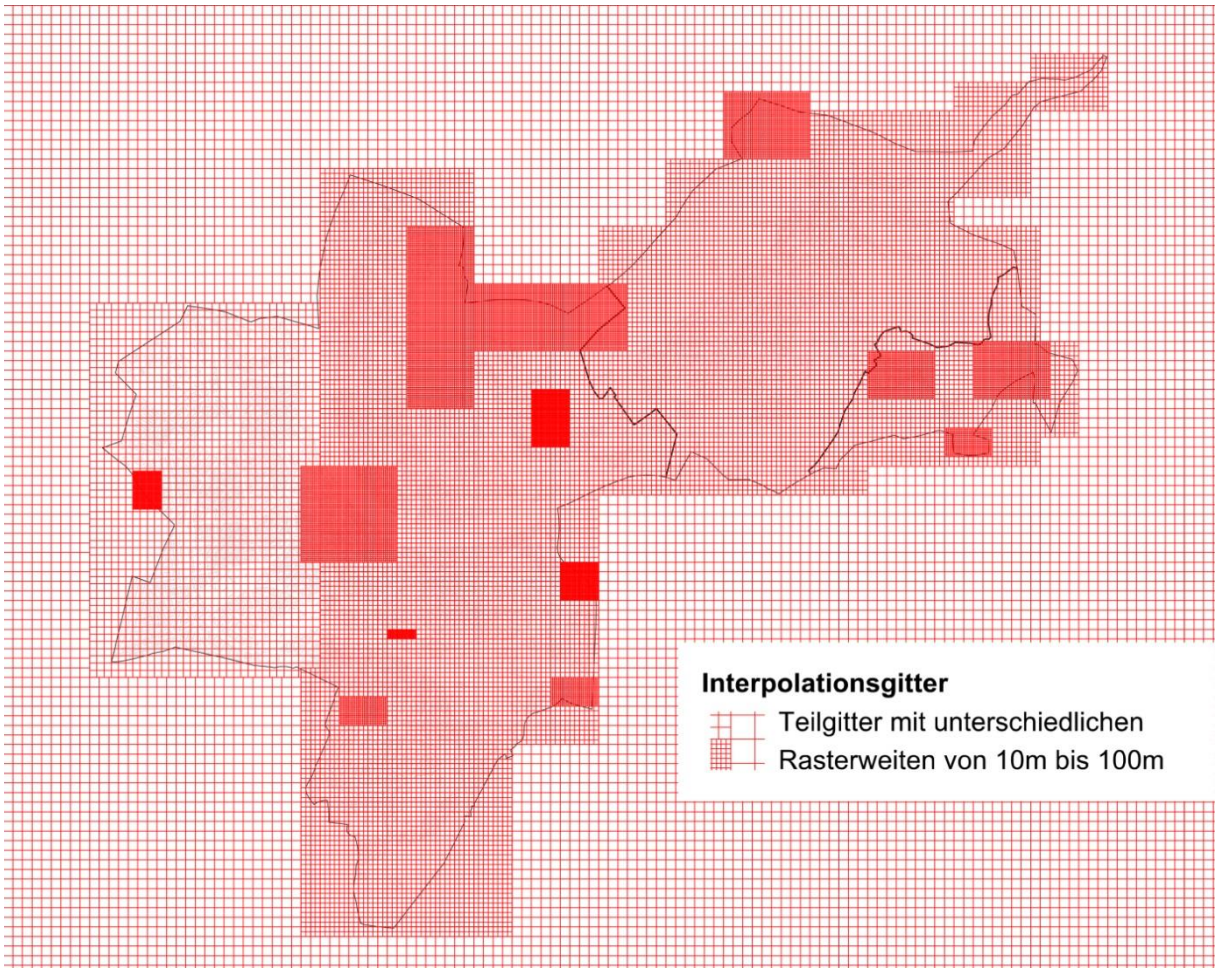


Abb. 65: Kombiniertes Interpolationsgitter mit unterschiedlichen Rasterweiten (BSENyx13)

Innerhalb dieses Interpolationsgitters können sehr grosse Datensätze innerhalb von wenigen Minuten transformiert werden. Die verbleibenden Verzerrungen konnten mit diesem Verfahren auf wenige Millimeter reduziert werden (Abb. 66). Es zeigte sich auch, dass die anfänglich befürchteten geometrischen Verzerrungen (u. a. bei rechten Winkeln und Punkten in Geraden) in der Praxis vernachlässigbar sind. Meist lagen sie bei wenigen Zehntel-Millimetern und nur in Einzelfällen bei bis zu 5 mm auf 100 m.

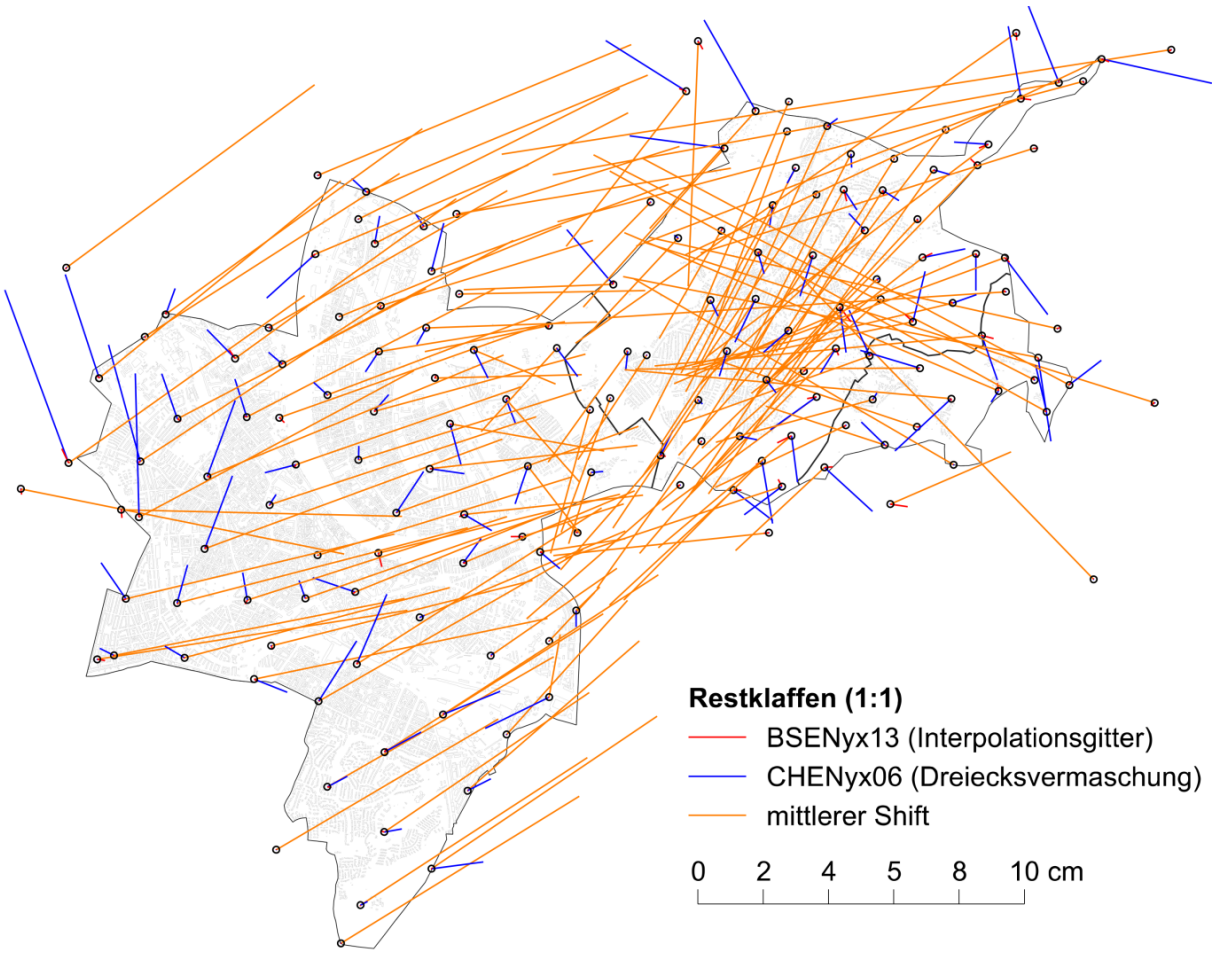


Abb. 66: Vergleich der Restklaffen der verschiedenen Transformations-Methoden

Zur Visualisierung der lokalen Verzerrungen zwischen LV03 und LV95 wurden Isolinien mit einer Äquidistanz von 1 cm berechnet. Die Zahlenwerte der Isolinien entsprechen dem lokalen Shift in Zentimetern zwischen LV03 und LV95 für die jeweilige Koordinate. Dies bedeutet, dass die Distanz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Isolinien in LV95 gegenüber LV03 um einen Zentimeter gestreckt oder gestaucht wird (Abb. 67).

Visuali

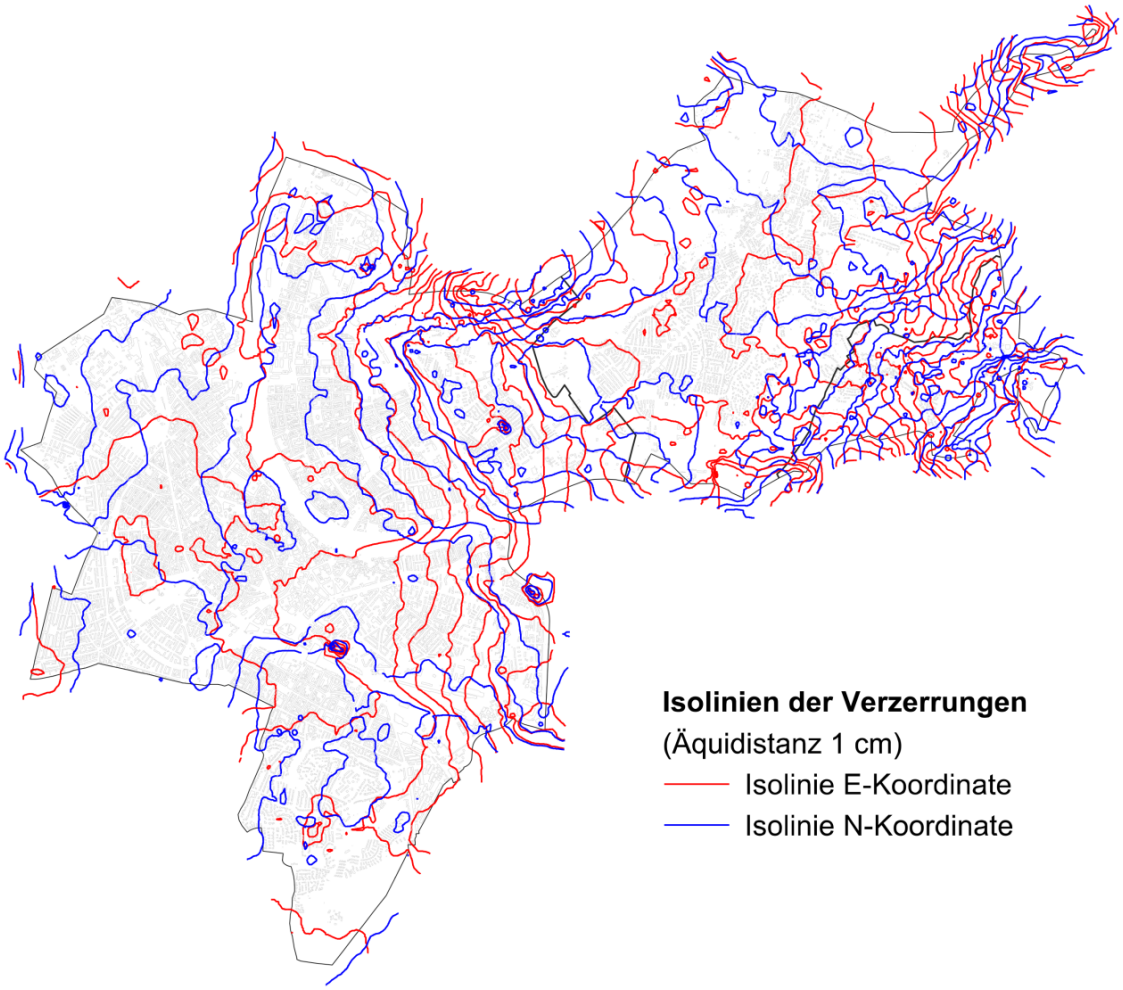


Abb. 67: Visualisierung der lokalen Verzerrungen zwischen LV03 und LV95 mittels Isolinien

7.4.5.3 Abgleich der Hoheitsgrenzen

Damit die Daten an den Landes- und Kantonsgrenzen nahtlos zusammenpassen, mussten vorgängig die Koordinaten aller Hoheitsgrenzpunkte in LV95 abgeglichen werden. Mit dem Kanton Baselland wurde dies innerhalb weniger Monate im Jahre 2010 durchgeführt. Die Arbeiten an der Landesgrenze zu Deutschland beanspruchten ganze zehn Jahre, bis am 7. August 2013 eine fachtechnische Absichtserklärung zur Verwendung gemeinsamer Koordinaten in UTM / LV95 unterschrieben werden konnte. Der notwendige Staatsvertrag dürfte noch mehr Zeit beanspruchen.

7.4.5.4 Software Tools für den Rahmenwechsel

Neben der Software GeoSuite / TRANSINT kamen für den Rahmenwechsel mit gleichzeitiger lokaler Entzerrung mit dem Interpolationsgitter BSENyx13 weitere Tools zum Einsatz, die von swisstopo entwickelt wurden: einerseits eine DLL zur Einbindung in Software von Systemanbietern, andererseits ein FME-Plugin für die Transformation von GIS-Datensätzen. Dazu wurde auch ein Web-Service für die Transformation einzelner Dateien aufgeschaltet, der gleich aufgebaut ist wie der Onlinedienst REFRAME von swisstopo (Abb. 68).

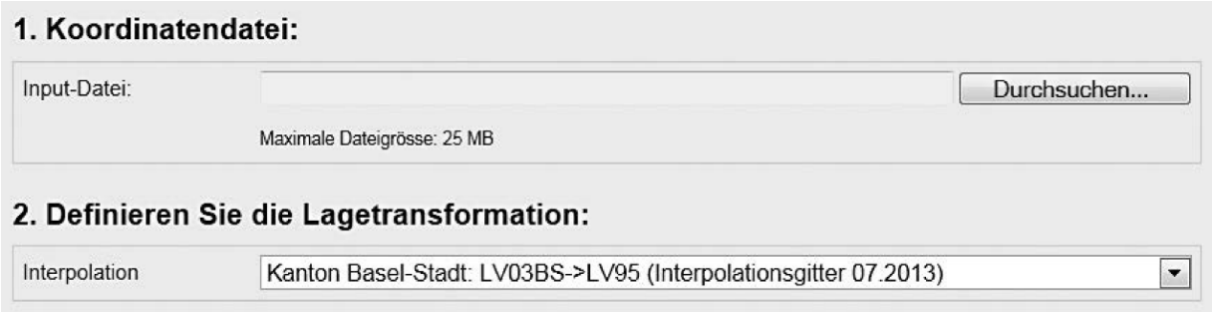


Abb. 68: Web Service für die Transformation mit dem Interpolationsgitter BSENyx13

7.4.5.5 Erfahrungen aus den Pilotprojekten

Um das Verfahren und die Tools zu testen und die Bedürfnisse der Fachstellen abzuklären, wurden diverse Pilotprojekte innerhalb und ausserhalb der kantonalen Verwaltung durchgeführt. Dabei zeigte sich, dass das vorgesehene Verfahren praktikabel ist. .Das breite Angebot von Tools kommt dem unterschiedlichen Fachwissen der Beteiligten entgegen. Die grössten Probleme traten bei DXF-Daten, Bogendefinitionen und komplizierten Datenbanken auf. Die digitalen Datenbestände sind sehr umfangreich und selten sauber dokumentiert. Als Standardmethode für den Bezugsrahmenwechsel wurden das Interpolationsgitter für Vektordaten und ein mittlerer Shift für Rasterdaten (z.B. Orthofotos) definiert. Es zeigte sich auch, dass es sehr viele Spezialfälle gibt, die nicht automatisiert abgehandelt werden können.

7.4.5.6 Bezugsrahmenwechsel der Daten der amtlichen Vermessung

Die Daten der amtlichen Vermessung wurden bereits fünf Wochen vor dem Umstellungstermin innerhalb des Nachführungssystems Geonis mittels der integrierten DLL transformiert. Dies nahm zusammen mit gleichzeitig durchgeführten Bereinigungen ca. anderthalb Tage in Anspruch. Der Grund für die vorzeitige Umstellung war die Neudefinition der Landes- und Kantonsgrenzen in LV95 und die damit notwendige Anpassung des Parzellennetzes an die neuen Hoheitsgrenzen. Weitere parzellenscharfe Datensätze wie z. B. der Zonenplan mussten ebenfalls angepasst werden. Die Nachführung erfolgte ab diesem Zeitpunkt grundsätzlich in LV95.

7.4.5.7 Bezugsrahmenwechsel Leitungskataster

Der Bezugsrahmenwechsel der Daten des Leitungskatasters wurde eine Woche vor dem Umstellungstermin innerhalb von zwei Tagen durchgeführt. Dabei mussten 1'683.Einzeldateien im Batchverfahren von DWG nach DXF umgewandelt, mit GeoSuite transformiert und wieder zurück nach DWG umgewandelt werden. Zusätzlich wurden diverse Bereinigungsarbeiten und Flächenbildungen durchgeführt. Die Nachführung erfolgte ab sofort in LV95.

7.4.5.8 Änderung der Grundbuchflächen

Die neuen Grundbuchflächen wurden über eine speziell erstellte Schnittstelle mit einem Tagebuchgeschäft in die Grundbuch-Software Capitastra übernommen. Dabei erhielten die neuen Flächen zusätzlich den Vermerk «Lagebezugsrahmen LV95». Dieser Vermerk erscheint auch auf jedem Grundbuchauszug. Grundstücke mit Geschäften, die am 1. November 2013 hängig waren, mussten separat behandelt werden. Für jedes dieser 123 Grundstücke wurde ein zusätzliches Tagebuchgeschäft eröffnet. Die Information der Grundeigentümerinnen und Grundeigentümer betreffend Flächenänderungen wurde auf verschiedenen Kanälen vorgenommen. Eine allgemeine Information zu LV95 erfolgte mit einer Medienmitteilung und einer Publikation im Kantonsblatt. In der Zeitschrift «Der Hausbesitzer» wurde ein Artikel mit detaillierten Informationen veröffentlicht. Für die Flächenänderungen von über einem Quadratmeter wurden ca. 250 individuelle Schreiben versandt.

7.4.5.9 Rahmenwechsel der KGDI

Die kantonale Geodateninfrastruktur (KGDI) wurde intern komplett auf LV95 umgestellt. Die Datensätze, die noch nicht in LV95 vorliegen, werden wenn nötig beim Import transformiert. Dazu wurden

REFRAME und TRANSINT direkt in die Geodatendrehscheibe integriert. Die Downloaddienste (Geodaten-Shop, WMS-Dienste) sind sowohl in LV95 wie LV03 verfügbar, die Kartendienste (Mapserver, Geoviewer) hingegen nur noch in LV95. Für die Datenabgabe erfolgt die Rücktransformation nach LV03 nur mit dem Basler Interpolationsgitter BSENyx13, um Probleme bei der Kombination mit bestehenden LV03-Daten zu verhindern.

7.4.5.10 Öffentlichkeitsarbeit

Auf eine umfassende Öffentlichkeitsarbeit wurde grossen Wert gelegt. Im Rahmen diverser Veranstaltungen und Newsletter wurden die Fachleute über den Stand der Dinge informiert. Während der Pilotphase waren die wichtigsten Datenherren der Verwaltung in die Tests einbezogen. Die Notare erhielten einen speziellen Newsletter mit Infos zu den Flächenänderungen. Für die Information der breiten Öffentlichkeit wurde ein Flyer gestaltet.

7.5 Übergang Bonne-Projektion ⇔ Zylinderprojektion

7.5.1 Bière (Waadt)

Beim Numerisierungstest in der Gemeinde Bière war es dank moderner Aufnahmen möglich, die Landeskoordinaten diverser bekannter Punkte auf den alten Plänen im Bonne-System zu bestimmen.

Die festgestellte Abweichung beträgt durchschnittlich 8.08 m in Y und 0.92 m in X.

Die Werte auf den ALU-Platten des Übersichtsplans wiesen ebenfalls Abweichungen von 8.00 m und 1.00 m für dieselbe Region auf.

Die Berechnung mittels VEKTRA wiederum ergibt Werte von -2.11 m und 0.35 m.

Die «Bolliger»-Grafik ergibt -2.00 m in Y und +0.33 m in X.

Es ist klar erkennbar, dass die theoretischen Berechnungen korrespondieren, was sich jedoch von den Plänen aus dem 19. Jahrhundert nicht behaupten lässt.

Folglich muss man bei derartigen Umsetzungen Passpunkte bestimmen, um zu klären, ob die alte Vermessung im Bonne-System wirklich konsistent durchgeführt wurde.

7.5.2 Visp (Wallis): Einsatz von TRANSINT für eine Erneuerung und Transformation von LFP3

Im Vorfeld einer Transformation der Festpunkte und einer Numerisierung der Katasterpläne wurden in Visp mehr als 160 im Bonne-System bekannte Polygonpunkte mit GNSS in LV03 neu vermessen.

Die Abweichungsrohwerte zwischen den beiden Systemen (Bonne und LV03) liegen in der Grössenordnung von 12 m, genauer gesagt +10 m in Y und -7 m in X (im Mittel über die aufgenommenen Punkte).

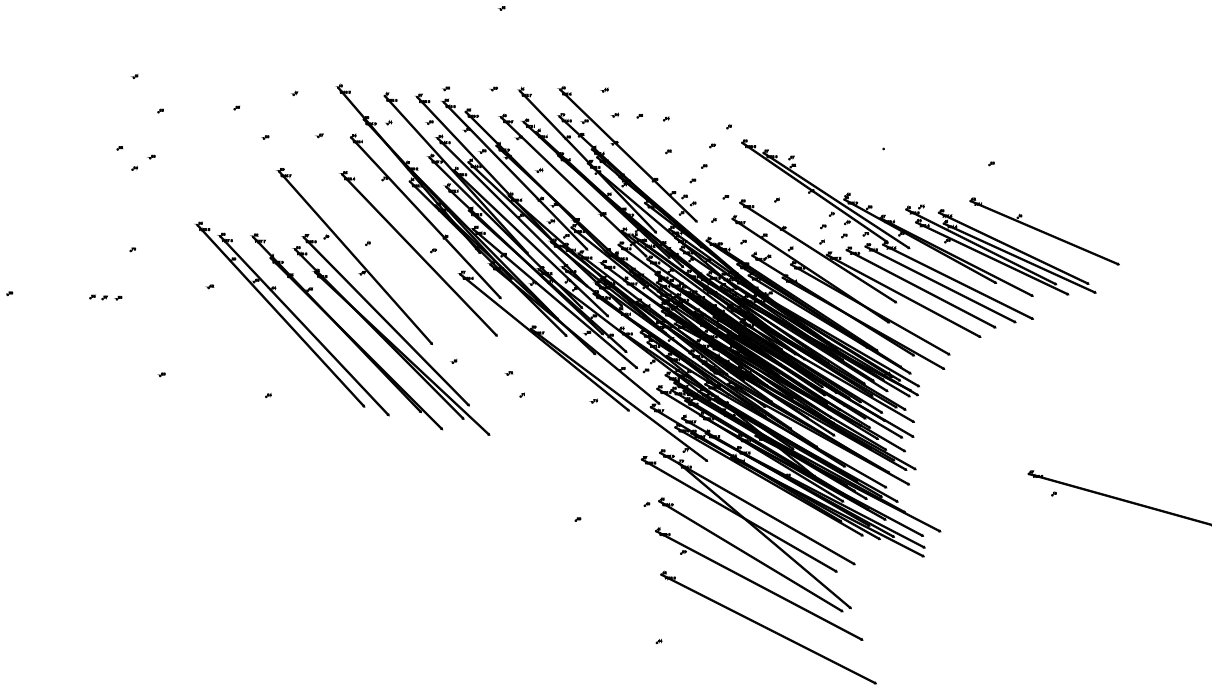


Abb. 69: Abweichungsrohwerte (Visp)

Mittels «Bolliger»-Grafik erhält man Y = +2.1 m und X = -1.5 m, und

mittels VEKTRA Y = +2.23 m und X = -1.58 m.

Die theoretischen Werte zwischen den beiden Systemen treffen folglich nicht zu und es muss notwendigerweise auf Passpunkte zurückgegriffen werden.

Anwendung von TRANSINT

In einem ersten Versuch rechnet man eine Transformation mittels robuster Ausgleichung, damit die mit groben Fehlern behafteten Punkte die Transformation nicht beeinträchtigen.

Parameter der mit TRANSINT berechneten Transformation (robuster Faktor K = 3.5):

Translation Y	Translation X	Rotation	Massstab
9.850 m	-6.878 m	-0.0968306 gon	-188.1069 mm/km

Abb. 70: Darstellung der Restklaffungen (Visp)

Fünf Punkte wurden im Zuge der robusten Ausgleichung eliminiert (Abweichungen von mehr als 1 m).

Zwanzig Punkte mit Restklaffungen von mehr als 20 cm (festgelegter Grenzwert) wurden eliminiert, es sei denn, nahe gelegene Punkte bestätigten eine gleich gerichtete lokale Tendenz. Einige Punkte mit Restklaffungen von weniger als 20 cm wurden eliminiert, da sie sich als atypisch im Vergleich zu den Nachbarpunkten erwiesen.

Im Plan der Restklaffungen wird eine deutliche Anomalie sichtbar: 6 Punkte, die zwar eine lokale Kohärenz, aber Restklaffungen von mehr als 20 cm (max. 72 cm) aufweisen.

Berichtigung des von der Anomalie betroffenen Sektors

Die 6 Punkte gehören zu demselben Nachführungspolygonzug. In der Berechnung des Polygonzugs im alten System (Bonne) wurde ein Fehler von 10 ^{c} vorgefunden, weshalb die Bonne-Koordinaten neu berechnet wurden. Die klassische Methode der Ausgleichung eines Polygonzugs wurde aufgegeben zugunsten einer LTOP-Berechnung mit den diversen Generationen der für diesen Sektor verfügbaren Daten.

In einem zweiten Schritt wurden die Koordinaten der von dieser Korrektur betroffenen Detailpunkte vom System «Bonne vor Berichtigung» in das System «Bonne nach Berichtigung» transformiert. Glücklicherweise konnte die genaue Liste der betroffenen, ausnahmslos numerisch bekannten Detailpunkte erstellt werden.

Die im Bonne-System berichtigten Koordinaten werden für die endgültige Transformation (über die gesamte Gemeinde) benutzt.

Endgültige Transformation

Die endgültige Transformation ist eine Helmert-Transformation, gefolgt von einer Interpolation, die sich auf die numerisch bekannten Detailpunkte und auf die Punkte des Koordinatennetzes mit einer Maschenweite von 100 m bezieht. Dank der transformierten und interpolierten Koordinaten der Koordinatennetzpunkte können ergänzende Details der halbgrafischen Pläne, die nicht berechnet werden konnten und digitalisiert werden müssen, bequem in das neue System eingepasst werden.

Parameter der Transformation und der definitiven Interpolation:

Translation Y	Translation X	Rotation	Massstab	Radius
+9.868 m	-6.882 m	-0.0964644 gon	-183.2561 mm/km	40 m

Abb. 71: Darstellung der Restklaffungen der definitiven Transformation (Visp)

Kontrollen

Der Mittelwert der Abweichungen zwischen den unabhängig mit GNSS ermittelten Koordinaten und den transformierten Koordinaten von 140 Kontrollpunkten beträgt **8.1 cm**.

Auf 137 Punkten liegen die festgestellten Abweichungen **unter 20 cm** und entsprechen damit den Prognosen. Nur drei Punkte (also 2 % aller Kontrollpunkte) weisen eine Abweichung zwischen 20 und 30 cm auf.

7.6 Beispiel für die Integration mit GNSS ermittelter Koordinaten

Anhand von vier Anschlusspunkten sollen acht Neupunkte in das Landeskoordinatensystem integriert werden (vgl. Abb. 72).

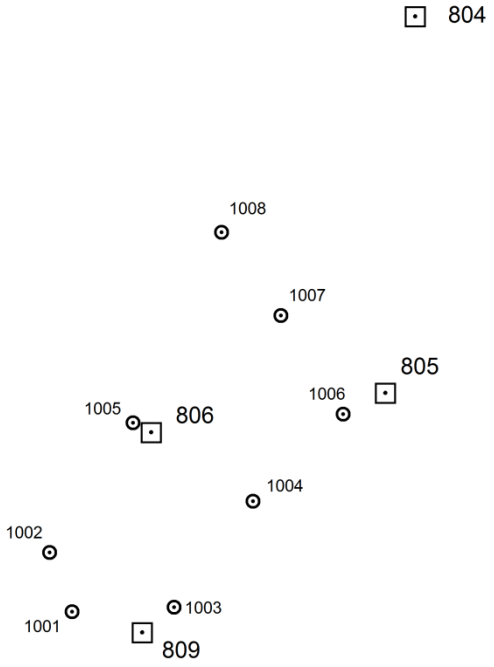


Abb. 72: Integration von acht Punkten

Die Koordinaten der Passpunkte sind:

804	532427.180	157853.180	497.640
805	532331.640	156606.040	502.060
806	531565.180	156475.660	452.100
809	531537.820	155810.700	410.530

Während einer ersten GNSS-«Session» (statisch rapid) wurde die Referenzstation auf dem Passpunkt 804 eingerichtet.

Die «GNSS»-Koordinaten, genauer gesagt, die unter Bezug auf das System WGS84 gemessenen Koordinaten sind:

804	4364281.86510	501665.46959	4609318.62246
805	4365194.64779	501688.34312	4608463.58974
806	4365348.14658	500935.94944	4608331.66044
809	4365801.79774	500968.08741	4607843.97885
1001	4365766.23371	500733.02724	4607878.13816
1002	4365642.20563	500642.47992	4608020.98031
1003	4365727.83621	501063.63821	4607905.03263
1004	4365468.27418	501287.59921	4608174.56919
1005	4365333.26694	500909.09164	4608341.85676
1006	4365245.30536	501554.81256	4608398.54444
1007	4365026.74195	501321.84005	4608613.30112
1008	4364856.78514	501102.40868	4608801.75819

Führt man die Transformation wie in Kapitel 6 beschrieben durch, so erhält man den folgenden Koordinatensatz in Form von Landeskoordinaten:

804	532427.1800	157853.1800	497.6400	MI -1.4055	98
805	532331.6310	156606.0020	502.0690	MI -1.4464	98
806	531565.1500	156475.5720	452.1120	MI -1.4534	98
809	531537.7830	155810.6320	410.5100	MI -1.4753	98
1001	531309.1150	155881.8370	392.5830	MI -1.4731	98
1002	531235.5300	156077.8640	404.4490	MI -1.4668	98
1003	531642.1280	155896.8690	411.7930	MI -1.4724	98
1004	531898.2250	156247.9930	447.7080	MI -1.4601	98
1005	531540.3940	156495.8220	447.2440	MI -1.4528	98
1006	532192.4150	156537.3730	478.9660	MI -1.4493	98
1007	531989.6020	156864.3020	467.3020	MI -1.4395	98
1008	531794.0800	157136.8800	470.8290	MI -1.4313	98

Anmerkungen

Die Koordinaten wurden mit Hilfe des Programms GPSREF unter Verwendung der «LV95»-Parameter transformiert.

Die Geoidhöhen wurden mit Hilfe des Programms CHGEO98 berechnet und die Höhen dementsprechend berichtigt.

Am Ende der Transformation sind die Koordinaten des Punktes 804 streng identisch mit den «Soll»-Koordinaten. Tatsächlich wurden im Gelände die «Soll»-Koordinaten verwendet, um die Referenzstation festzulegen (umgekehrte Transformation).

Die Prüfung der Restklaffungen auf den vier Passpunkten weist eine klare Systematik auf. Die am Ende der Transformation gewonnenen und sich ausschliesslich auf die Referenzstation beziehenden Koordinaten sind folglich nur «teilweise» in das durch die vier Passpunkte definierte (Landes-)system integriert.

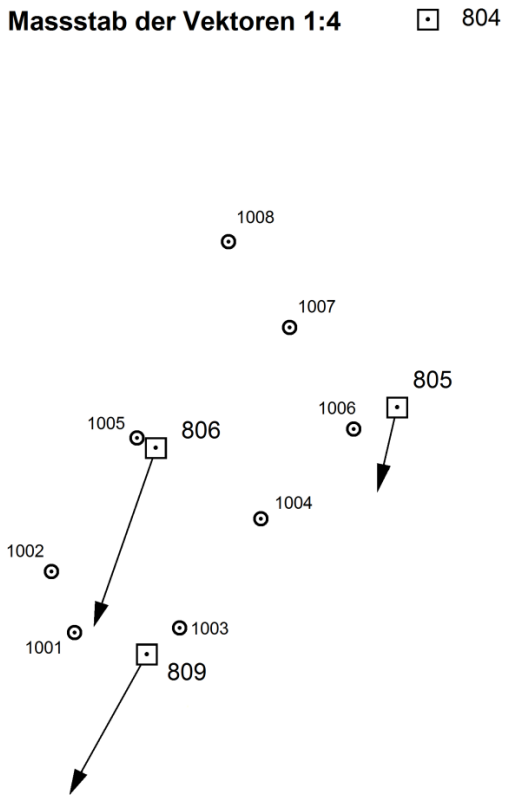


Abb. 73: Abweichungen auf den Passpunkten am Ende der Transformation der WGS84-Koordinaten in Landeskoordinaten

Führt man über die vier Passpunkte eine zweidimensionale Helmert-Transformation aus, so stellt man fest, dass sich die gewonnenen Abweichungen verteilen und sich zudem deutlich verringern. Ausserdem stösst man auf einen Massstabsfaktor von -36 ppm.

```
ANZAHL              :         4

Y0 [M]              :      19.013       (MF [MM]   :    6069.51)
X0 [M]              :       7.847       (MF [MM]   :    6069.68)
DREHUNG [GON]       :      0.0002428    (MF [CC]   :       6.97)
MASSSTAB [MM/KM]    :    -36.8285       (MF [MM/KM]:      10.94)
```

	YLOC [M]	XLOC [M]	YGL [M]	XGL [M]	VY [MM]	VX [MM]
804	532427.180	157853.180	532427.180	157853.180	6.4	3.8
805	532331.631	156606.002	532331.640	156606.040	-3.8	12.1
806	531565.150	156475.572	531565.180	156475.660	2.9	-30.2
809	531537.783	155810.632	531537.820	155810.700	-5.6	14.4

	YLOC [M]	XLOC [M]	YTRA [M]	XTRA [M]	
804	532427.180	157853.180	532427.186	157853.184	*PP*
805	532331.631	156606.002	532331.636	156606.052	*PP*
806	531565.150	156475.572	531565.183	156475.630	*PP*
809	531537.783	155810.632	531537.814	155810.714	*PP*
1001	531309.115	155881.837	531309.155	155881.918	
1002	531235.530	156077.864	531235.574	156077.938	
1003	531642.128	155896.869	531642.156	155896.948	
1004	531898.225	156247.993	531898.245	156248.058	
1005	531540.394	156495.822	531540.428	156495.879	
1006	532192.415	156537.373	532192.425	156537.426	
1007	531989.602	156864.302	531989.621	156864.344	
1008	531794.080	157136.880	531794.107	157136.913	

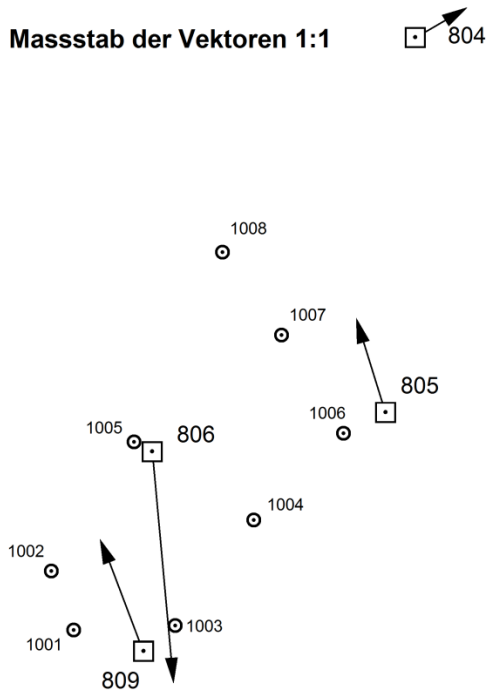


Abb. 74: Restklaffungen in den Passpunkten nach der Helmert-Transformation

Die Grafik der Abb. 75 zeigt, dass der Punkt 1005 in der Nähe des Passpunkts 806 liegt, auf dem eine Restklaffung von 30 mm in 65 zu verzeichnen ist. Wenn diese Abweichung nicht toleriert werden kann (Nachbarbeziehung), muss eine Interpolation vorgenommen werden.

PUNKT	YLOC	XLOC	YINT	XINT	DY	DX	
	[M]	[M]	[M]	[M]	[MM]	[MM]	
804	532427.186	157853.184	532427.180	157853.180	-6.4	-3.8	*PP*
805	532331.636	156606.052	532331.640	156606.040	3.8	-12.1	*PP*
806	531565.183	156475.630	531565.180	156475.660	-2.9	30.2	*PP*
809	531537.814	155810.714	531537.820	155810.700	5.6	-14.4	*PP*
1001	531309.155	155881.918	531309.161	155881.903	5.4	-14.2	
1002	531235.574	156077.938	531235.577	156077.935	3.0	-2.6	
1003	531642.156	155896.948	531642.161	155896.933	5.5	-14.3	
1004	531898.245	156248.058	531898.245	156248.068	0.2	10.3	
1005	531540.428	156495.879	531540.425	156495.909	-2.9	30.2	
1006	532192.425	156537.426	532192.429	156537.414	3.8	-12.0	
1007	531989.621	156864.344	531989.622	156864.343	1.2	-1.1	
1008	531794.107	157136.913	531794.106	157136.919	-1.5	6.5	

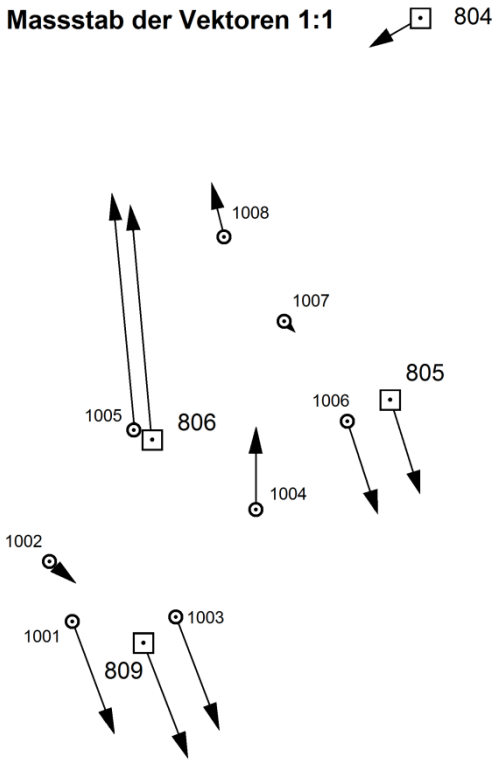


Abb. 75: Interpolation der auf den Passpunkten ermittelten Restklaffungen

Anmerkungen

Aus Gründen der Zuverlässigkeit führt man in der Regel eine zweite Session durch, um so einen neuen Koordinatensatz zu gewinnen, der unabhängig vom ersten ist. Vor der Transformation und Interpolation werden die beiden Sätze dann zunächst mittels LTOP ausgeglichen.

7.7 Helmert-Transformation mit nichtparametrischer Regression

(Ergebnisse mehrerer FHBB/FHNW – Diplomarbeiten, 2002 bis 2007)

Eine der Grundannahmen bei der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate ist, dass die Verbesserungen normalverteilt sind. Liegen systematische Abweichungen von einer Helmert-Transformation vor, ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, die Restklaffungen streuen nicht mehr zufällig.

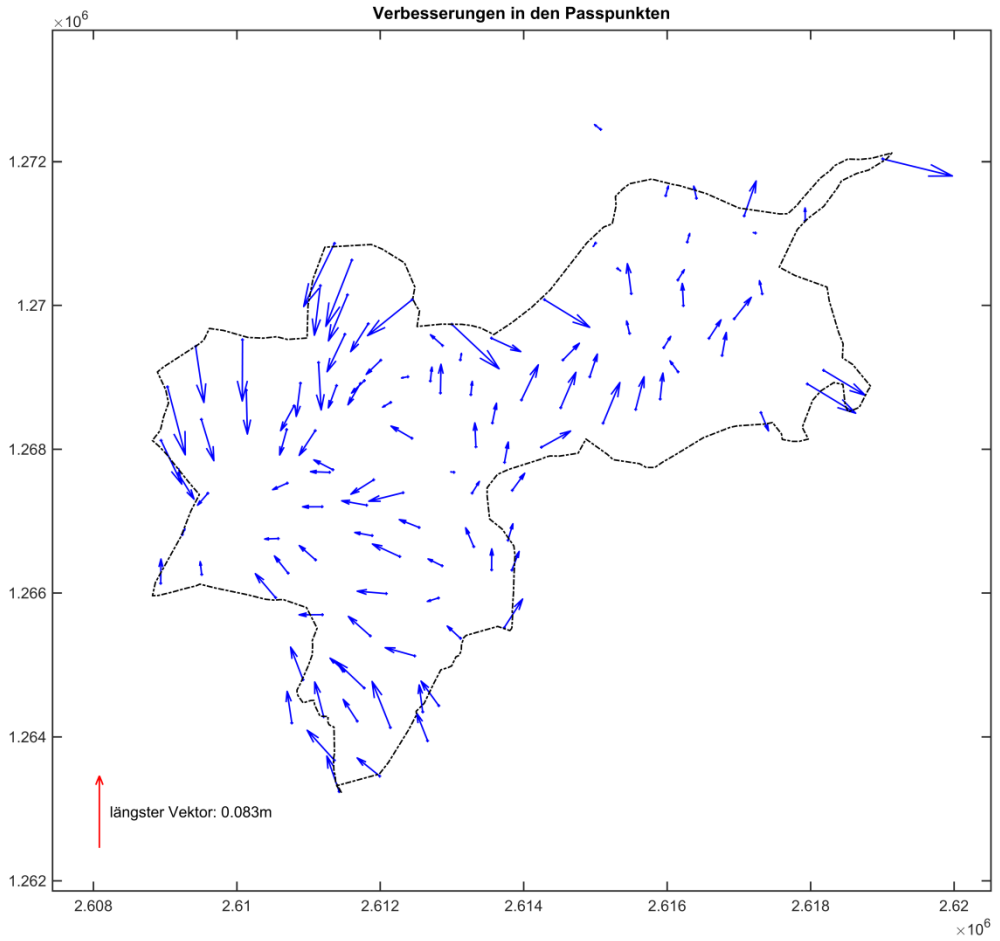


Abb. 76: Kanton Basel-Stadt: Die Restklaffungen (Verbesserungen) der transformierten LV03-Koordinaten einer aus 114 Passpunkten berechneten Helmert-Transformation LV03 ⇔ LV95 zeigen systematische Effekte und streuen nicht zufällig. Längeneinheit [m].

Im Ansatz der nichtparametrischen Regression wird das funktionale Modell $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$ um einen nichtparametrischen Anteil **s**(t) erweitert. t steht für die Ortsabhängigkeit von **l**, **A** oder **s**:

$$\mathbf{l}(t) = \underbrace{\mathbf{A}(t) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{s}(t)}_{\text{funktionales Modell}} + \mathbf{n}$$

Der **nichtparametrische Anteil** s(t) wird dabei **Signal** genannt. Da der Funktionstyp des Signals nicht bekannt ist, setzen wir

$$s(t) = \frac{1}{\alpha} \sum_i k_i \cdot b(|t - t_i|),$$

worin α ein Regularisierungsparameter, k ein Streckungsfaktor, b eine Basis- oder Kernfunktion bedeuten.

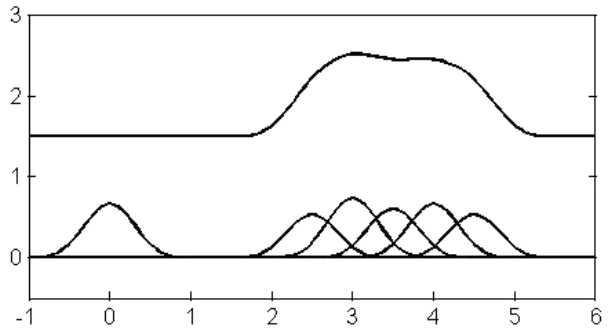


Abb. 77: Links unten: Eine B-Spline Basisfunktion b(t),
rechts unten: Verschobene und gestreckte B-Splines $k_i/\alpha \cdot b(t-t_i)$ für i= 1, …, 5,
oben: $1.5+\sum k_i/\alpha \cdot b(t-t_i)$. Zur Vermeidung von Überlappungen ist 1.5 dazugezählt.

s(t) ist hier eine Linearkombination von verschobenen und gestreckten B-Splines. Das Signal wird also als nicht stochastische Grösse behandelt, dies im Gegensatz zur Kollokation und Filterung, wo das Signal zum stochastischen Modellanteil gehört (vgl. Kapitel 4.6).

Der **zufällige Anteil** n wird Rauschen genannt und entspricht dem zufälligen Fehleranteil der Ausgleichung nach kleinsten Quadraten.

Das Hauptproblem ist hier, das Verhältnis zwischen dem Rauschen und dem Signal zu bestimmen. Dazu wurden seit den 1980-er Jahren verschiedene, relativ einfach realisierbare **Regularisierungsmethoden** entwickelt, z.B. die Kreuzvalidierung.

An die Stelle der kleinste Quadrate Forderung $\mathbf{n}^T\mathbf{Pn}$ = [pnn] = Minimum tritt

$$\alpha \cdot \mathbf{s}^T\mathbf{Rs} + \mathbf{n}^T\mathbf{Pn} = \min,$$

mit positiv definiten Matrizen **R** und $\mathbf{R}^{-1}$. $\mathbf{R}^{-1}$ ist gegeben durch

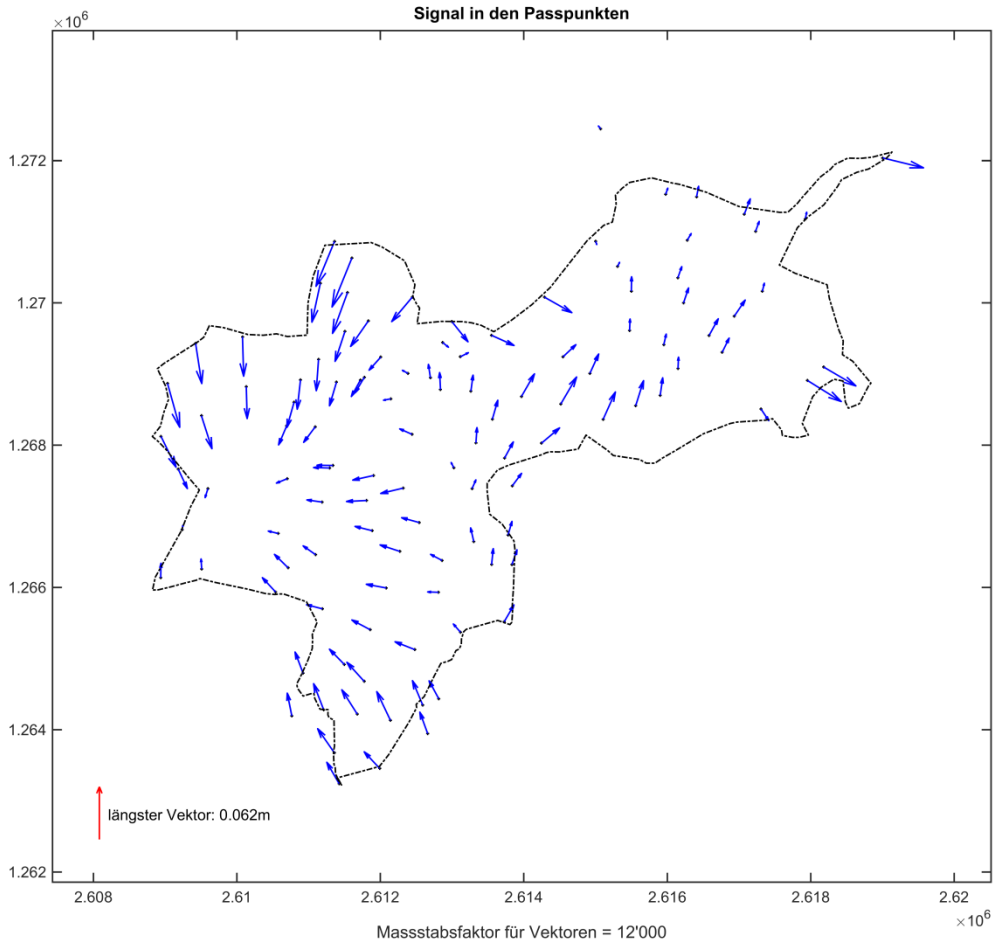
$$R_{ij}^{-1} = b\left(\left|t_i - t_j\right|\right)$$

Der Regularisierungsparameter α wird bei der Kreuzvalidierung so gewählt, dass der Erwartungswert der Varianz einer nächsten Beobachtung minimal wird.

Dieser Ansatz der nichtparametrischen Regression wurde im Rahmen mehrerer Diplomarbeiten in einem MATLAB Programm mit dem funktionalen Ansatz der Helmert-Transformation verwirklicht. Mit diesem Programm konnten verschiedene Versuche mit realen Daten (LFP2-/Diagnosenetz Basel-Stadt, LFP2/3 Netz Gelfingen) durchgeführt werden. Eine Variante für Rutschhänge mit dem Modellansatz

neue Koord = alte Koord + mittlere Verschiebung + Signal + Rauschen

ist auch implementiert.


Signal in den Passpunkten
×10^6
1.272
1.27
1.268
1.266
1.264
1.262
2.608
2.61
2.612
2.614
2.616
2.618
2.62
×10^6
längster Vektor: 0.062m
Massstabsfaktor für Vektoren = 12'000

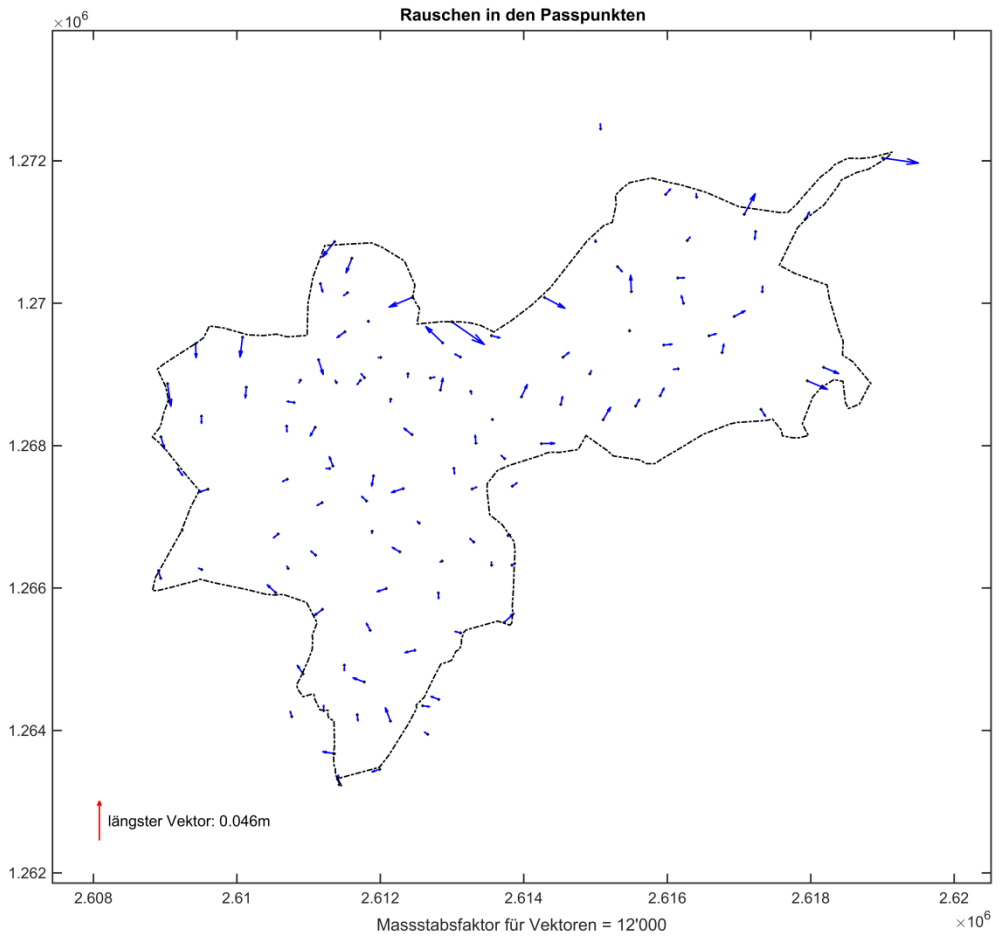


Abb. 78: Kanton Basel-Stadt: 114 Passpunkte von Abb. 76, Helmert-Transformation mit nichtparametrischer Regression und Kreuzvalidierung. Oben die Signalvektoren, unten die Rauschvektoren, welche zufällig normalverteilt streuen.

Speziell an dieser Methode ist, dass nur die funktionalen Anteile A(t)·x+s(t) in die Interpolation der Neupunkte eingehen. Der zufällige Fehleranteil (Rauschen) wird weggerechnet und nicht auf die zu transformierenden Punkte übertragen.

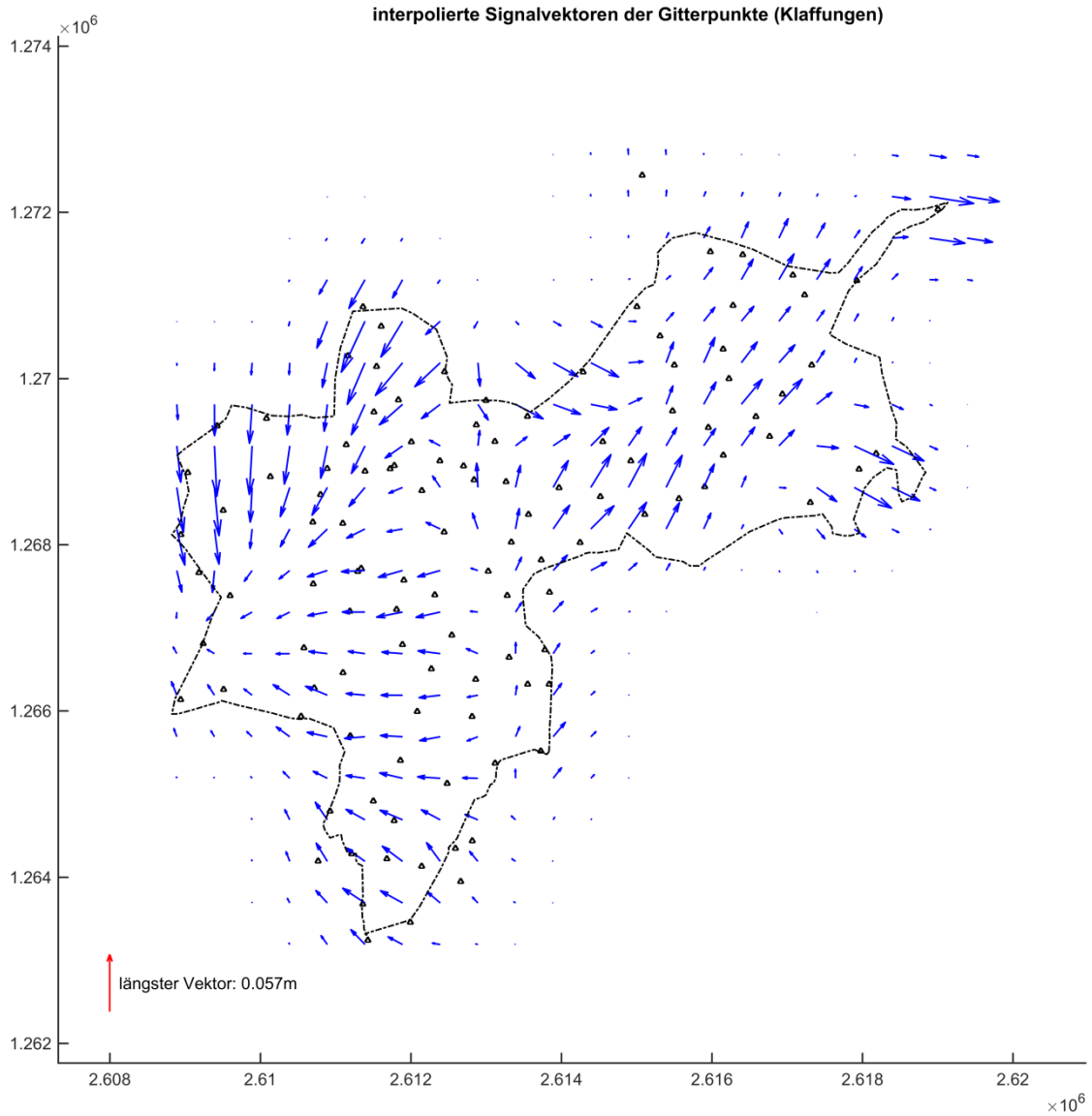


Abb. 79: Kanton Basel-Stadt: interpolierte Signale in einem Raster

Die systematischen Abweichungen in einem Festpunktnetz können sehr gut aufgrund der interpolierten Signal-Vektoren beurteilt werden. Dies ist hauptsächlich auch interessant, um Gebiete mit den gleichen systematischen Abweichungen (Schollen) zu schätzen.

Die Änderung des Signals s(t) ist durch die Ableitung $s'(t) = \frac{\partial s(t)}{\partial t}$ gegeben, im Falle der Helmert-Transformation durch

$$\sqrt{\text{Gradient}(s_x)^2 + \text{Gradient}(s_y)^2}\,.$$

Stellt man diese Grösse als Fläche im Raum dar, werden die Schollen der Transformation und Gebiete starker Signaländerung sichtbar, vgl. Abb. 80. Dieser Ansatz bewährte sich als Diagnosehilfsmittel für die Festlegung der Dreiecksvermaschung LV03 ⇔ LV95 des Kantons Basel-Stadt.

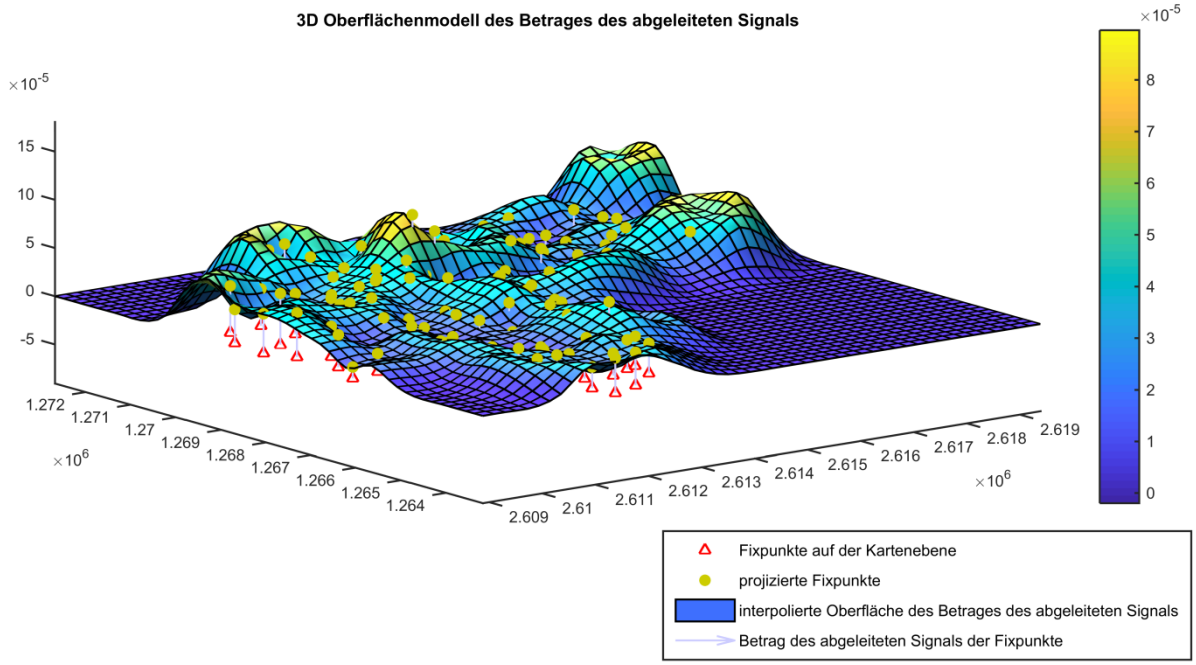


Abb. 80: Ableitung des Signals der Helmert-Transformation LV03 ⇨ LV95. Dargestellt sind die Passpunkte (gelb). Gebiete starker Signaländerung haben steile «Bergflanken». Schollen ähnlicher systematischer Abweichungen erscheinen als flache Gebiete.

Weitere Details siehe: https://www.fhnw.ch/de/studium/architektur-bau-geomatik/bachelor-studiengang-geomatik → Bachelor Thesis, sowie (Fischer, Hegland, 1999), (Fischer et al., 2003), (Fischer, Brühlmann, 2006)

7.8 Neuausgleichung der LFP3 der Gemeinde Châtonnaye in LV95

Bei der Verdichtung der Transformationsdreiecke für den Bezugsrahmenwechsel von LV03 nach LV95 hat das Amt für Vermessung und Geomatik des Kantons Freiburg (VGA FR) in der Gemeinde Châtonnaye eine neue Ausgleichung in LV95 vorgenommen, um die Differenzen nach der LFP3-Überführung zu kontrollieren. Die Transformation erfolgte mit FINELTRA und den kantonal definierten Dreiecken. Es galt, die zu lösenden technischen Schwierigkeiten aufzuzeigen, technische Lösungen zu geben sowie die erforderlichen Arbeiten und die Kosten für eine allfällige lokale Einpassung abzuschätzen.

Die erforderlichen Erhebungen erfolgten im Oktober 2006 mit RTK GNSS (GPS + GLONASS mit durchschnittlich 8 Satelliten, Korrekturdienst swiss@t) und wurden in die übergeordneten Punkte der Region eingepasst. Die Rohmessungen zeigten eine systematische Abweichung von durchschnittlich - 1.25 cm E und + 1.4 cm N zu den offiziellen LV95 Koordinaten der Anschlusspunkte. Diese Abweichung wurde genau durch eine systematische Ausrichtung des Rovers nach Norden bestimmt und durch eine Helmert-Transformation der Sessionen korrigiert.

Es ist zu beachten, dass die Gemeinde Châtonnaye in einer «Übergangszone» der Triangulation im Bezugsrahmen LV03 an den Kanton Waadt angrenzt und dass die Freiburger wie Waadtländer Punkte im Rahmen dieser Kampagne verwendet wurden.

Sechs vorgesehene Punkte mussten aufgegeben werden, entweder weil sie zerstört oder unbrauchbar waren. Sie wurden durch nahe LFP2 oder LFP3 ersetzt. Im übrigen waren die gefundenen Punkte in ausreichend gutem Zustand und konnten verwendet werden.

Die neue Ausgleichung (nur in Lage) erforderte die Wiederherstellung von LTOP-Dateien des Unternehmers und zeitigte einige Schwierigkeiten in Zusammenhang mit der Tatsache, dass die gelieferten LFP3 nicht genau mit den Messdateien übereinstimmten (Wechsel von Nummern, nicht dokumentierte Korrekturen usw.). Eine Kontroll-Neuberechnung in LV03 erlaubte, einige unbedeutende Unterschiede

zu den Koordinaten des Kantons festzustellen. Die mit FINELTRA transformierten Koordinaten der Netzpunkte wurden als provisorische Koordinaten für die neuen Punkte und als endgültige Koordinaten für Fernzielorientierungen verwendet. So entsprechen die berechneten Zuschläge aus LTOP genau der Differenz zwischen den FINELTRA-Koordinaten und den ausgeglichenen Koordinaten.

Als Anschlusspunkte mit ihren in LV95 bestimmten Koordinaten wurden berücksichtigt: der LFP1 Forel (1184/300), fünf Transformationsstützpunkte: Trey VD (1204/511), Sédeilles VD (1204/525), Rossens VD (1204/536), Marnand VD (1204/4192) und Villarimboud FR (1204 / 6282) und sieben Kontrollpunkte: 1204/516, 1204/518, 1204/620, 1204/622 (Châtonnaye), 1204/630, 1204/718 (Villarimboud), 1204/6101 (Middes). Die **Fernziel**punkte wurden mit den mit FINELTRA von LV03 nach LV95 **transformierten** Koordinaten eingeführt. Die beiden neuen Sessionen wurden zu den Messungen hinzugefügt. So dienen die in LV95 gemessenen LFP3 nicht als Anschlusspunkte als solche, sondern haben zwei Messungen in LV95.

Die Fehlerquotienten aus der freien (0.59) und der gezwängten (0.63) Netzausgleichung bestätigen die hohe Qualität der offiziellen Koordinaten und die gute Qualität der Messungen in LV95.

Für die nur in bekannten LV95 Punkte (aus der FINELTRA Transformation) ergaben sich gegenüber den ausgeglichenen Messungen folgende Werte:

Klaffung zwischen ausgeglichenen swiss@t Messungen und LV95 Koordinaten der LFP2/3 aus FINELTRA Transformation			
Nummer	Delta E (cm)	Delta N (cm)	Bemerkungen
680470005	+3.9	+4.3	Dorf durchschnittlich +3.8 cm und +4.2 cm
680470013	+3.7	+4.6	
680470045	+3.9	+3.7	
680470048	+3.6	+4.2	
680470141	-0.4	+4.2	Norden der Gemeinde
1204 418	-3.7	+1.1	Westen der Gemeinde
680470161	-2.0	+2.8	westliches Zentrum der Gemeinde
680470178	+4.4	+6.6	Osten der Gemeinde durchschnittlich +4.7 cm und +6.1 cm
680470189	+5.0	+5.6	
680470230	+1.9	+4.8	Zentrum der Gemeinde
1204 629	-1.1	+2.2	Südosten der Gemeinde, leicht schiefer Punkt, so wie in der Vermessung verwendet
1204 629	3.8	+7.0	Südosten der Gemeinde, leicht schiefer Punkt, nach offiziellen Koordinaten vor der Vermessung

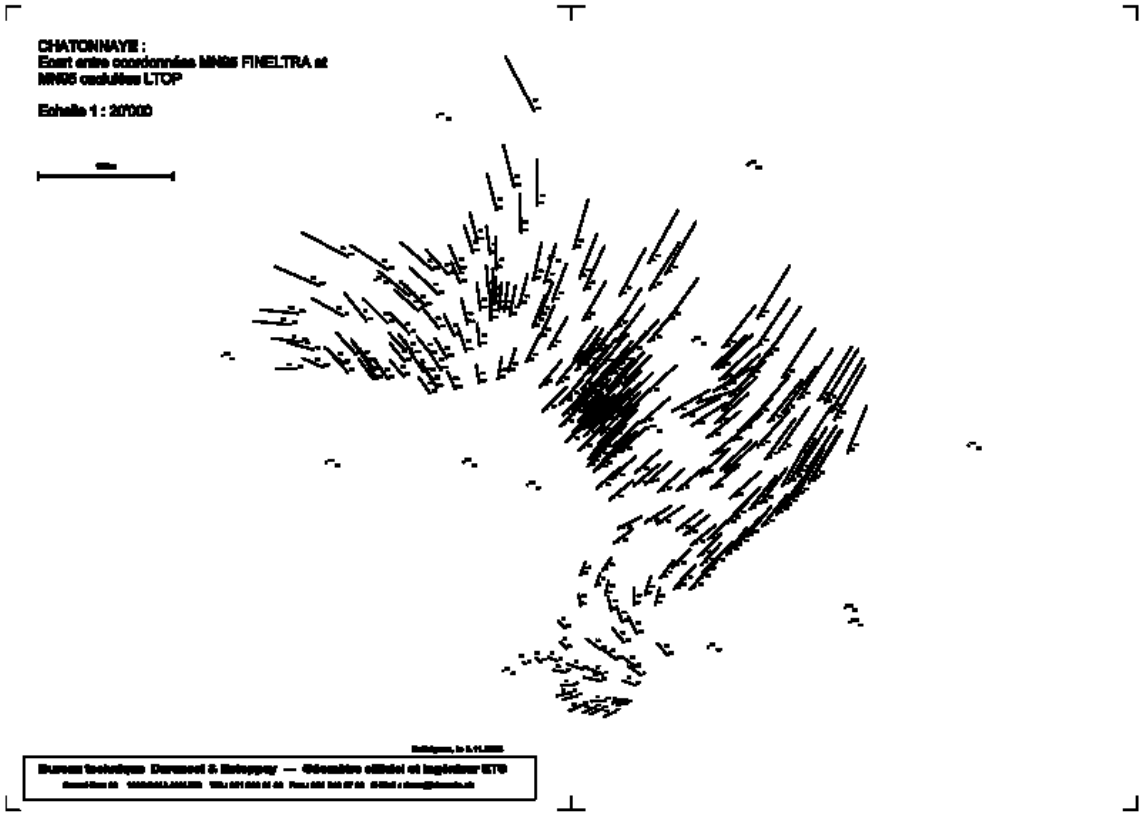


Abb. 81: LV95 Klaffungen zwischen Koordinaten aus FINELTRA und aus LTOP Ausgleichung

Aus dem Vergleich der transformierten und neu ausgeglichenen Koordinaten erscheinen bemerkenswerte lokale Systematiken, in Abhängigkeit der Dreiecke, mit homogenen lokalen Klaffungen. Um den TSP von Rossens herum streben die Klaffungen gegen Null. Er wurde als Anschlusspunkt sowohl in LV03 aus auch in LV95 verwendet. Die TSP von Marnand und Sédeilles üben noch einen positiven Einfluss auf die Klaffungen aus. In den von TSP entfernten Gebieten erreichen die Klaffungen in LV95 leicht 6 bis 9 cm jedoch höchstens 10 cm. Die Einführung eines zusätzlichen TSP im Zentrum von Châtonnaye hätte vermutlich die Klaffungen im Dorfgebiet halbiert. Im Westen und Osten dagegen wäre eine Verbesserung der Transformation mit den aus der Verdichtung bekannten KP unmöglich zu bewerkstelligen.

Die Verbesserung der Qualität durch Neuausgleichung ist also beträchtlich, weil sie die Möglichkeit bietet, eine Klaffung der LFP3 von der Grössenordnung von 4 bis 5 cm auf Null zu vermindern und bei Detailpunkte auf Werte von 1 bis 3 cm, wenn man sie auf der Grundlage der LFP3 Klaffungen interpolieren würde.

Die Mess- Ausgleichungs- und Analysearbeiten kosteten rund 10'000.-, teilweise wegen der Verwaltung der alten Stationsblätter, die dem Kanton nicht geliefert worden waren. Im Gegensatz dazu konnten die erforderlichen LV95 Messungen für die Neuausgleichung sehr schnell und ohne grosse Probleme verwirklicht werden. Die Ausgleichung in LV95 selbst hat nicht wichtige Probleme gestellt.

Der Test bestätigt die «absolute» Qualität von LV95 auch zwischen zwei Kantonen und in einer LV03 Übergangszone, sowohl für die LFP1, als auch für die TSP und die KP. Die GNSS Rohmessungen liegen bereits extrem nahe bei den offiziellen LV95-Koordinaten der übergeordneten Punkte. Dagegen zeigt er signifikante Klaffungen als Ausdruck einer FINELTRA Transformation von richtiger Qualität für die KP (4 bis 8 cm bei den LFP2) und etwas geringerer Qualität für die LFP3 (bis zu 0 bis 9 cm). Letztere wegen eines schlechten und nicht kontrollierten LFP2 in einem Waldgebiet.

Nach diesem Test konnte die Parameterdatei des Kantons Fribourg noch vor der Veröffentlichung von CHENyx06 korrigiert werden, dadurch aufgedeckte Klaffungen berücksichtigen und als Folge davon eine Erneuerungsoperation vermeiden.

Man muss dazu bemerken, dass die gewählte Gemeinde ein problematisches LFP3-Netz hatte, was die neue Ausgleichung bestätigt und korrigiert hat. Die Ergebnisse der CHENyx06-Transformation sollten im Allgemeinen besser sein und keine neue Ausgleichung erfordern.

8 Literaturverzeichnis

8.1 Organisation

Das folgende Verzeichnis enthält Publikationen, die im vorliegenden Zusammenhang relevant sind. Es ist nicht vollständig, umfasst aber auch Beiträge zu Transformationen, die in unserem Lande weniger gebraucht werden. Weitere Dokumente sind in den Literaturverzeichnissen der Publikationen zu finden.

Die Publikationen sind wie folgt aufgeführt:

Name der Autoren oder des Herausgebers, (Publikationsjahr): Titel, Zeitschriftenname, Zeitschriften-Jahrgang (Jahresnummer), Publikationsort, Verlag, Seiten, evtl. DOI oder ISBN.

8.2 Literaturverzeichnis

Ahrens, Burckhardt (2004): «Ein Algorithmus zur Restklaffenverteilung mit der Natural Neighbour Interpolation». In: *Der Vermessungsingenieur*. 55 (4), S. 286–290.

Albertz, Jörg; Wiggenhagen, Manfred (2009): *Taschenbuch zur Photogrammetrie und Fernerkundung*. 5., völlig neu bearbeitete und erweiterte Aufl. Heidelberg: Wichmann. — ISBN: 978-3-87907-384-9

ALGLIB IDW-Interpolation (2012): *inverse distance weighting interpolation/fitting*. (ALGLIB numerical analysis and data processing library).

Bolliger, Jakob (1967): *Die Projektionen der schweizerischen Plan- und Kartenwerke*. Winterthur: Druckerei Winterthur.

Buhmann, Martin D. (2003): *Radial Basis Functions: Theory and Implementations*. Cambridge, UK: Cambridge University Press (Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics). — ISBN: 0-521-63338-9

Carosio, Alessandro (1980): «Anwendung von Interpolationsverfahren in der Landestriangulation». In: *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik*. 78 (10), S. 405–407.

Carosio, Alessandro; Marti, Urs (2002): *TRANSINT Robuste Ähnlichkeitstransformation, robuste affine Transformation und Interpolation nach dem arithmetischen Mittel*. Wabern: Bundesamt für Landestopografie swisstopo.

Dupraz, Hubert (1979): *Formules pour la transformation de coordonnées géographiques en coordonnées planes et la transformation inverse dans la Projection Suisse*. (publication Nr. 10) Lausanne: IGM-EPFL.

Dupraz, Hubert; Stahl, Martin (1994): *Théorie des erreurs 3*. (Notes de cours) Lausanne: École Polytechnique Fédérale.

Egger, Dieter; Marti, Urs (1999): *Geodätische Bezugssysteme und Koordinatentransformationen für den GPS-Anwender*. (Technischer Bericht Nr. 99–20) Wabern: Bundesamt für Landestopografie swisstopo.

Emery, Pauline; Ray, Jérôme; Ulrich, David (2013): *GeoSuite, Modul TRANSINT, Modul REFRAME*. Wabern: Bundesamt für Landestopografie swisstopo.

Fischer, Beat; Brühlmann, Philipp (2006): «On the Application of Nonparametric Regression Methods to Geodetic Data». In: *XXIII FIG Congress, TS 63 – Geodetic Infrastructure and Theory*. München.

Fischer, Beat; Hegland, Markus (1999): «Collocation, Filtering and Nonparametric Regression». In: *Zeitschrift für Vermessungswesen*. 124 (1 and 2), S. 17-24 and 46-52.

Fischer, Beat; Sievers, Beat; Schwaninger, Michael (2003): «Nichtparametrische Regression am Beispiel der Helmerttransformation». In: *Geomatik Schweiz: Geoinformation und Landmanagement*. 101 (6), S. 346–347.

Fröhlich, Hans; Bröcker, Georg (2006): «Zum Verständnis der multiquadratischen Interpolation». In: *VDVmagazin*. 57 (1), S. 6–8.

Furrer, Michael; Sievers, Beat (2009): «Qualitätsindikatoren für den Bezugsrahmenwechsel LV03-LV95». In: *Geomatik Schweiz: Geoinformation und Landmanagement*. 107 (01), S. 20–24.

Göpfert, Wolfgang (1977): «Interpolationsergebnisse mit der Multiquadratischen Methode». In: *Zeitschrift für Vermessungswesen*. 102 (10), S. 457–460.

Haffner, Paul (2014): «Erfolgreiche Einführung von LV95 im Kanton Basel-Stadt». In: *cadastre Fachzeitschrift für das schweizerische Katasterwesen*. (15), S. 4–7.

Hardy, Rolland L. (1972): «Geodetic applications of multiquadric analysis». In: *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*. 79 (10), S. 398–406.

Hettwer, Jochen; Benning, Wilhelm (2003): «Restklaffenverteilung mit der Natural-Neighbour-Interpolation». In: *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (AVN)*. 110 (4), S. 122–129.

Huguenin, Laurent; Merminod, Bertrand (2001a): *Estimation avancée: Transformation 2D*. (Notes de cours) Lausanne: École Polytechnique Fédérale.

Huguenin, Laurent; Merminod, Bertrand (2001b): *Estimation avancée: Transformation 3D*. (Notes de cours) Lausanne: École Polytechnique Fédérale.

Huguenin, Laurent; Merminod, Bertrand (2001c): *Estimation avancée: Transformation affine*. (Notes de cours) Lausanne: École Polytechnique Fédérale.

Kraus, Karl (2000): *Topographische Informationssysteme*. Köln: Dümmler (Photogrammetrie Band 3). — ISBN: 3-427-78751-6

Kuntz, Eugen (1990): *Kartennetzentwurfslehre*. 2. Aufl. Karlsruhe: Wichmann Herbert.

Lösler, Michael (2009): «Bestimmung der 7 Parameter einer Helmerttransformation mit Quaternionen». *Die Geodäten*. Abgerufen am 24.10.2017 von http://diegeodaeten.de/quaternionen-transformation.html.

Marti, Urs; Nocera, Rossella (2003): *FINELTRA Affine Transformation von Lagekoordinaten und Umrechnung von LV03 in LV95 und umgekehrt*. Wabern: Bundesamt für Landestopografie swisstopo.

Nebiker, Stephan; Sievers-Frey, Beat; Bleisch, Susanne (2002): *Transformation von Rasterdaten mit finiten Elementen. Schlussbericht zum Studienauftrag im Auftrag des CC RD/LV95 der swisstopo*. (Studie) Muttenz: FHBB Fachhochschule beider Basel.

Niemeier, W. (2008): *Ausgleichungsrechnung. Statistische Auswertemethoden*. 2. Aufl. Berlin: Walter de Gruyter. — ISBN: 978-3-11-019055-7

Ray, Jérôme; Marti, Urs (2009): *REFRAME Manual*. Wabern: Bundesamt für Landestopografie swisstopo.

Renka, Robert J (1988): «Multivariate Interpolation of Large Sets of Scattered Data». In: *ACM Transactions on Mathematical Software*. 14 (2), S. 139–148, DOI: 10.1145/45054.45055.

Schlatter, Andreas (2007): *Das neue Landeshöhennetz der Schweiz LHN95*. (Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz Nr. 72) Zürich: Schweizerische Geodätische Kommission.

Schlatter, Andreas; Marti, Urs (2007): *Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz «LV95». Teil 12: Landeshöhennetz «LHN95»*. (swisstopo Doku Nr. 20) Wabern: Bundesamt für Landestopografie.

Schneider, Dieter; Gubler, Erich; Marti, Urs; Gurtner Werner (2001): *Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz «LV95»; Teil 3: Terrestrische Bezugssysteme und Bezugsrahmen*. (Berichte aus der L+T Nr. 8) Wabern: Bundesamt für Landestopografie swisstopo.

Shen, Y. -Z.; Chen, Y.; Zheng, D. -H. (2006): «A quaternion-based geodetic datum transformation algorithm». In: *Journal of Geodesy*. 80 (5), S. 233–239, DOI: 10.1007/s00190-006-0054-8.

Shepard, Donald (1968): «A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data». In: *Proceedings of the 1968 23rd ACM national conference*. New York, NY, USA: ACM (ACM '68), S. 517–524, DOI: 10.1145/800186.810616.

Thacker, William I. et al. (2010): «Algorithm 905: SHEPPACK: Modified Shepard Algorithm for Interpolation of Scattered Multivariate Data». In: *ACM Transactions on Mathematical Software - TOMS*. 37 (3), S. 1–20, DOI: 10.1145/1824801.1824812.

Vogel, Bruno et al. (2009): *Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95'. Teil 13: Einführung des Bezugsrahmens 'LV95' in die Nationale Geodateninfrastruktur*. (swisstopo Bericht 21) Wabern: Bundesamt für Landestopografie.

Wirth, Bruno (1990): «Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveauflächen, systematische Untersuchungen zur zukünftigen terrestrischen und GPS-gestützten Höhenbestimmung in der Schweiz». Zürich: ETH Zürich.

Wolf, Helmut (1981): «Multiquadratische Methode und Kollokation». In: *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (AVN)*. 88 (3), S. 89–95.

9 Abkürzungen

() alter Name

AGNES	Automatisches GNSS-Netz Schweiz
AVN	Zeitschrift Allgemeine Vermessungsnachrichten, D-Heidelberg
CHENyx2006	offizieller Transformationsdatensatz für den Lagebezugsrahmenwechsel von LV03 nach LV95 bzw. umgekehrt
DGK	Deutsche Geodätische Kommission , D-München
DGW	Departement Geodätische Wissenschaften, ETHZ
EPFL	Ecole polytechnique fédérale de Lausanne
ETHZ	Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
FHNW (FHBB)	Fachhochschule Nordwestschweiz (Fachhochschule beider Basel), Muttenz
GNSS	Global Navigation Satellite System: Sammelbegriff für die existierenden und zukünftigen Satelliten basierten Radionavigationssysteme
Geomatik Schweiz (VPK)	Geoinformation und Landmanagement (Zeitschrift Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik)
geosuisse (SVVK)	Schweizerischer Verband für Geomatik und Landmanagement (Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik))
IGM - EPFL	Institut de géodésie et mensuration, EPFL
IGP	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETHZ
IGSO (SVIGGR)	Ingénieurs géomètres de Suisse Occidentale (Société vaudoise des ingénieurs géomètre et du génie rural)
LV03	Landesvermessung 1903 (Bezugsrahmen)
LV95	Landesvermessung 1995 (Bezugsrahmen)
OIT (SIT)	Office de l'Information sur le Territoire, Kanton Waadt (Service de l'information sur le territoire), Etat de Vaud
swisstopo	Bundesamt für Landestopografie, Wabern
TSP	Transformationsstützpunkt, Punkt der sowohl im Bezugsrahmen LV03 wie LV95 gemessen wurde und Passpunkt im →CHENyx06-Datensatz ist
TVAV	Technische Verordnung über die amtliche Vermessung (10. Juni 1994)
VAV	Verordnung über die amtliche Vermessung (18. November 1992)
VDV	Der Vermessungsingenieur, Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation, D-Wiesbaden
VR	Zeitschrift Vermessungswesen und Raumordnung, D-Bonn
ZfV	Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, D-Augsburg